

Модели смешанно-целочисленного программирования

Н.Н. Писарук
pisaruk@yandex.by

Экономический факультет
Белорусский государственный университет

Минск - 2015

План лекции

- 1 Примеры задач СЦП
 - Размещение центров обслуживания
 - Менеджмент портфеля: индексный фонд
 - Краткосрочный финансовый менеджмент
- 2 Размер партии
 - Размер партии: однопродуктовая модель
 - Размер партии: многопродуктовая модель

План лекции

1 Примеры задач СЦП

- Размещение центров обслуживания
- Менеджмент портфеля: индексный фонд
- Краткосрочный финансовый менеджмент

2 Размер партии

- Размер партии: однопродуктовая модель
- Размер партии: многопродуктовая модель

Постановка задачи

- Для обслуживания n клиентов отобраны m возможных мест (пунктов)
- для размещения не более q ($1 \leq q \leq m$) центров обслуживания (предприятий, складов, станций скорой помощи и т. д.).
- Для каждого пункта $i = 1, \dots, m$ заданы
 - фиксированная стоимость f_i размещения центра обслуживания
 - и его емкость (сколько клиентов он может обслужить) b_i .
- Известна также стоимость c_{ij} обслуживания клиента j из пункта i , $j = 1, \dots, n$, $i = 1, \dots, m$.
- Нужно выбрать места для размещения центров обслуживания и прикрепить клиентов к центрам обслуживания таким образом, чтобы минимизировать общую стоимость размещения центров и обслуживания клиентов.

Постановка задачи

- Для обслуживания n клиентов отобраны m возможных мест (пунктов)
- для размещения не более q ($1 \leq q \leq m$) центров обслуживания (предприятий, складов, станций скорой помощи и т. д.).
- Для каждого пункта $i = 1, \dots, m$ заданы
 - фиксированная стоимость f_i размещения центра обслуживания
 - и его емкость (сколько клиентов он может обслужить) b_i .
- Известна также стоимость c_{ij} обслуживания клиента j из пункта i , $j = 1, \dots, n$, $i = 1, \dots, m$.
- Нужно выбрать места для размещения центров обслуживания и прикрепить клиентов к центрам обслуживания таким образом, чтобы минимизировать общую стоимость размещения центров и обслуживания клиентов.

Постановка задачи

- Для обслуживания n клиентов отобраны m возможных мест (пунктов)
- для размещения не более q ($1 \leq q \leq m$) центров обслуживания (предприятий, складов, станций скорой помощи и т. д.).
- Для каждого пункта $i = 1, \dots, m$ заданы
 - фиксированная стоимость f_i размещения центра обслуживания
 - и его емкость (сколько клиентов он может обслужить) b_i .
- Известна также стоимость c_{ij} обслуживания клиента j из пункта i , $j = 1, \dots, n$, $i = 1, \dots, m$.
- Нужно выбрать места для размещения центров обслуживания и прикрепить клиентов к центрам обслуживания таким образом, чтобы минимизировать общую стоимость размещения центров и обслуживания клиентов.

Постановка задачи

- Для обслуживания n клиентов отобраны m возможных мест (пунктов)
- для размещения не более q ($1 \leq q \leq m$) центров обслуживания (предприятий, складов, станций скорой помощи и т. д.).
- Для каждого пункта $i = 1, \dots, m$ заданы
 - фиксированная стоимость f_i размещения центра обслуживания
 - и его емкость (сколько клиентов он может обслужить) b_i .
- Известна также стоимость c_{ij} обслуживания клиента j из пункта i , $j = 1, \dots, n$, $i = 1, \dots, m$.
- Нужно выбрать места для размещения центров обслуживания и прикрепить клиентов к центрам обслуживания таким образом, чтобы минимизировать общую стоимость размещения центров и обслуживания клиентов.

Постановка задачи

- Для обслуживания n клиентов отобраны m возможных мест (пунктов)
- для размещения не более q ($1 \leq q \leq m$) центров обслуживания (предприятий, складов, станций скорой помощи и т. д.).
- Для каждого пункта $i = 1, \dots, m$ заданы
 - фиксированная стоимость f_i размещения центра обслуживания
 - и его емкость (сколько клиентов он может обслужить) b_i .
- Известна также стоимость c_{ij} обслуживания клиента j из пункта i , $j = 1, \dots, n$, $i = 1, \dots, m$.
- Нужно выбрать места для размещения центров обслуживания и прикрепить клиентов к центрам обслуживания таким образом, чтобы минимизировать общую стоимость размещения центров и обслуживания клиентов.

Постановка задачи

- Для обслуживания n клиентов отобраны m возможных мест (пунктов)
- для размещения не более q ($1 \leq q \leq m$) центров обслуживания (предприятий, складов, станций скорой помощи и т. д.).
- Для каждого пункта $i = 1, \dots, m$ заданы
 - фиксированная стоимость f_i размещения центра обслуживания
 - и его емкость (сколько клиентов он может обслужить) b_i .
- Известна также стоимость c_{ij} обслуживания клиента j из пункта i , $j = 1, \dots, n$, $i = 1, \dots, m$.
- Нужно выбрать места для размещения центров обслуживания и прикрепить клиентов к центрам обслуживания таким образом, чтобы минимизировать общую стоимость размещения центров и обслуживания клиентов.

Постановка задачи

- Для обслуживания n клиентов отобраны m возможных мест (пунктов)
- для размещения не более q ($1 \leq q \leq m$) центров обслуживания (предприятий, складов, станций скорой помощи и т. д.).
- Для каждого пункта $i = 1, \dots, m$ заданы
 - фиксированная стоимость f_i размещения центра обслуживания
 - и его емкость (сколько клиентов он может обслужить) b_i .
- Известна также стоимость c_{ij} обслуживания клиента j из пункта i , $j = 1, \dots, n$, $i = 1, \dots, m$.
- **Нужно выбрать места для размещения центров обслуживания и прикрепить клиентов к центрам обслуживания таким образом, чтобы минимизировать общую стоимость размещения центров и обслуживания клиентов.**

Постановка задачи

- Для обслуживания n клиентов отобраны m возможных мест (пунктов)
- для размещения не более q ($1 \leq q \leq m$) центров обслуживания (предприятий, складов, станций скорой помощи и т. д.).
- Для каждого пункта $i = 1, \dots, m$ заданы
 - фиксированная стоимость f_i размещения центра обслуживания
 - и его емкость (сколько клиентов он может обслужить) b_i .
- Известна также стоимость c_{ij} обслуживания клиента j из пункта i , $j = 1, \dots, n$, $i = 1, \dots, m$.
- Нужно выбрать места для размещения центров обслуживания **и прикрепить клиентов к центрам обслуживания таким образом**, чтобы минимизировать общую стоимость размещения центров и обслуживания клиентов.

Постановка задачи

- Для обслуживания n клиентов отобраны m возможных мест (пунктов)
- для размещения не более q ($1 \leq q \leq m$) центров обслуживания (предприятий, складов, станций скорой помощи и т. д.).
- Для каждого пункта $i = 1, \dots, m$ заданы
 - фиксированная стоимость f_i размещения центра обслуживания
 - и его емкость (сколько клиентов он может обслужить) b_i .
- Известна также стоимость c_{ij} обслуживания клиента j из пункта i , $j = 1, \dots, n$, $i = 1, \dots, m$.
- Нужно выбрать места для размещения центров обслуживания и прикрепить клиентов к центрам обслуживания таким образом, **чтобы минимизировать общую стоимость размещения центров и обслуживания клиентов.**

Суть задачи

- Часто величины c_{ij} представляют собой транспортные расходы.
- Если $q = n$ и не брать в расчет фиксированные затраты на размещение объектов,
- то оптимальным решением было бы размещение центров во всех возможных местах.
- С другой стороны, если не учитывать затраты на транспортировку и предположить, что все $b_i = n$,
- то оптимальное решение состояло бы в том, чтобы разместить только один центр в пункте, где фиксированные затраты минимальны.
- Можно считать, что суть задачи размещения центров обслуживания в том,
- чтобы оптимально соотнести фиксированные и транспортные расходы.

Суть задачи

- Часто величины c_{ij} представляют собой транспортные расходы.
- Если $q = n$ и не брать в расчет фиксированные затраты на размещение объектов,
 - то оптимальным решением было бы размещение центров во всех возможных местах.
 - С другой стороны, если не учитывать затраты на транспортировку и предположить, что все $b_i = n$,
 - то оптимальное решение состояло бы в том, чтобы разместить только один центр в пункте, где фиксированные затраты минимальны.
- Можно считать, что суть задачи размещения центров обслуживания в том,
 - чтобы оптимально соотнести фиксированные и транспортные расходы.

Суть задачи

- Часто величины c_{ij} представляют собой транспортные расходы.
- Если $q = n$ и не брать в расчет фиксированные затраты на размещение объектов,
- **то оптимальным решением было бы размещение центров во всех возможных местах.**
- С другой стороны, если не учитывать затраты на транспортировку и предположить, что все $b_i = n$,
- то оптимальное решение состояло бы в том, чтобы разместить только один центр в пункте, где фиксированные затраты минимальны.
- Можно считать, что суть задачи размещения центров обслуживания в том,
- чтобы оптимально соотнести фиксированные и транспортные расходы.

Суть задачи

- Часто величины c_{ij} представляют собой транспортные расходы.
- Если $q = n$ и не брать в расчет фиксированные затраты на размещение объектов,
- то оптимальным решением было бы размещение центров во всех возможных местах.
- С другой стороны, если не учитывать затраты на транспортировку и предположить, что все $b_i = n$,
- то оптимальное решение состояло бы в том, чтобы разместить только один центр в пункте, где фиксированные затраты минимальны.
- Можно считать, что суть задачи размещения центров обслуживания в том,
- чтобы оптимально соотнести фиксированные и транспортные расходы.

Суть задачи

- Часто величины c_{ij} представляют собой транспортные расходы.
- Если $q = n$ и не брать в расчет фиксированные затраты на размещение объектов,
- то оптимальным решением было бы размещение центров во всех возможных местах.
- С другой стороны, если не учитывать затраты на транспортировку и предположить, что все $b_i = n$,
- то оптимальное решение состояло бы в том, чтобы разместить только один центр в пункте, где фиксированные затраты минимальны.
- Можно считать, что суть задачи размещения центров обслуживания в том,
- чтобы оптимально соотнести фиксированные и транспортные расходы.

Суть задачи

- Часто величины c_{ij} представляют собой транспортные расходы.
- Если $q = n$ и не брать в расчет фиксированные затраты на размещение объектов,
- то оптимальным решением было бы размещение центров во всех возможных местах.
- С другой стороны, если не учитывать затраты на транспортировку и предположить, что все $b_i = n$,
- то оптимальное решение состояло бы в том, чтобы разместить только один центр в пункте, где фиксированные затраты минимальны.
- Можно считать, что суть задачи размещения центров обслуживания в том,
- чтобы оптимально соотнести фиксированные и транспортные расходы.

Суть задачи

- Часто величины c_{ij} представляют собой транспортные расходы.
- Если $q = n$ и не брать в расчет фиксированные затраты на размещение объектов,
- то оптимальным решением было бы размещение центров во всех возможных местах.
- С другой стороны, если не учитывать затраты на транспортировку и предположить, что все $b_i = n$,
- то оптимальное решение состояло бы в том, чтобы разместить только один центр в пункте, где фиксированные затраты минимальны.
- Можно считать, что суть задачи размещения центров обслуживания в том,
- чтобы оптимально соотнести фиксированные и транспортные расходы.

Переменные

Введем два семейства бинарных переменных:

- $y_i = 1$, если центр размещается в пункте i ,
и $y_i = 0$ в противном случае;
- $x_{ij} = 1$, если потребитель j обслуживается из пункта i ,
и $x_{ij} = 0$ в противном случае.

Переменные

Введем два семейства бинарных переменных:

- $y_i = 1$, если центр размещается в пункте i ,
и $y_i = 0$ в противном случае;
- $x_{ij} = 1$, если потребитель j обслуживается из пункта i ,
и $x_{ij} = 0$ в противном случае.

Переменные

Введем два семейства бинарных переменных:

- $y_i = 1$, если центр размещается в пункте i ,
и $y_i = 0$ в противном случае;
- $x_{ij} = 1$, если потребитель j обслуживается из пункта i ,
и $x_{ij} = 0$ в противном случае.

Переменные

Введем два семейства бинарных переменных:

- $y_i = 1$, если центр размещается в пункте i ,
и $y_i = 0$ в противном случае;
- $x_{ij} = 1$, если потребитель j обслуживается из пункта i ,
и $x_{ij} = 0$ в противном случае.

Переменные

Введем два семейства бинарных переменных:

- $y_i = 1$, если центр размещается в пункте i ,
и $y_i = 0$ в противном случае;
- $x_{ij} = 1$, если потребитель j обслуживается из пункта i ,
и $x_{ij} = 0$ в противном случае.

Формулировка

- Цель — минимизировать издержки на размещение центров и на обслуживание клиентов.
- Должно быть не больше q центров.
- Каждый клиент должен быть прикреплен к одному центру.
- Если в пункте i размещен центр, то к нему прикреплено не более b_i клиентов.
- Все переменные бинарные.

$$\sum_{i=1}^m f_i y_i + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min,$$

$$\sum_{i=1}^m y_i \leq q,$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = 1, \quad j = 1, \dots, n,$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} \leq b_i y_i, \quad i = 1, \dots, m,$$

$$y_i \in \{0, 1\}, \quad i = 1, \dots, m,$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\}, \quad i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n.$$

Формулировка

- Цель — минимизировать издержки на размещение центров и на обслуживание клиентов.
- Должно быть не больше q центров.
- Каждый клиент должен быть прикреплен к одному центру.
- Если в пункте i размещен центр, то к нему прикреплено не более b_i клиентов.
- Все переменные бинарные.

$$\sum_{i=1}^m f_i y_i + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min,$$

$$\sum_{i=1}^m y_i \leq q,$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = 1, \quad j = 1, \dots, n,$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} \leq b_i y_i, \quad i = 1, \dots, m,$$

$$y_i \in \{0, 1\}, \quad i = 1, \dots, m,$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\}, \quad i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n.$$

Формулировка

- Цель — минимизировать издержки на размещение центров **и на обслуживание клиентов.**
- Должно быть не больше q центров.
- Каждый клиент должен быть прикреплен к одному центру.
- Если в пункте i размещен центр, то к нему прикреплено не более b_i клиентов.
- Все переменные бинарные.

$$\sum_{i=1}^m f_i y_i + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min,$$

$$\sum_{i=1}^m y_i \leq q,$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = 1, \quad j = 1, \dots, n,$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} \leq b_i y_i, \quad i = 1, \dots, m,$$

$$y_i \in \{0, 1\}, \quad i = 1, \dots, m,$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\}, \quad i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n.$$

Формулировка

- Цель — минимизировать издержки на размещение центров и на обслуживание клиентов.
- Должно быть не больше q центров.
- Каждый клиент должен быть прикреплен к одному центру.
- Если в пункте i размещен центр, то к нему прикреплено не более b_i клиентов.
- Все переменные бинарные.

$$\sum_{i=1}^m f_i y_i + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min,$$

$$\sum_{i=1}^m y_i \leq q,$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = 1, \quad j = 1, \dots, n,$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} \leq b_i y_i, \quad i = 1, \dots, m,$$

$$y_i \in \{0, 1\}, \quad i = 1, \dots, m,$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\}, \quad i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n.$$

Формулировка

- Цель — минимизировать издержки на размещение центров и на обслуживание клиентов.
- Должно быть не больше q центров.
- Каждый клиент должен быть прикреплен к одному центру.
- Если в пункте i размещен центр, то к нему прикреплено не более b_i клиентов.
- Все переменные бинарные.

$$\sum_{i=1}^m f_i y_i + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min,$$

$$\sum_{i=1}^m y_i \leq q,$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = 1, \quad j = 1, \dots, n,$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} \leq b_i y_i, \quad i = 1, \dots, m,$$

$$y_i \in \{0, 1\}, \quad i = 1, \dots, m,$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\}, \quad i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n.$$

Формулировка

- Цель — минимизировать издержки на размещение центров и на обслуживание клиентов.
- Должно быть не больше q центров.
- Каждый клиент должен быть прикреплен к одному центру.
- Если в пункте i размещен центр, то к нему прикреплено не более b_i клиентов.
- Все переменные бинарные.

$$\sum_{i=1}^m f_i y_i + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min,$$

$$\sum_{i=1}^m y_i \leq q,$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = 1, \quad j = 1, \dots, n,$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} \leq b_i y_i, \quad i = 1, \dots, m,$$

$$y_i \in \{0, 1\}, \quad i = 1, \dots, m,$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\}, \quad i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n.$$

Формулировка

- Цель — минимизировать издержки на размещение центров и на обслуживание клиентов.
- Должно быть не больше q центров.
- Каждый клиент должен быть прикреплен к одному центру.
- Если в пункте i размещен центр, то к нему прикреплено не более b_i клиентов.
- Все переменные бинарные.

$$\sum_{i=1}^m f_i y_i + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min,$$

$$\sum_{i=1}^m y_i \leq q,$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = 1, \quad j = 1, \dots, n,$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} \leq b_i y_i, \quad i = 1, \dots, m,$$

$$y_i \in \{0, 1\}, \quad i = 1, \dots, m,$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\}, \quad i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n.$$

Формулировка

- Практика показала, что приведенная формулировка слабая.
- Известны примеры, когда хорошие коммерческие программы не могли решить конкретные примеры этой 3-чи ЦП.
- Но после добавления неравенств
- $x_{ij} \leq y_i, \quad i = 1, \dots, m,$
 $j = 1, \dots, n,$
- те же примеры решались за несколько минут.

$$\sum_{i=1}^m f_i y_i + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min,$$

$$\sum_{i=1}^m y_i \leq q,$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = 1, \quad j = 1, \dots, n,$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} \leq b_i y_i, \quad i = 1, \dots, m,$$

$$y_i \in \{0, 1\}, \quad i = 1, \dots, m,$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\}, \quad i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n.$$

Формулировка

- Практика показала, что приведенная формулировка слабая.
- Известны примеры, когда хорошие коммерческие программы не могли решить конкретные примеры этой 3-чи ЦП.
- Но после добавления неравенств
- $x_{ij} \leq y_i, \quad i = 1, \dots, m,$
 $j = 1, \dots, n,$
- те же примеры решались за несколько минут.

$$\sum_{i=1}^m f_i y_i + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min,$$

$$\sum_{i=1}^m y_i \leq q,$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = 1, \quad j = 1, \dots, n,$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} \leq b_i y_i, \quad i = 1, \dots, m,$$

$$y_i \in \{0, 1\}, \quad i = 1, \dots, m,$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\}, \quad i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n.$$

Формулировка

- Практика показала, что приведенная формулировка слабая.
- Известны примеры, когда хорошие коммерческие программы не могли решить конкретные примеры этой 3-чи ЦП.
- **Но после добавления неравенств**
- $x_{ij} \leq y_i, \quad i = 1, \dots, m,$
 $j = 1, \dots, n,$
- те же примеры решались за несколько минут.

$$\sum_{i=1}^m f_i y_i + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min,$$

$$\sum_{i=1}^m y_i \leq q,$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = 1, \quad j = 1, \dots, n,$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} \leq b_i y_i, \quad i = 1, \dots, m,$$

$$y_i \in \{0, 1\}, \quad i = 1, \dots, m,$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\}, \quad i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n.$$

Формулировка

- Практика показала, что приведенная формулировка слабая.
- Известны примеры, когда хорошие коммерческие программы не могли решить конкретные примеры этой 3-чи ЦП.
- Но после добавления неравенств
- $x_{ij} \leq y_i, \quad i = 1, \dots, m,$
 $\quad \quad \quad j = 1, \dots, n,$
- те же примеры решались за несколько минут.

$$\sum_{i=1}^m f_i y_i + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min,$$

$$\sum_{i=1}^m y_i \leq q,$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = 1, \quad j = 1, \dots, n,$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} \leq b_i y_i, \quad i = 1, \dots, m,$$

$$y_i \in \{0, 1\}, \quad i = 1, \dots, m,$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\}, \quad i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n.$$

Формулировка

- Практика показала, что приведенная формулировка слабая.
- Известны примеры, когда хорошие коммерческие программы не могли решить конкретные примеры этой 3-чи ЦП.
- Но после добавления неравенств
- $x_{ij} \leq y_i, \quad i = 1, \dots, m,$
 $j = 1, \dots, n,$
- те же примеры решались за несколько минут.

$$\sum_{i=1}^m f_i y_i + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min,$$

$$\sum_{i=1}^m y_i \leq q,$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = 1, \quad j = 1, \dots, n,$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} \leq b_i y_i, \quad i = 1, \dots, m,$$

$$y_i \in \{0, 1\}, \quad i = 1, \dots, m,$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\}, \quad i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n.$$

План лекции

1 Примеры задач СЦП

- Размещение центров обслуживания
- Менеджмент портфеля: индексный фонд
- Краткосрочный финансовый менеджмент

2 Размер партии

- Размер партии: однопродуктовая модель
- Размер партии: многопродуктовая модель

Менеджмент портфеля

- *Менеджмент портфеля* — это проблема инвестирования заданного капитала в ценные бумаги с целью максимизации «возврата» при ограниченном «риске».
- Имеются две ортогональные стратегии менеджмента портфеля: активная и пассивная.
- *Активная стратегия* предполагает использование методов анализа и прогноза для достижения требуемого уровня эффективности.
- В противоположность, *пассивная стратегия* советует не полагаться на прогнозы, а диверсифицировать инвестиции для минимизации риска.
- Цель состоит в том, чтобы создать и поддерживать портфель, который отражает изменения широкой рыночной популяции или рыночного индекса.
- Такой портфель называется *индексным фондом*.

Менеджмент портфеля

- *Менеджмент портфеля* — это проблема инвестирования заданного капитала в ценные бумаги с целью максимизации «возврата» при ограниченном «риске».
- **Имеются две ортогональные стратегии менеджмента портфеля: активная и пассивная.**
- *Активная стратегия* предполагает использование методов анализа и прогноза для достижения требуемого уровня эффективности.
- В противоположность, *пассивная стратегия* советует не полагаться на прогнозы, а диверсифицировать инвестиции для минимизации риска.
- Цель состоит в том, чтобы создать и поддерживать портфель, который отражает изменения широкой рыночной популяции или рыночного индекса.
- Такой портфель называется *индексным фондом*.

Менеджмент портфеля

- *Менеджмент портфеля* — это проблема инвестирования заданного капитала в ценные бумаги с целью максимизации «возврата» при ограниченном «риске».
- Имеются две ортогональные стратегии менеджмента портфеля: активная и пассивная.
- *Активная стратегия* предполагает использование методов анализа и прогноза для достижения требуемого уровня эффективности.
- В противоположность, *пассивная стратегия* советует не полагаться на прогнозы, а диверсифицировать инвестиции для минимизации риска.
- Цель состоит в том, чтобы создать и поддерживать портфель, который отражает изменения широкой рыночной популяции или рыночного индекса.
- Такой портфель называется *индексным фондом*.

Менеджмент портфеля

- *Менеджмент портфеля* — это проблема инвестирования заданного капитала в ценные бумаги с целью максимизации «возврата» при ограниченном «риске».
- Имеются две ортогональные стратегии менеджмента портфеля: активная и пассивная.
- *Активная стратегия* предполагает использование методов анализа и прогноза для достижения требуемого уровня эффективности.
- В противоположность, *пассивная стратегия* советует не полагаться на прогнозы, а диверсифицировать инвестиции для минимизации риска.
- Цель состоит в том, чтобы создать и поддерживать портфель, который отражает изменения широкой рыночной популяции или рыночного индекса.
- Такой портфель называется *индексным фондом*.

Менеджмент портфеля

- *Менеджмент портфеля* — это проблема инвестирования заданного капитала в ценные бумаги с целью максимизации «возврата» при ограниченном «риске».
- Имеются две ортогональные стратегии менеджмента портфеля: активная и пассивная.
- *Активная стратегия* предполагает использование методов анализа и прогноза для достижения требуемого уровня эффективности.
- В противоположность, *пассивная стратегия* советует не полагаться на прогнозы, а диверсифицировать инвестиции для минимизации риска.
- **Цель состоит в том, чтобы создать и поддерживать портфель, который отражает изменения широкой рыночной популяции или рыночного индекса.**
- Такой портфель называется *индексным фондом*.

Менеджмент портфеля

- *Менеджмент портфеля* — это проблема инвестирования заданного капитала в ценные бумаги с целью максимизации «возврата» при ограниченном «риске».
- Имеются две ортогональные стратегии менеджмента портфеля: активная и пассивная.
- *Активная стратегия* предполагает использование методов анализа и прогноза для достижения требуемого уровня эффективности.
- В противоположность, *пассивная стратегия* советует не полагаться на прогнозы, а диверсифицировать инвестиции для минимизации риска.
- Цель состоит в том, чтобы создать и поддерживать портфель, который отражает изменения широкой рыночной популяции или рыночного индекса.
- Такой портфель называется *индексным фондом*.

Имитация рыночного индекса

- Формирование индексного фонда начинается с выбора широкого рыночного индекса в качестве аппроксимации всего рынка.
- В чистом виде индексный подход состоит в покупке всех активов в тех же пропорциях, в каких они присутствуют в индексе.
- На практике это трудноосуществимо или даже невозможно.
- Поэтому рыночный индекс агрегируется сравнительно небольшим *индексным фондом* из акций не более чем q типов, где q существенно меньше числа всех типов акций индекса.
- Такой подход необязательно приводит к формированию оптимального портфеля относительно отношения доход/риск.

Имитация рыночного индекса

- Формирование индексного фонда начинается с выбора широкого рыночного индекса в качестве аппроксимации всего рынка.
- В чистом виде индексный подход состоит в покупке всех активов в тех же пропорциях, в каких они присутствуют в индексе.
- На практике это трудноосуществимо или даже невозможно.
- Поэтому рыночный индекс агрегируется сравнительно небольшим *индексным фондом* из акций не более чем q типов, где q существенно меньше числа всех типов акций индекса.
- Такой подход необязательно приводит к формированию оптимального портфеля относительно отношения доход/риск.

Имитация рыночного индекса

- Формирование индексного фонда начинается с выбора широкого рыночного индекса в качестве аппроксимации всего рынка.
- В чистом виде индексный подход состоит в покупке всех активов в тех же пропорциях, в каких они присутствуют в индексе.
- На практике это трудноосуществимо или даже невозможно.
- Поэтому рыночный индекс агрегируется сравнительно небольшим *индексным фондом* из акций не более чем q типов, где q существенно меньше числа всех типов акций индекса.
- Такой подход необязательно приводит к формированию оптимального портфеля относительно отношения доход/риск.

Имитация рыночного индекса

- Формирование индексного фонда начинается с выбора широкого рыночного индекса в качестве аппроксимации всего рынка.
- В чистом виде индексный подход состоит в покупке всех активов в тех же пропорциях, в каких они присутствуют в индексе.
- На практике это трудноосуществимо или даже невозможно.
- Поэтому рыночный индекс агрегируется сравнительно небольшим *индексным фондом* из акций не более чем q типов, где q существенно меньше числа всех типов акций индекса.
- Такой подход необязательно приводит к формированию оптимального портфеля относительно отношения доход/риск.

Имитация рыночного индекса

- Формирование индексного фонда начинается с выбора широкого рыночного индекса в качестве аппроксимации всего рынка.
- В чистом виде индексный подход состоит в покупке всех активов в тех же пропорциях, в каких они присутствуют в индексе.
- На практике это трудноосуществимо или даже невозможно.
- Поэтому рыночный индекс агрегируется сравнительно небольшим *индексным фондом* из акций не более чем q типов, где q существенно меньше числа всех типов акций индекса.
- Такой подход необязательно приводит к формированию оптимального портфеля относительно отношения доход/риск.

Постановка задачи

- Входными данными для модели является $n \times n$ -матрица $[\rho_{ij}]$, элемент ρ_{ij} которой оценивает «похожесть» между акциями i и j (ρ_{ij} меньше для более похожих акций).
- Например, мы можем оценить коэффициенты ρ_{ij} по известным возвратам акций за T предшествующих периодов.
- Пусть $R_i(t)$ есть возврат (на один вложенный доллар) акции i в период t .
- Тогда можно вычислить $\rho_{ij} = \sum_{t=1}^T p^{T-t} (R_i(t) - R_j(t))^2$, где $0 < p < 1$ есть дисконтный множитель, который призван повысить значимость недавних периодов по сравнению с ранними периодами.
- Нужно определить, какие акции и в какой пропорции должны присутствовать в портфеле.

Постановка задачи

- Входными данными для модели является $n \times n$ -матрица $[\rho_{ij}]$, элемент ρ_{ij} которой оценивает «похожесть» между акциями i и j (ρ_{ij} меньше для более похожих акций).
- Например, мы можем оценить коэффициенты ρ_{ij} по известным возвратам акций за T предшествующих периодов.
- Пусть $R_i(t)$ есть возврат (на один вложенный доллар) акции i в период t .
- Тогда можно вычислить $\rho_{ij} = \sum_{t=1}^T p^{T-t} (R_i(t) - R_j(t))^2$, где $0 < p < 1$ есть дисконтный множитель, который призван повысить значимость недавних периодов по сравнению с ранними периодами.
- Нужно определить, какие акции и в какой пропорции должны присутствовать в портфеле.

Постановка задачи

- Входными данными для модели является $n \times n$ -матрица $[\rho_{ij}]$, элемент ρ_{ij} которой оценивает «похожесть» между акциями i и j (ρ_{ij} меньше для более похожих акций).
- Например, мы можем оценить коэффициенты ρ_{ij} по известным возвратам акций за T предшествующих периодов.
- Пусть $R_i(t)$ есть возврат (на один вложенный доллар) акции i в период t .
- Тогда можно вычислить $\rho_{ij} = \sum_{t=1}^T p^{T-t} (R_i(t) - R_j(t))^2$, где $0 < p < 1$ есть дисконтный множитель, который призван повысить значимость недавних периодов по сравнению с ранними периодами.
- Нужно определить, какие акции и в какой пропорции должны присутствовать в портфеле.

Постановка задачи

- Входными данными для модели является $n \times n$ -матрица $[\rho_{ij}]$, элемент ρ_{ij} которой оценивает «похожесть» между акциями i и j (ρ_{ij} меньше для более похожих акций).
- Например, мы можем оценить коэффициенты ρ_{ij} по известным возвратам акций за T предшествующих периодов.
- Пусть $R_i(t)$ есть возврат (на один вложенный доллар) акции i в период t .
- Тогда можно вычислить $\rho_{ij} = \sum_{t=1}^T p^{T-t} (R_i(t) - R_j(t))^2$, где $0 < p < 1$ есть дисконтный множитель, который призван повысить значимость недавних периодов по сравнению с ранними периодами.
- Нужно определить, какие акции и в какой пропорции должны присутствовать в портфеле.

Постановка задачи

- Входными данными для модели является $n \times n$ -матрица $[\rho_{ij}]$, элемент ρ_{ij} которой оценивает «похожесть» между акциями i и j (ρ_{ij} меньше для более похожих акций).
- Например, мы можем оценить коэффициенты ρ_{ij} по известным возвратам акций за T предшествующих периодов.
- Пусть $R_i(t)$ есть возврат (на один вложенный доллар) акции i в период t .
- Тогда можно вычислить $\rho_{ij} = \sum_{t=1}^T p^{T-t} (R_i(t) - R_j(t))^2$, где $0 < p < 1$ есть дисконтный множитель, который призван повысить значимость недавних периодов по сравнению с ранними периодами.
- Нужно определить, какие акции и в какой пропорции должны присутствовать в портфеле.

Постановка задачи

- Входными данными для модели является $n \times n$ -матрица $[\rho_{ij}]$, элемент ρ_{ij} которой оценивает «похожесть» между акциями i и j (ρ_{ij} меньше для более похожих акций).
- Например, мы можем оценить коэффициенты ρ_{ij} по известным возвратам акций за T предшествующих периодов.
- Пусть $R_i(t)$ есть возврат (на один вложенный доллар) акции i в период t .
- Тогда можно вычислить $\rho_{ij} = \sum_{t=1}^T p^{T-t} (R_i(t) - R_j(t))^2$, где $0 < p < 1$ есть дисконтный множитель, который призван повысить значимость недавних периодов по сравнению с ранними периодами.
- Нужно определить, какие акции и в какой пропорции должны присутствовать в портфеле.

Постановка задачи

- Входными данными для модели является $n \times n$ -матрица $[\rho_{ij}]$, элемент ρ_{ij} которой оценивает «похожесть» между акциями i и j (ρ_{ij} меньше для более похожих акций).
- Например, мы можем оценить коэффициенты ρ_{ij} по известным возвратам акций за T предшествующих периодов.
- Пусть $R_i(t)$ есть возврат (на один вложенный доллар) акции i в период t .
- Тогда можно вычислить $\rho_{ij} = \sum_{t=1}^T p^{T-t} (R_i(t) - R_j(t))^2$, где $0 < p < 1$ есть дисконтный множитель, который призван повысить значимость недавних периодов по сравнению с ранними периодами.
- Нужно определить, какие акции и в какой пропорции должны присутствовать в портфеле.

Переменные

Введем два семейства бинарных переменных:

- $y_i = 1$, если акция i находится в индексном фонде, и $y_i = 0$ в противном случае;
- $x_{ij} = 1$, если акция i в индексном фонде заменяет акцию j , и $x_{ij} = 0$ в противном случае.

Переменные

Введем два семейства бинарных переменных:

- $y_i = 1$, если акция i находится в индексном фонде, и $y_i = 0$ в противном случае;
- $x_{ij} = 1$, если акция i в индексном фонде заменяет акцию j , и $x_{ij} = 0$ в противном случае.

Переменные

Введем два семейства бинарных переменных:

- $y_i = 1$, если акция i находится в индексном фонде, и $y_i = 0$ в противном случае;
- $x_{ij} = 1$, если акция i в индексном фонде заменяет акцию j , и $x_{ij} = 0$ в противном случае.

Переменные

Введем два семейства бинарных переменных:

- $y_i = 1$, если акция i находится в индексном фонде, и $y_i = 0$ в противном случае;
- $x_{ij} = 1$, если акция i в индексном фонде заменяет акцию j , и $x_{ij} = 0$ в противном случае.

Переменные

Введем два семейства бинарных переменных:

- $y_i = 1$, если акция i находится в индексном фонде, и $y_i = 0$ в противном случае;
- $x_{ij} = 1$, если акция i в индексном фонде заменяет акцию j , и $x_{ij} = 0$ в противном случае.

Формулировка

- Цель — построить индекс. фонд, который наиболее точно представляет рыночный индекс.
- Индексный фонд содержит не более q различных акций.
- Каждая акция из рыночного индекса заменяется в индексном фонде точно одной акцией.
- Акции не из индексного фонда не могут заменять другие акции.
- Все переменные бинарные.

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \rho_{ij} x_{ij} \rightarrow \min,$$

$$\sum_{i=1}^n y_i \leq q,$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = 1, \quad j = 1, \dots, n,$$

$$x_{ij} \leq y_i, \quad i, j = 1, \dots, n,$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\}, \quad i, j = 1, \dots, n,$$

$$y_i \in \{0, 1\}, \quad i = 1, \dots, n.$$

Формулировка

- Цель — построить индекс. фонд, который наиболее точно представляет рыночный индекс.
- **Индексный фонд содержит не более q различных акций.**
- Каждая акция из рыночного индекса заменяется в индексном фонде точно одной акцией.
- Акции не из индексного фонда не могут заменять другие акции.
- Все переменные бинарные.

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \rho_{ij} x_{ij} \rightarrow \min,$$

$$\sum_{i=1}^n y_i \leq q,$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = 1, \quad j = 1, \dots, n,$$

$$x_{ij} \leq y_i, \quad i, j = 1, \dots, n,$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\}, \quad i, j = 1, \dots, n,$$

$$y_i \in \{0, 1\}, \quad i = 1, \dots, n.$$

Формулировка

- Цель — построить индекс. фонд, который наиболее точно представляет рыночный индекс.
- Индексный фонд содержит не более q различных акций.
- Каждая акция из рыночного индекса заменяется в индексном фонде точно одной акцией.
- Акции не из индексного фонда не могут заменять другие акции.
- Все переменные бинарные.

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \rho_{ij} x_{ij} \rightarrow \min,$$

$$\sum_{i=1}^n y_i \leq q,$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = 1, \quad j = 1, \dots, n,$$

$$x_{ij} \leq y_i, \quad i, j = 1, \dots, n,$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\}, \quad i, j = 1, \dots, n,$$

$$y_i \in \{0, 1\}, \quad i = 1, \dots, n.$$

Формулировка

- Цель — построить индекс. фонд, который наиболее точно представляет рыночный индекс.
- Индексный фонд содержит не более q различных акций.
- Каждая акция из рыночного индекса заменяется в индексном фонде точно одной акцией.
- **Акции не из индексного фонда не могут заменять другие акции.**
- Все переменные бинарные.

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \rho_{ij} x_{ij} \rightarrow \min,$$

$$\sum_{i=1}^n y_i \leq q,$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = 1, \quad j = 1, \dots, n,$$

$$x_{ij} \leq y_i, \quad i, j = 1, \dots, n,$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\}, \quad i, j = 1, \dots, n,$$

$$y_i \in \{0, 1\}, \quad i = 1, \dots, n.$$

Формулировка

- Цель — построить индекс. фонд, который наиболее точно представляет рыночный индекс.
- Индексный фонд содержит не более q различных акций.
- Каждая акция из рыночного индекса заменяется в индексном фонде точно одной акцией.
- Акции не из индексного фонда не могут заменять другие акции.
- Все переменные бинарные.

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \rho_{ij} x_{ij} \rightarrow \min,$$

$$\sum_{i=1}^n y_i \leq q,$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = 1, \quad j = 1, \dots, n,$$

$$x_{ij} \leq y_i, \quad i, j = 1, \dots, n,$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\}, \quad i, j = 1, \dots, n,$$

$$y_i \in \{0, 1\}, \quad i = 1, \dots, n.$$

План лекции

- 1 Примеры задач СЦП
 - Размещение центров обслуживания
 - Менеджмент портфеля: индексный фонд
 - Краткосрочный финансовый менеджмент
- 2 Размер партии
 - Размер партии: однопродуктовая модель
 - Размер партии: многопродуктовая модель

Финансовый менеджмент

- *Финансовый менеджмент* в краткосрочной перспективе есть одна из задач бухгалтерии большой фирмы.
- При неудачном управлении финансами доходы получают банки, в которых хранятся денежные средства, а не их владелец.
- Свободные деньги также должны работать.
- Прибыль можно существенно увеличить, если работать активно на рынке ценных бумаг.

Финансовый менеджмент

- *Финансовый менеджмент* в краткосрочной перспективе есть одна из задач бухгалтерии большой фирмы.
- При неудачном управлении финансами доходы получают банки, в которых хранятся денежные средства, а не их владелец.
- Свободные деньги также должны работать.
- Прибыль можно существенно увеличить, если работать активно на рынке ценных бумаг.

Финансовый менеджмент

- *Финансовый менеджмент* в краткосрочной перспективе есть одна из задач бухгалтерии большой фирмы.
- При неудачном управлении финансами доходы получают банки, в которых хранятся денежные средства, а не их владелец.
- **Свободные деньги также должны работать.**
- Прибыль можно существенно увеличить, если работать активно на рынке ценных бумаг.

Финансовый менеджмент

- *Финансовый менеджмент* в краткосрочной перспективе есть одна из задач бухгалтерии большой фирмы.
- При неудачном управлении финансами доходы получают банки, в которых хранятся денежные средства, а не их владелец.
- Свободные деньги также должны работать.
- Прибыль можно существенно увеличить, если работать активно на рынке ценных бумаг.

Постановка задачи

- Плановый горизонт разделен на T периодов различной продолжит.; период $T + 1$ представляет конец горизонта.
- На рынке имеется n типов ценных бумаг.
- $s = (s_1, \dots, s_n)^T$ — портфель фирмы в начале планового горизонта, где $s_i \geq 0$ есть число ценных бумаг типа i .
- Стоимости продажи и покупки одной ценной бумаги типа i в период t равны c_{it}^s и c_{it}^b .
- Открыты k кредитные линии.
- Макс. объем заимствований по линии l равен u_l .
- Заемы можно получать в начале каждого периода, а возвращать — после завершения планового горизонта.
- Вычислены издержки f_{li} использования единицы заема по линии l , полученной в период t : f_{li} = месячному проценту, умноженному на время (в месяцах), оставшееся до конца планового горизонта.

Постановка задачи

- Плановый горизонт разделен на T периодов различной продолжит.; период $T + 1$ представляет конец горизонта.
- На рынке имеется n типов ценных бумаг.
- $s = (s_1, \dots, s_n)^T$ — портфель фирмы в начале планового горизонта, где $s_i \geq 0$ есть число ценных бумаг типа i .
- Стоимости продажи и покупки одной ценной бумаги типа i в период t равны c_{it}^s и c_{it}^b .
- Открыты k кредитные линии.
- Макс. объем заимствований по линии l равен u_l .
- Заемы можно получать в начале каждого периода, а возвращать — после завершения планового горизонта.
- Вычислены издержки f_{li} использования единицы займа по линии l , полученной в период t : $f_{li} =$ месячному проценту, умноженному на время (в месяцах), оставшемся до конца планового горизонта.

Постановка задачи

- Плановый горизонт разделен на T периодов различной продолжит.; период $T + 1$ представляет конец горизонта.
- На рынке имеется n типов ценных бумаг.
- $s = (s_1, \dots, s_n)^T$ — портфель фирмы в начале планового горизонта, где $s_i \geq 0$ есть число ценных бумаг типа i .
- Стоимости продажи и покупки одной ценной бумаги типа i в период t равны c_{it}^s и c_{it}^b .
- Открыты k кредитные линии.
- Макс. объем заимствований по линии l равен u_l .
- Заемы можно получать в начале каждого периода, а возвращать — после завершения планового горизонта.
- Вычислены издержки f_{li} использования единицы займа по линии l , полученной в период t : $f_{li} =$ месячному проценту, умноженному на время (в месяцах), оставшемся до конца планового горизонта.

Постановка задачи

- Плановый горизонт разделен на T периодов различной продолжит.; период $T + 1$ представляет конец горизонта.
- На рынке имеется n типов ценных бумаг.
- $s = (s_1, \dots, s_n)^T$ — портфель фирмы в начале планового горизонта, где $s_i \geq 0$ есть число ценных бумаг типа i .
- Стоимости продажи и покупки одной ценной бумаги типа i в период t равны c_{it}^s и c_{it}^b .
- Открыты k кредитные линии.
- Макс. объем заимствований по линии l равен u_l .
- Заемы можно получать в начале каждого периода, а возвращать — после завершения планового горизонта.
- Вычислены издержки f_{li} использования единицы займа по линии l , полученной в период t : $f_{li} =$ месячному проценту, умноженному на время (в месяцах), оставшемся до конца планового горизонта.

Постановка задачи

- Плановый горизонт разделен на T периодов различной продолжит.; период $T + 1$ представляет конец горизонта.
- На рынке имеется n типов ценных бумаг.
- $s = (s_1, \dots, s_n)^T$ — портфель фирмы в начале планового горизонта, где $s_i \geq 0$ есть число ценных бумаг типа i .
- Стоимости продажи и покупки одной ценной бумаги типа i в период t равны c_{it}^s и c_{it}^b .
- **Открыты k кредитные линии.**
 - Макс. объем заимствований по линии l равен u_l .
 - Заемы можно получать в начале каждого периода, а возвращать — после завершения планового горизонта.
 - Вычислены издержки f_{li} использования единицы займа по линии l , полученной в период t : $f_{li} =$ месячному проценту, умноженному на время (в месяцах), оставшемся до конца планового горизонта.

Постановка задачи

- Плановый горизонт разделен на T периодов различной продолжит.; период $T + 1$ представляет конец горизонта.
- На рынке имеется n типов ценных бумаг.
- $s = (s_1, \dots, s_n)^T$ — портфель фирмы в начале планового горизонта, где $s_i \geq 0$ есть число ценных бумаг типа i .
- Стоимости продажи и покупки одной ценной бумаги типа i в период t равны c_{it}^s и c_{it}^b .
- Открыты k кредитные линии.
- **Мах объем заимствований по линии l равен u_l .**
- Заемы можно получать в начале каждого периода, а возвращать — после завершения планового горизонта.
- Вычислены издержки f_{li} использования единицы заема по линии l , полученной в период t : $f_{li} =$ месячному проценту, умноженному на время (в месяцах), оставшемся до конца планового горизонта.

Постановка задачи

- Плановый горизонт разделен на T периодов различной продолжит.; период $T + 1$ представляет конец горизонта.
- На рынке имеется n типов ценных бумаг.
- $s = (s_1, \dots, s_n)^T$ — портфель фирмы в начале планового горизонта, где $s_i \geq 0$ есть число ценных бумаг типа i .
- Стоимости продажи и покупки одной ценной бумаги типа i в период t равны c_{it}^s и c_{it}^b .
- Открыты k кредитные линии.
- Макс. объем заимствований по линии l равен u_l .
- **Заемы можно получать в начале каждого периода, а возвращать — после завершения планового горизонта.**
- Вычислены издержки f_{li} использования единицы займа по линии l , полученной в период t : $f_{li} =$ месячному проценту, умноженному на время (в месяцах), оставшемся до конца планового горизонта.

Постановка задачи

- Плановый горизонт разделен на T периодов различной продолжит.; период $T + 1$ представляет конец горизонта.
- На рынке имеется n типов ценных бумаг.
- $s = (s_1, \dots, s_n)^T$ — портфель фирмы в начале планового горизонта, где $s_i \geq 0$ есть число ценных бумаг типа i .
- Стоимости продажи и покупки одной ценной бумаги типа i в период t равны c_{it}^s и c_{it}^b .
- Открыты k кредитные линии.
- Макс. объем заимствований по линии l равен u_l .
- Заемы можно получать в начале каждого периода, а возвращать — после завершения планового горизонта.
- Вычислены издержки f_{lt} использования единицы заема по линии l , полученной в период t : f_{lt} = месячному проценту, умноженному на время (в месяцах), оставшееся до конца планового горизонта.

Постановка задачи

- Плановый горизонт разделен на T периодов различной продолжит.; период $T + 1$ представляет конец горизонта.
- На рынке имеется n типов ценных бумаг.
- $s = (s_1, \dots, s_n)^T$ — портфель фирмы в начале планового горизонта, где $s_i \geq 0$ есть число ценных бумаг типа i .
- Стоимости продажи и покупки одной ценной бумаги типа i в период t равны c_{it}^s и c_{it}^b .
- Открыты k кредитные линии.
- Макс. объем заимствований по линии l равен u_l .
- Заемы можно получать в начале каждого периода, а возвращать — после завершения планового горизонта.
- Вычислены издержки f_{lt} использования единицы заема по линии l , полученной в период t : f_{lt} = **месячному проценту, умноженному на время (в месяцах), оставшееся до конца планового горизонта.**

Постановка задачи: продолжение

- Экзогенные (внешние) денежные потоки заданы величинами d_t , $t = 1, \dots, T$.
- Если $d_t > 0$ (соответственно $d_t < 0$), то фирма должна получить сумму d_t (заплатить $-d_t$) в начале периода t .
- Считаем, что запас наличности в начале планового горизонта учтен при вычислении d_1 .
- Для каждого периода $t = 1, \dots, T$ задана также минимальная потребность в наличности q_t .
- Нужно сбалансировать бюджет наличности таким образом,
- чтобы максимизировать «богатство» (наличность плюс продажная стоимость всех ценных бумаг минус сумма всех займов с учетом процентов) фирмы в конце планового горизонта.

Постановка задачи: продолжение

- Экзогенные (внешние) денежные потоки заданы величинами d_t , $t = 1, \dots, T$.
- Если $d_t > 0$ (соответственно $d_t < 0$), то фирма должна получить сумму d_t (заплатить $-d_t$) в начале периода t .
- Считаем, что запас наличности в начале планового горизонта учтен при вычислении d_1 .
- Для каждого периода $t = 1, \dots, T$ задана также минимальная потребность в наличности q_t .
- Нужно сбалансировать бюджет наличности таким образом,
- чтобы максимизировать «богатство» (наличность плюс продажная стоимость всех ценных бумаг минус сумма всех займов с учетом процентов) фирмы в конце планового горизонта.

Постановка задачи: продолжение

- Экзогенные (внешние) денежные потоки заданы величинами d_t , $t = 1, \dots, T$.
- Если $d_t > 0$ (соответственно $d_t < 0$), то фирма должна получить сумму d_t (заплатить $-d_t$) в начале периода t .
- **Считаем, что запас наличности в начале планового горизонта учтен при вычислении d_1 .**
- Для каждого периода $t = 1, \dots, T$ задана также минимальная потребность в наличности q_t .
- Нужно сбалансировать бюджет наличности таким образом,
- чтобы максимизировать «богатство» (наличность плюс продажная стоимость всех ценных бумаг минус сумма всех займов с учетом процентов) фирмы в конце планового горизонта.

Постановка задачи: продолжение

- Экзогенные (внешние) денежные потоки заданы величинами d_t , $t = 1, \dots, T$.
- Если $d_t > 0$ (соответственно $d_t < 0$), то фирма должна получить сумму d_t (заплатить $-d_t$) в начале периода t .
- Считаем, что запас наличности в начале планового горизонта учтен при вычислении d_1 .
- Для каждого периода $t = 1, \dots, T$ задана также минимальная потребность в наличности q_t .
- Нужно сбалансировать бюджет наличности таким образом,
- чтобы максимизировать «богатство» (наличность плюс продажная стоимость всех ценных бумаг минус сумма всех займов с учетом процентов) фирмы в конце планового горизонта.

Постановка задачи: продолжение

- Экзогенные (внешние) денежные потоки заданы величинами d_t , $t = 1, \dots, T$.
- Если $d_t > 0$ (соответственно $d_t < 0$), то фирма должна получить сумму d_t (заплатить $-d_t$) в начале периода t .
- Считаем, что запас наличности в начале планового горизонта учтен при вычислении d_1 .
- Для каждого периода $t = 1, \dots, T$ задана также минимальная потребность в наличности q_t .
- Нужно сбалансировать бюджет наличности таким образом,
- чтобы максимизировать «богатство» (наличность плюс продажная стоимость всех ценных бумаг минус сумма всех займов с учетом процентов) фирмы в конце планового горизонта.

Постановка задачи: продолжение

- Экзогенные (внешние) денежные потоки заданы величинами d_t , $t = 1, \dots, T$.
- Если $d_t > 0$ (соответственно $d_t < 0$), то фирма должна получить сумму d_t (заплатить $-d_t$) в начале периода t .
- Считаем, что запас наличности в начале планового горизонта учтен при вычислении d_1 .
- Для каждого периода $t = 1, \dots, T$ задана также минимальная потребность в наличности q_t .
- Нужно сбалансировать бюджет наличности таким образом,
- чтобы максимизировать «богатство» (наличность плюс продажная стоимость всех ценных бумаг минус сумма всех займов с учетом процентов) фирмы в конце планового горизонта.

Переменные

Определим следующие переменные:

- x_{it} — число ценных бумаг типа i в конце периода t ;
- x_{it}^s — число ценных бумаг типа i , проданных в период t ;
- x_{it}^b — число ценных бумаг типа i , купленных в период t ;
- y_t — наличность в период t ;
- z_{lt} — заем, полученный по кредитной линии l в период t .

Переменные

Определим следующие переменные:

- x_{it} — число ценных бумаг типа i в конце периода t ;
- x_{it}^s — число ценных бумаг типа i , проданных в период t ;
- x_{it}^b — число ценных бумаг типа i , купленных в период t ;
- y_t — наличность в период t ;
- z_{lt} — заем, полученный по кредитной линии l в период t .

Переменные

Определим следующие переменные:

- x_{it} — число ценных бумаг типа i в конце периода t ;
- x_{it}^s — число ценных бумаг типа i , проданных в период t ;
- x_{it}^b — число ценных бумаг типа i , купленных в период t ;
- y_t — наличность в период t ;
- z_{lt} — заем, полученный по кредитной линии l в период t .

Переменные

Определим следующие переменные:

- x_{it} — число ценных бумаг типа i в конце периода t ;
- x_{it}^s — число ценных бумаг типа i , проданных в период t ;
- x_{it}^b — число ценных бумаг типа i , купленных в период t ;
- y_t — наличность в период t ;
- z_{lt} — заем, полученный по кредитной линии l в период t .

Переменные

Определим следующие переменные:

- x_{it} — число ценных бумаг типа i в конце периода t ;
- x_{it}^s — число ценных бумаг типа i , проданных в период t ;
- x_{it}^b — число ценных бумаг типа i , купленных в период t ;
- y_t — **наличность в период t** ;
- z_{lt} — заем, полученный по кредитной линии l в период t .

Переменные

Определим следующие переменные:

- x_{it} — число ценных бумаг типа i в конце периода t ;
- x_{it}^s — число ценных бумаг типа i , проданных в период t ;
- x_{it}^b — число ценных бумаг типа i , купленных в период t ;
- y_t — наличность в период t ;
- z_{lt} — заем, полученный по кредитной линии l в период t .

Целевая функция

$$y_T + \sum_{i=1}^n c_{i,T+1}^s x_{i,T} - \sum_{t=1}^T \sum_{l=1}^k (1 + f_{lt}) z_{lt} \rightarrow \max .$$

Наша цель — максимизировать «богатство» фирмы в конце планового горизонта, которое составляют

- наличность в конце планового горизонта,
- плюс стоимость ценных бумаг после завершения планового горизонта,
- минус стоимость заемных средств с учетом «набежавших» процентов.

Целевая функция

$$y_T + \sum_{i=1}^n c_{i,T+1}^s x_{i,T} - \sum_{t=1}^T \sum_{l=1}^k (1 + f_{lt}) z_{lt} \rightarrow \max .$$

Наша цель — максимизировать «богатство» фирмы в конце планового горизонта, которое составляют

- **наличность в конце планового горизонта,**
- **плюс стоимость ценных бумаг после завершения планового горизонта,**
- **минус стоимость заемных средств с учетом «набежавших» процентов.**

Целевая функция

$$y_T + \sum_{i=1}^n c_{i,T+1}^s x_{i,T} - \sum_{t=1}^T \sum_{l=1}^k (1 + f_{lt}) z_{lt} \rightarrow \max .$$

Наша цель — максимизировать «богатство» фирмы в конце планового горизонта, которое составляют

- наличность в конце планового горизонта,
- **плюс стоимость ценных бумаг после завершения планового горизонта,**
- **минус стоимость заемных средств с учетом «набежавших» процентов.**

Целевая функция

$$y_T + \sum_{i=1}^n c_{i,T+1}^s x_{i,T} - \sum_{t=1}^T \sum_{l=1}^k (1 + f_{lt}) z_{lt} \rightarrow \max .$$

Наша цель — максимизировать «богатство» фирмы в конце планового горизонта, которое составляют

- наличность в конце планового горизонта,
- плюс стоимость ценных бумаг после завершения планового горизонта,
- минус стоимость заемных средств с учетом «набежавших» процентов.

Балансовые равенства для наличности

$$d_1 + \sum_{i=1}^n c_{i1}^s x_{i1}^s + \sum_{l=1}^k z_{l1} = y_1 + \sum_{i=1}^n c_{i1}^b x_{i1}^b,$$

$$y_{t-1} + d_t + \sum_{i=1}^n c_{it}^s x_{it}^s + \sum_{l=1}^k z_{lt} = y_t + \sum_{i=1}^n c_{it}^b x_{it}^b, \quad t = 2, \dots, T,$$

- В любой период, начиная со второго, выполняется балансовое равенство:
- сумма поступивших средств, которая включает
 - наличность в конце предыдущего периода
 - сумму внешних поступлений
 - сумму, полученную от продажи ценных бумаг,
 - сумму займов по всем кредитным линиям,
- равняется сумме выплат, которая включает
 - наличность в конце текущего периода
 - и сумму, потраченную на покупку ценных бумаг.
- Аналогичное балансовое равенство верно и для периода 1.

Балансовые равенства для наличности

$$d_1 + \sum_{i=1}^n c_{i1}^s x_{i1}^s + \sum_{l=1}^k z_{l1} = y_1 + \sum_{i=1}^n c_{i1}^b x_{i1}^b,$$

$$y_{t-1} + d_t + \sum_{i=1}^n c_{it}^s x_{it}^s + \sum_{l=1}^k z_{lt} = y_t + \sum_{i=1}^n c_{it}^b x_{it}^b, \quad t = 2, \dots, T,$$

- В любой период, начиная со второго, выполняется балансовое равенство:
- **сумма поступивших средств, которая включает**
 - наличность в конце предыдущего периода
 - сумму внешних поступлений
 - сумму, полученную от продажи ценных бумаг,
 - сумму займов по всем кредитным линиям,
- равняется сумме выплат, которая включает
 - наличность в конце текущего периода
 - и сумму, потраченную на покупку ценных бумаг.
- Аналогичное балансовое равенство верно и для периода 1.

Балансовые равенства для наличности

$$d_1 + \sum_{i=1}^n c_{i1}^s x_{i1}^s + \sum_{l=1}^k z_{l1} = y_1 + \sum_{i=1}^n c_{i1}^b x_{i1}^b,$$

$$y_{t-1} + d_t + \sum_{i=1}^n c_{it}^s x_{it}^s + \sum_{l=1}^k z_{lt} = y_t + \sum_{i=1}^n c_{it}^b x_{it}^b, \quad t = 2, \dots, T,$$

- В любой период, начиная со второго, выполняется балансовое равенство:
- сумма поступивших средств, которая включает
 - **наличность в конце предыдущего периода**
 - сумму внешних поступлений
 - сумму, полученную от продажи ценных бумаг,
 - сумму займов по всем кредитным линиям,
- равняется сумме выплат, которая включает
 - **наличность в конце текущего периода**
 - **и сумму, потраченную на покупку ценных бумаг.**
- Аналогичное балансовое равенство верно и для периода 1.

Балансовые равенства для наличности

$$d_1 + \sum_{i=1}^n c_{i1}^s x_{i1}^s + \sum_{l=1}^k z_{l1} = y_1 + \sum_{i=1}^n c_{i1}^b x_{i1}^b,$$

$$y_{t-1} + d_t + \sum_{i=1}^n c_{it}^s x_{it}^s + \sum_{l=1}^k z_{lt} = y_t + \sum_{i=1}^n c_{it}^b x_{it}^b, \quad t = 2, \dots, T,$$

- В любой период, начиная со второго, выполняется балансовое равенство:
- сумма поступивших средств, которая включает
 - наличность в конце предыдущего периода
 - **сумму внешних поступлений**
 - сумму, полученную от продажи ценных бумаг,
 - сумму займов по всем кредитным линиям,
- равняется сумме выплат, которая включает
 - наличность в конце текущего периода
 - и сумму, потраченную на покупку ценных бумаг.
- Аналогичное балансовое равенство верно и для периода 1.

Балансовые равенства для наличности

$$d_1 + \sum_{i=1}^n c_{i1}^s x_{i1}^s + \sum_{l=1}^k z_{l1} = y_1 + \sum_{i=1}^n c_{i1}^b x_{i1}^b,$$

$$y_{t-1} + d_t + \sum_{i=1}^n c_{it}^s x_{it}^s + \sum_{l=1}^k z_{lt} = y_t + \sum_{i=1}^n c_{it}^b x_{it}^b, \quad t = 2, \dots, T,$$

- В любой период, начиная со второго, выполняется балансовое равенство:
- сумма поступивших средств, которая включает
 - наличность в конце предыдущего периода
 - сумму внешних поступлений
 - сумму, полученную от продажи ценных бумаг,
 - сумму займов по всем кредитным линиям,
- равняется сумме выплат, которая включает
 - наличность в конце текущего периода
 - и сумму, потраченную на покупку ценных бумаг.
- Аналогичное балансовое равенство верно и для периода 1.

Балансовые равенства для наличности

$$d_1 + \sum_{i=1}^n c_{i1}^s x_{i1}^s + \sum_{l=1}^k z_{l1} = y_1 + \sum_{i=1}^n c_{i1}^b x_{i1}^b,$$

$$y_{t-1} + d_t + \sum_{i=1}^n c_{it}^s x_{it}^s + \sum_{l=1}^k z_{lt} = y_t + \sum_{i=1}^n c_{it}^b x_{it}^b, \quad t = 2, \dots, T,$$

- В любой период, начиная со второго, выполняется балансовое равенство:
- сумма поступивших средств, которая включает
 - наличность в конце предыдущего периода
 - сумму внешних поступлений
 - сумму, полученную от продажи ценных бумаг,
 - **сумму займов по всем кредитным линиям,**
- равняется сумме выплат, которая включает
 - наличность в конце текущего периода
 - и сумму, потраченную на покупку ценных бумаг.
- Аналогичное балансовое равенство верно и для периода 1.

Балансовые равенства для наличности

$$d_1 + \sum_{i=1}^n c_{i1}^s x_{i1}^s + \sum_{l=1}^k z_{l1} = y_1 + \sum_{i=1}^n c_{i1}^b x_{i1}^b,$$

$$y_{t-1} + d_t + \sum_{i=1}^n c_{it}^s x_{it}^s + \sum_{l=1}^k z_{lt} = y_t + \sum_{i=1}^n c_{it}^b x_{it}^b, \quad t = 2, \dots, T,$$

- В любой период, начиная со второго, выполняется балансовое равенство:
- сумма поступивших средств, которая включает
 - наличность в конце предыдущего периода
 - сумму внешних поступлений
 - сумму, полученную от продажи ценных бумаг,
 - сумму займов по всем кредитным линиям,
- **равняется сумме выплат, которая включает**
 - **наличность в конце текущего периода**
 - **и сумму, потраченную на покупку ценных бумаг.**
- Аналогичное балансовое равенство верно и для периода 1.

Балансовые равенства для наличности

$$d_1 + \sum_{i=1}^n c_{i1}^s x_{i1}^s + \sum_{l=1}^k z_{l1} = y_1 + \sum_{i=1}^n c_{i1}^b x_{i1}^b,$$

$$y_{t-1} + d_t + \sum_{i=1}^n c_{it}^s x_{it}^s + \sum_{l=1}^k z_{lt} = y_t + \sum_{i=1}^n c_{it}^b x_{it}^b, \quad t = 2, \dots, T,$$

- В любой период, начиная со второго, выполняется балансовое равенство:
- сумма поступивших средств, которая включает
 - наличность в конце предыдущего периода
 - сумму внешних поступлений
 - сумму, полученную от продажи ценных бумаг,
 - сумму займов по всем кредитным линиям,
- равняется сумме выплат, которая включает
 - **наличность в конце текущего периода**
 - и сумму, потраченную на покупку ценных бумаг.
- Аналогичное балансовое равенство верно и для периода 1.

Балансовые равенства для наличности

$$d_1 + \sum_{i=1}^n c_{i1}^s x_{i1}^s + \sum_{l=1}^k z_{l1} = y_1 + \sum_{i=1}^n c_{i1}^b x_{i1}^b,$$

$$y_{t-1} + d_t + \sum_{i=1}^n c_{it}^s x_{it}^s + \sum_{l=1}^k z_{lt} = y_t + \sum_{i=1}^n c_{it}^b x_{it}^b, \quad t = 2, \dots, T,$$

- В любой период, начиная со второго, выполняется балансовое равенство:
- сумма поступивших средств, которая включает
 - наличность в конце предыдущего периода
 - сумму внешних поступлений
 - сумму, полученную от продажи ценных бумаг,
 - сумму займов по всем кредитным линиям,
- равняется сумме выплат, которая включает
 - наличность в конце текущего периода
 - и сумму, потраченную на покупку ценных бумаг.
- Аналогичное балансовое равенство верно и для периода 1.

Балансовые равенства для наличности

$$d_1 + \sum_{i=1}^n c_{i1}^s x_{i1}^s + \sum_{l=1}^k z_{l1} = y_1 + \sum_{i=1}^n c_{i1}^b x_{i1}^b,$$

$$y_{t-1} + d_t + \sum_{i=1}^n c_{it}^s x_{it}^s + \sum_{l=1}^k z_{lt} = y_t + \sum_{i=1}^n c_{it}^b x_{it}^b, \quad t = 2, \dots, T,$$

- В любой период, начиная со второго, выполняется балансовое равенство:
- сумма поступивших средств, которая включает
 - наличность в конце предыдущего периода
 - сумму внешних поступлений
 - сумму, полученную от продажи ценных бумаг,
 - сумму займов по всем кредитным линиям,
- равняется сумме выплат, которая включает
 - наличность в конце текущего периода
 - и сумму, потраченную на покупку ценных бумаг.
- Аналогичное балансовое равенство верно и для периода 1.

Балансовые равенства для ценных бумаг

$$s_i + x_{i1}^b - x_{i1}^s = x_{i1}, \quad i = 1, \dots, n,$$

$$x_{i,t-1} + x_{it}^b - x_{it}^s = x_{it}, \quad i = 1, \dots, n; \quad t = 2, \dots, T.$$

- В любой период, начиная со второго, для каждой ценной бумаги выполняется балансовое равенство:
 - количеству бумаг в конце периода равно
 - количеству бумаг в конце предыдущего периода
 - плюс количество купленных бумаг
 - минус количество проданных бумаг.
- Аналогичные балансовые равенства верны и для периода 1.

Балансовые равенства для ценных бумаг

$$s_i + x_{i1}^b - x_{i1}^s = x_{i1}, \quad i = 1, \dots, n,$$

$$x_{i,t-1} + x_{it}^b - x_{it}^s = x_{it}, \quad i = 1, \dots, n; \quad t = 2, \dots, T.$$

- В любой период, начиная со второго, **для каждой ценной бумаги** выполняется балансовое равенство:
 - количеству бумаг в конце периода равно
 - количеству бумаг в конце предыдущего периода
 - плюс количество купленных бумаг
 - минус количество проданных бумаг.
- Аналогичные балансовые равенства верны и для периода 1.

Балансовые равенства для ценных бумаг

$$s_i + x_{i1}^b - x_{i1}^s = x_{i1}, \quad i = 1, \dots, n,$$

$$x_{i,t-1} + x_{it}^b - x_{it}^s = x_{it}, \quad i = 1, \dots, n; \quad t = 2, \dots, T.$$

- В любой период, начиная со второго, для каждой ценной бумаги **выполняется балансовое равенство**:
 - количеству бумаг в конце периода равно
 - количеству бумаг в конце предыдущего периода
 - плюс количество купленных бумаг
 - минус количество проданных бумаг.
- Аналогичные балансовые равенства верны и для периода 1.

Балансовые равенства для ценных бумаг

$$s_i + x_{i1}^b - x_{i1}^s = x_{i1}, \quad i = 1, \dots, n,$$

$$x_{i,t-1} + x_{it}^b - x_{it}^s = x_{it}, \quad i = 1, \dots, n; \quad t = 2, \dots, T.$$

- В любой период, начиная со второго, для каждой ценной бумаги выполняется балансовое равенство:
- количество бумаг в конце периода равно
- количеству бумаг в конце предыдущего периода
- плюс количество купленных бумаг
- минус количество проданных бумаг.
- Аналогичные балансовые равенства верны и для периода 1.

Балансовые равенства для ценных бумаг

$$s_i + x_{i1}^b - x_{i1}^s = x_{i1}, \quad i = 1, \dots, n,$$

$$x_{i,t-1} + x_{it}^b - x_{it}^s = x_{it}, \quad i = 1, \dots, n; \quad t = 2, \dots, T.$$

- В любой период, начиная со второго, для каждой ценной бумаги выполняется балансовое равенство:
- количество бумаг в конце периода **равно**
- количеству бумаг в конце предыдущего периода
- плюс количество купленных бумаг
- минус количество проданных бумаг.
- Аналогичные балансовые равенства верны и для периода 1.

Балансовые равенства для ценных бумаг

$$s_i + x_{i1}^b - x_{i1}^s = x_{i1}, \quad i = 1, \dots, n,$$

$$x_{i,t-1} + x_{it}^b - x_{it}^s = x_{it}, \quad i = 1, \dots, n; t = 2, \dots, T.$$

- В любой период, начиная со второго, для каждой ценной бумаги выполняется балансовое равенство:
- количество бумаг в конце периода равно
- количеству бумаг в конце предыдущего периода
- плюс количество купленных бумаг
- минус количество проданных бумаг.
- Аналогичные балансовые равенства верны и для периода 1.

Балансовые равенства для ценных бумаг

$$s_i + x_{i1}^b - x_{i1}^s = x_{i1}, \quad i = 1, \dots, n,$$

$$x_{i,t-1} + x_{it}^b - x_{it}^s = x_{it}, \quad i = 1, \dots, n; \quad t = 2, \dots, T.$$

- В любой период, начиная со второго, для каждой ценной бумаги выполняется балансовое равенство:
- количество бумаг в конце периода равно
- количеству бумаг в конце предыдущего периода
- **плюс количество купленных бумаг**
- минус количество проданных бумаг.
- Аналогичные балансовые равенства верны и для периода 1.

Балансовые равенства для ценных бумаг

$$s_i + x_{i1}^b - x_{i1}^s = x_{i1}, \quad i = 1, \dots, n,$$

$$x_{i,t-1} + x_{it}^b - x_{it}^s = x_{it}, \quad i = 1, \dots, n; \quad t = 2, \dots, T.$$

- В любой период, начиная со второго, для каждой ценной бумаги выполняется балансовое равенство:
- количество бумаг в конце периода равно
- количеству бумаг в конце предыдущего периода
- плюс количество купленных бумаг
- **минус количество проданных бумаг.**
- Аналогичные балансовые равенства верны и для периода 1.

Балансовые равенства для ценных бумаг

$$s_i + x_{i1}^b - x_{i1}^s = x_{i1}, \quad i = 1, \dots, n,$$

$$x_{i,t-1} + x_{it}^b - x_{it}^s = x_{it}, \quad i = 1, \dots, n; \quad t = 2, \dots, T.$$

- В любой период, начиная со второго, для каждой ценной бумаги выполняется балансовое равенство:
- количество бумаг в конце периода равно
- количеству бумаг в конце предыдущего периода
- плюс количество купленных бумаг
- минус количество проданных бумаг.
- Аналогичные балансовые равенства верны и для периода 1.

Другие ограничения

$$\sum_{t=1}^T z_{lt} \leq u_l, \quad l = 1, \dots, k,$$
$$y_t \geq q_t, \quad t = 1, \dots, T.$$

- По любой кредитной линии суммарный заем не должен превышать лимита.
- В любой период имеется в наличии требуемый минимум наличности.

Другие ограничения

$$\sum_{t=1}^T z_{lt} \leq u_l, \quad l = 1, \dots, k,$$
$$y_t \geq q_t, \quad t = 1, \dots, T.$$

- По любой кредитной линии **суммарный заем** не должен превышать лимита.
- В любой период имеется в наличии требуемый минимум наличности.

Другие ограничения

$$\sum_{t=1}^T z_{lt} \leq u_l, \quad l = 1, \dots, k,$$
$$y_t \geq q_t, \quad t = 1, \dots, T.$$

- По любой кредитной линии суммарный заем **не должен превышать лимита**.
- В любой период имеется в наличии требуемый минимум наличности.

Другие ограничения

$$\sum_{t=1}^T z_{lt} \leq u_l, \quad l = 1, \dots, k,$$
$$y_t \geq q_t, \quad t = 1, \dots, T.$$

- По любой кредитной линии суммарный заем не должен превышать лимита.
- В любой период имеется в наличии требуемый минимум наличности.

Другие ограничения

$$\sum_{t=1}^T z_{lt} \leq u_l, \quad l = 1, \dots, k,$$
$$y_t \geq q_t, \quad t = 1, \dots, T.$$

- По любой кредитной линии суммарный заем не должен превышать лимита.
- В любой период **имеется в наличии** требуемый минимум наличности.

Другие ограничения

$$\sum_{t=1}^T z_{lt} \leq u_l, \quad l = 1, \dots, k,$$
$$y_t \geq q_t, \quad t = 1, \dots, T.$$

- По любой кредитной линии суммарный заем не должен превышать лимита.
- В любой период имеется в наличии **требуемый минимум наличности**.

Формулировка

$$y_T + \sum_{i=1}^n c_{i,T+1}^s x_{i,T} - \sum_{t=1}^T \sum_{l=1}^k (1 + f_{lt}) z_{lt} \rightarrow \max,$$

$$d_1 + \sum_{i=1}^n c_{i1}^s x_{i1}^s + \sum_{l=1}^k z_{l1} = y_1 + \sum_{i=1}^n c_{i1}^b x_{i1}^b,$$

$$d_t + y_{t-1} + \sum_{i=1}^n c_{it}^s x_{it}^s + \sum_{l=1}^k z_{lt} = y_t + \sum_{i=1}^n c_{it}^b x_{it}^b, \quad t = 2, \dots, T,$$

$$s_i + x_{i1}^b - x_{i1}^s = x_{i1}, \quad i = 1, \dots, n,$$

$$x_{i,t-1} + x_{it}^b - x_{it}^s = x_{it}, \quad i = 1, \dots, n; \quad t = 2, \dots, T,$$

$$\sum_{t=1}^T z_{lt} \leq u_l, \quad l = 1, \dots, k,$$

$$y_t \geq q_t, \quad t = 1, \dots, T,$$

$$x_{it}^s, x_{it}^b \in \mathbb{Z}_+, \quad i = 1, \dots, n; \quad t = 1, \dots, T,$$

$$y_t \in \mathbb{R}_+, \quad t = 1, \dots, T,$$

$$z_{lt} \in \mathbb{R}_+, \quad l = 1, \dots, k; \quad t = 1, \dots, T.$$

Формулировка

$$y_T + \sum_{i=1}^n c_{i,T+1}^s x_{i,T} - \sum_{t=1}^T \sum_{l=1}^k (1 + f_{lt}) z_{lt} \rightarrow \max,$$

$$d_1 + \sum_{i=1}^n c_{i1}^s x_{i1}^s + \sum_{l=1}^k z_{l1} = y_1 + \sum_{i=1}^n c_{i1}^b x_{i1}^b,$$

$$d_t + y_{t-1} + \sum_{i=1}^n c_{it}^s x_{it}^s + \sum_{l=1}^k z_{lt} = y_t + \sum_{i=1}^n c_{it}^b x_{it}^b, \quad t = 2, \dots, T,$$

$$s_i + x_{i1}^b - x_{i1}^s = x_{i1}, \quad i = 1, \dots, n,$$

$$x_{i,t-1} + x_{it}^b - x_{it}^s = x_{it}, \quad i = 1, \dots, n; \quad t = 2, \dots, T,$$

$$\sum_{t=1}^T z_{lt} \leq u_l, \quad l = 1, \dots, k,$$

$$y_t \geq q_t, \quad t = 1, \dots, T,$$

$$x_{it}^s, x_{it}^s, x_{it}^b \in \mathbb{Z}_+, \quad i = 1, \dots, n; \quad t = 1, \dots, T,$$

$$y_t \in \mathbb{R}_+, \quad t = 1, \dots, T,$$

$$z_{lt} \in \mathbb{R}_+, \quad l = 1, \dots, k; \quad t = 1, \dots, T.$$

Формулировка

$$y_T + \sum_{i=1}^n c_{i,T+1}^s x_{i,T} - \sum_{t=1}^T \sum_{l=1}^k (1 + f_{lt}) z_{lt} \rightarrow \max,$$

$$d_1 + \sum_{i=1}^n c_{i1}^s x_{i1}^s + \sum_{l=1}^k z_{l1} = y_1 + \sum_{i=1}^n c_{i1}^b x_{i1}^b,$$

$$d_t + y_{t-1} + \sum_{i=1}^n c_{it}^s x_{it}^s + \sum_{l=1}^k z_{lt} = y_t + \sum_{i=1}^n c_{it}^b x_{it}^b, \quad t = 2, \dots, T,$$

$$s_i + x_{i1}^b - x_{i1}^s = x_{i1}, \quad i = 1, \dots, n,$$

$$x_{i,t-1} + x_{it}^b - x_{it}^s = x_{it}, \quad i = 1, \dots, n; \quad t = 2, \dots, T,$$

$$\sum_{t=1}^T z_{lt} \leq u_l, \quad l = 1, \dots, k,$$

$$y_t \geq q_t, \quad t = 1, \dots, T,$$

$$x_{it}^s, x_{it}^s, x_{it}^b \in \mathbb{Z}_+, \quad i = 1, \dots, n; \quad t = 1, \dots, T,$$

$$y_t \in \mathbb{R}_+, \quad t = 1, \dots, T,$$

$$z_{lt} \in \mathbb{R}_+, \quad l = 1, \dots, k; \quad t = 1, \dots, T.$$

Формулировка

$$y_T + \sum_{i=1}^n c_{i,T+1}^s x_{i,T} - \sum_{t=1}^T \sum_{l=1}^k (1 + f_{lt}) z_{lt} \rightarrow \max,$$

$$d_1 + \sum_{i=1}^n c_{i1}^s x_{i1}^s + \sum_{l=1}^k z_{l1} = y_1 + \sum_{i=1}^n c_{i1}^b x_{i1}^b,$$

$$d_t + y_{t-1} + \sum_{i=1}^n c_{it}^s x_{it}^s + \sum_{l=1}^k z_{lt} = y_t + \sum_{i=1}^n c_{it}^b x_{it}^b, \quad t = 2, \dots, T,$$

$$s_i + x_{i1}^b - x_{i1}^s = x_{i1}, \quad i = 1, \dots, n,$$

$$x_{i,t-1} + x_{it}^b - x_{it}^s = x_{it}, \quad i = 1, \dots, n; \quad t = 2, \dots, T,$$

$$\sum_{t=1}^T z_{lt} \leq u_l, \quad l = 1, \dots, k,$$

$$y_t \geq q_t, \quad t = 1, \dots, T,$$

$$x_{it}^s, x_{it}^s, x_{it}^b \in \mathbb{Z}_+, \quad i = 1, \dots, n; \quad t = 1, \dots, T,$$

$$y_t \in \mathbb{R}_+, \quad t = 1, \dots, T,$$

$$z_{lt} \in \mathbb{R}_+, \quad l = 1, \dots, k; \quad t = 1, \dots, T.$$

Формулировка

$$y_T + \sum_{i=1}^n c_{i,T+1}^s x_{i,T} - \sum_{t=1}^T \sum_{l=1}^k (1 + f_{lt}) z_{lt} \rightarrow \max,$$

$$d_1 + \sum_{i=1}^n c_{i1}^s x_{i1}^s + \sum_{l=1}^k z_{l1} = y_1 + \sum_{i=1}^n c_{i1}^b x_{i1}^b,$$

$$d_t + y_{t-1} + \sum_{i=1}^n c_{it}^s x_{it}^s + \sum_{l=1}^k z_{lt} = y_t + \sum_{i=1}^n c_{it}^b x_{it}^b, \quad t = 2, \dots, T,$$

$$s_i + x_{i1}^b - x_{i1}^s = x_{i1}, \quad i = 1, \dots, n,$$

$$x_{i,t-1}^b + x_{it}^b - x_{it}^s = x_{it}, \quad i = 1, \dots, n; t = 2, \dots, T,$$

$$\sum_{t=1}^T z_{lt} \leq u_l, \quad l = 1, \dots, k,$$

$$y_t \geq q_t, \quad t = 1, \dots, T,$$

$$x_{it}^s, x_{it}^s, x_{it}^b \in \mathbb{Z}_+, \quad i = 1, \dots, n; t = 1, \dots, T,$$

$$y_t \in \mathbb{R}_+, \quad t = 1, \dots, T,$$

$$z_{lt} \in \mathbb{R}_+, \quad l = 1, \dots, k; t = 1, \dots, T.$$

Формулировка

$$y_T + \sum_{i=1}^n c_{i,T+1}^s x_{i,T} - \sum_{t=1}^T \sum_{l=1}^k (1 + f_{lt}) z_{lt} \rightarrow \max,$$

$$d_1 + \sum_{i=1}^n c_{i1}^s x_{i1}^s + \sum_{l=1}^k z_{l1} = y_1 + \sum_{i=1}^n c_{i1}^b x_{i1}^b,$$

$$d_t + y_{t-1} + \sum_{i=1}^n c_{it}^s x_{it}^s + \sum_{l=1}^k z_{lt} = y_t + \sum_{i=1}^n c_{it}^b x_{it}^b, \quad t = 2, \dots, T,$$

$$s_i + x_{i1}^b - x_{i1}^s = x_{i1}, \quad i = 1, \dots, n,$$

$$x_{i,t-1} + x_{it}^b - x_{it}^s = x_{it}, \quad i = 1, \dots, n; \quad t = 2, \dots, T,$$

$$\sum_{t=1}^T z_{lt} \leq u_l, \quad l = 1, \dots, k,$$

$$y_t \geq q_t, \quad t = 1, \dots, T,$$

$$x_{it}^s, x_{it}^s, x_{it}^b \in \mathbb{Z}_+, \quad i = 1, \dots, n; \quad t = 1, \dots, T,$$

$$y_t \in \mathbb{R}_+, \quad t = 1, \dots, T,$$

$$z_{lt} \in \mathbb{R}_+, \quad l = 1, \dots, k; \quad t = 1, \dots, T.$$

Формулировка

$$y_T + \sum_{i=1}^n c_{i,T+1}^s x_{i,T} - \sum_{t=1}^T \sum_{l=1}^k (1 + f_{lt}) z_{lt} \rightarrow \max,$$

$$d_1 + \sum_{i=1}^n c_{i1}^s x_{i1}^s + \sum_{l=1}^k z_{l1} = y_1 + \sum_{i=1}^n c_{i1}^b x_{i1}^b,$$

$$d_t + y_{t-1} + \sum_{i=1}^n c_{it}^s x_{it}^s + \sum_{l=1}^k z_{lt} = y_t + \sum_{i=1}^n c_{it}^b x_{it}^b, \quad t = 2, \dots, T,$$

$$s_i + x_{i1}^b - x_{i1}^s = x_{i1}, \quad i = 1, \dots, n,$$

$$x_{i,t-1} + x_{it}^b - x_{it}^s = x_{it}, \quad i = 1, \dots, n; \quad t = 2, \dots, T,$$

$$\sum_{t=1}^T z_{lt} \leq u_l, \quad l = 1, \dots, k,$$

$$y_t \geq q_t, \quad t = 1, \dots, T,$$

$$x_{it}^s, x_{it}^s, x_{it}^b \in \mathbb{Z}_+, \quad i = 1, \dots, n; \quad t = 1, \dots, T,$$

$$y_t \in \mathbb{R}_+, \quad t = 1, \dots, T,$$

$$z_{lt} \in \mathbb{R}_+, \quad l = 1, \dots, k; \quad t = 1, \dots, T.$$

Формулировка

$$y_T + \sum_{i=1}^n c_{i,T+1}^s x_{i,T} - \sum_{t=1}^T \sum_{l=1}^k (1 + f_{lt}) z_{lt} \rightarrow \max,$$

$$d_1 + \sum_{i=1}^n c_{i1}^s x_{i1}^s + \sum_{l=1}^k z_{l1} = y_1 + \sum_{i=1}^n c_{i1}^b x_{i1}^b,$$

$$d_t + y_{t-1} + \sum_{i=1}^n c_{it}^s x_{it}^s + \sum_{l=1}^k z_{lt} = y_t + \sum_{i=1}^n c_{it}^b x_{it}^b, \quad t = 2, \dots, T,$$

$$s_i + x_{i1}^b - x_{i1}^s = x_{i1}, \quad i = 1, \dots, n,$$

$$x_{i,t-1} + x_{it}^b - x_{it}^s = x_{it}, \quad i = 1, \dots, n; \quad t = 2, \dots, T,$$

$$\sum_{t=1}^T z_{lt} \leq u_l, \quad l = 1, \dots, k,$$

$$y_t \geq q_t, \quad t = 1, \dots, T,$$

$$x_{it}^s, x_{it}^s, x_{it}^b \in \mathbb{Z}_+, \quad i = 1, \dots, n; \quad t = 1, \dots, T,$$

$$y_t \in \mathbb{R}_+, \quad t = 1, \dots, T,$$

$$z_{lt} \in \mathbb{R}_+, \quad l = 1, \dots, k; \quad t = 1, \dots, T.$$

Формулировка

$$y_T + \sum_{i=1}^n c_{i,T+1}^s x_{i,T} - \sum_{t=1}^T \sum_{l=1}^k (1 + f_{lt}) z_{lt} \rightarrow \max,$$

$$d_1 + \sum_{i=1}^n c_{i1}^s x_{i1}^s + \sum_{l=1}^k z_{l1} = y_1 + \sum_{i=1}^n c_{i1}^b x_{i1}^b,$$

$$d_t + y_{t-1} + \sum_{i=1}^n c_{it}^s x_{it}^s + \sum_{l=1}^k z_{lt} = y_t + \sum_{i=1}^n c_{it}^b x_{it}^b, \quad t = 2, \dots, T,$$

$$s_i + x_{i1}^b - x_{i1}^s = x_{i1}, \quad i = 1, \dots, n,$$

$$x_{i,t-1} + x_{it}^b - x_{it}^s = x_{it}, \quad i = 1, \dots, n; \quad t = 2, \dots, T,$$

$$\sum_{t=1}^T z_{lt} \leq u_l, \quad l = 1, \dots, k,$$

$$y_t \geq q_t, \quad t = 1, \dots, T,$$

$$x_{it}^s, x_{it}^b \in \mathbb{Z}_+, \quad i = 1, \dots, n; \quad t = 1, \dots, T,$$

$$y_t \in \mathbb{R}_+, \quad t = 1, \dots, T,$$

$$z_{lt} \in \mathbb{R}_+, \quad l = 1, \dots, k; \quad t = 1, \dots, T.$$

Формулировка

$$y_T + \sum_{i=1}^n c_{i,T+1}^s x_{i,T} - \sum_{t=1}^T \sum_{l=1}^k (1 + f_{lt}) z_{lt} \rightarrow \max,$$

$$d_1 + \sum_{i=1}^n c_{i1}^s x_{i1}^s + \sum_{l=1}^k z_{l1} = y_1 + \sum_{i=1}^n c_{i1}^b x_{i1}^b,$$

$$d_t + y_{t-1} + \sum_{i=1}^n c_{it}^s x_{it}^s + \sum_{l=1}^k z_{lt} = y_t + \sum_{i=1}^n c_{it}^b x_{it}^b, \quad t = 2, \dots, T,$$

$$s_i + x_{i1}^b - x_{i1}^s = x_{i1}, \quad i = 1, \dots, n,$$

$$x_{i,t-1} + x_{it}^b - x_{it}^s = x_{it}, \quad i = 1, \dots, n; \quad t = 2, \dots, T,$$

$$\sum_{t=1}^T z_{lt} \leq u_l, \quad l = 1, \dots, k,$$

$$y_t \geq q_t, \quad t = 1, \dots, T,$$

$$x_{it}^s, x_{it}^b \in \mathbb{Z}_+, \quad i = 1, \dots, n; \quad t = 1, \dots, T,$$

$$y_t \in \mathbb{R}_+, \quad t = 1, \dots, T,$$

$$z_{lt} \in \mathbb{R}_+, \quad l = 1, \dots, k; \quad t = 1, \dots, T.$$

План лекции

- 1 Примеры задач СЦП
 - Размещение центров обслуживания
 - Менеджмент портфеля: индексный фонд
 - Краткосрочный финансовый менеджмент
- 2 Размер партии
 - Размер партии: однопродуктовая модель
 - Размер партии: многопродуктовая модель

Постановка задачи

- **Плановый горизонт состоит из T периодов.**
- Для каждого периода $t = 1, \dots, T$ заданы:
 - d_t — потребность в некотором продукте;
 - f_t — фиксированная стоимость организации производства;
 - c_t — стоимость производства единицы продукта;
 - h_t — стоимость хранения единицы продукта.
 - u_t — емкость (в единицах продукта) производства.
- Запасы продукта на складе перед началом планового горизонта равны s_0 .
- Нужно определить,
 - сколько единиц продукта производить в каждом из периодов,
 - чтобы полностью удовлетворить спрос
 - и суммарные затраты на производство и хранение продукта были минимальны.

Постановка задачи

- Плановый горизонт состоит из T периодов.
- Для каждого периода $t = 1, \dots, T$ заданы:
 - d_t — потребность в некотором продукте;
 - f_t — фиксированная стоимость организации производства;
 - c_t — стоимость производства единицы продукта;
 - h_t — стоимость хранения единицы продукта.
 - u_t — емкость (в единицах продукта) производства.
- Запасы продукта на складе перед началом планового горизонта равны s_0 .
- Нужно определить,
 - сколько единиц продукта производить в каждом из периодов,
 - чтобы полностью удовлетворить спрос
 - и суммарные затраты на производство и хранение продукта были минимальны.

Постановка задачи

- Плановый горизонт состоит из T периодов.
- Для каждого периода $t = 1, \dots, T$ заданы:
 - d_t — потребность в некотором продукте;
 - f_t — фиксированная стоимость организации производства;
 - c_t — стоимость производства единицы продукта;
 - h_t — стоимость хранения единицы продукта.
 - u_t — емкость (в единицах продукта) производства.
- Запасы продукта на складе перед началом планового горизонта равны s_0 .
- Нужно определить,
 - сколько единиц продукта производить в каждом из периодов,
 - чтобы полностью удовлетворить спрос
 - и суммарные затраты на производство и хранение продукта были минимальны.

Постановка задачи

- Плановый горизонт состоит из T периодов.
- Для каждого периода $t = 1, \dots, T$ заданы:
 - d_t — потребность в некотором продукте;
 - f_t — фиксированная стоимость организации производства;
 - c_t — стоимость производства единицы продукта;
 - h_t — стоимость хранения единицы продукта.
 - u_t — емкость (в единицах продукта) производства.
- Запасы продукта на складе перед началом планового горизонта равны s_0 .
- Нужно определить,
 - сколько единиц продукта производить в каждом из периодов,
 - чтобы полностью удовлетворить спрос
 - и суммарные затраты на производство и хранение продукта были минимальны.

Постановка задачи

- Плановый горизонт состоит из T периодов.
- Для каждого периода $t = 1, \dots, T$ заданы:
 - d_t — потребность в некотором продукте;
 - f_t — фиксированная стоимость организации производства;
 - c_t — стоимость производства единицы продукта;
 - h_t — стоимость хранения единицы продукта.
 - u_t — емкость (в единицах продукта) производства.
- Запасы продукта на складе перед началом планового горизонта равны s_0 .
- Нужно определить,
 - сколько единиц продукта производить в каждом из периодов,
 - чтобы полностью удовлетворить спрос
 - и суммарные затраты на производство и хранение продукта были минимальны.

Постановка задачи

- Плановый горизонт состоит из T периодов.
- Для каждого периода $t = 1, \dots, T$ заданы:
 - d_t — потребность в некотором продукте;
 - f_t — фиксированная стоимость организации производства;
 - c_t — стоимость производства единицы продукта;
 - h_t — стоимость хранения единицы продукта.
 - u_t — емкость (в единицах продукта) производства.
- Запасы продукта на складе перед началом планового горизонта равны s_0 .
- Нужно определить,
 - сколько единиц продукта производить в каждом из периодов,
 - чтобы полностью удовлетворить спрос
 - и суммарные затраты на производство и хранение продукта были минимальны.

Постановка задачи

- Плановый горизонт состоит из T периодов.
- Для каждого периода $t = 1, \dots, T$ заданы:
 - d_t — потребность в некотором продукте;
 - f_t — фиксированная стоимость организации производства;
 - c_t — стоимость производства единицы продукта;
 - h_t — стоимость хранения единицы продукта.
 - u_t — емкость (в единицах продукта) производства.
- Запасы продукта на складе перед началом планового горизонта равны s_0 .
- Нужно определить,
 - сколько единиц продукта производить в каждом из периодов,
 - чтобы полностью удовлетворить спрос
 - и суммарные затраты на производство и хранение продукта были минимальны.

Постановка задачи

- Плановый горизонт состоит из T периодов.
- Для каждого периода $t = 1, \dots, T$ заданы:
 - d_t — потребность в некотором продукте;
 - f_t — фиксированная стоимость организации производства;
 - c_t — стоимость производства единицы продукта;
 - h_t — стоимость хранения единицы продукта.
 - u_t — емкость (в единицах продукта) производства.
- Запасы продукта на складе перед началом планового горизонта равны s_0 .
- Нужно определить,
 - сколько единиц продукта производить в каждом из периодов,
 - чтобы полностью удовлетворить спрос
 - и суммарные затраты на производство и хранение продукта были минимальны.

Постановка задачи

- Плановый горизонт состоит из T периодов.
- Для каждого периода $t = 1, \dots, T$ заданы:
 - d_t — потребность в некотором продукте;
 - f_t — фиксированная стоимость организации производства;
 - c_t — стоимость производства единицы продукта;
 - h_t — стоимость хранения единицы продукта.
 - u_t — емкость (в единицах продукта) производства.
- Запасы продукта на складе перед началом планового горизонта равны s_0 .
- **Нужно определить,**
 - сколько единиц продукта производить в каждом из периодов,
 - чтобы полностью удовлетворить спрос
 - и суммарные затраты на производство и хранение продукта были минимальны.

Постановка задачи

- Плановый горизонт состоит из T периодов.
- Для каждого периода $t = 1, \dots, T$ заданы:
 - d_t — потребность в некотором продукте;
 - f_t — фиксированная стоимость организации производства;
 - c_t — стоимость производства единицы продукта;
 - h_t — стоимость хранения единицы продукта.
 - u_t — емкость (в единицах продукта) производства.
- Запасы продукта на складе перед началом планового горизонта равны s_0 .
- Нужно определить,
 - сколько единиц продукта производить в каждом из периодов,
 - чтобы полностью удовлетворить спрос
 - и суммарные затраты на производство и хранение продукта были минимальны.

Постановка задачи

- Плановый горизонт состоит из T периодов.
- Для каждого периода $t = 1, \dots, T$ заданы:
 - d_t — потребность в некотором продукте;
 - f_t — фиксированная стоимость организации производства;
 - c_t — стоимость производства единицы продукта;
 - h_t — стоимость хранения единицы продукта.
 - u_t — емкость (в единицах продукта) производства.
- Запасы продукта на складе перед началом планового горизонта равны s_0 .
- Нужно определить,
 - сколько единиц продукта производить в каждом из периодов,
 - **чтобы полностью удовлетворить спрос**
 - и суммарные затраты на производство и хранение продукта были минимальны.

Постановка задачи

- Плановый горизонт состоит из T периодов.
- Для каждого периода $t = 1, \dots, T$ заданы:
 - d_t — потребность в некотором продукте;
 - f_t — фиксированная стоимость организации производства;
 - c_t — стоимость производства единицы продукта;
 - h_t — стоимость хранения единицы продукта.
 - u_t — емкость (в единицах продукта) производства.
- Запасы продукта на складе перед началом планового горизонта равны s_0 .
- Нужно определить,
 - сколько единиц продукта производить в каждом из периодов,
 - чтобы полностью удовлетворить спрос
 - **и суммарные затраты на производство и хранение продукта были минимальны.**

Переменные

Для $t = 1, \dots, T$ введем переменные:

- x_t — количество произведенного продукта за период t ;
- s_t — количество продукта, хранимого на складе в конце периода t ;
- $y_t = 1$, если в период t организуется производство продукта, и $y_t = 0$ в противном случае.

Переменные

Для $t = 1, \dots, T$ введем переменные:

- x_t — количество произведенного продукта за период t ;
- s_t — количество продукта, хранимого на складе в конце периода t ;
- $y_t = 1$, если в период t организуется производство продукта, и $y_t = 0$ в противном случае.

Переменные

Для $t = 1, \dots, T$ введем переменные:

- x_t — количество произведенного продукта за период t ;
- s_t — количество продукта, хранимого на складе в конце периода t ;
- $y_t = 1$, если в период t организуется производство продукта, и $y_t = 0$ в противном случае.

Переменные

Для $t = 1, \dots, T$ введем переменные:

- x_t — количество произведенного продукта за период t ;
- s_t — количество продукта, хранимого на складе в конце периода t ;
- $y_t = 1$, если в период t организуется производство продукта, и $y_t = 0$ в противном случае.

Переменные

Для $t = 1, \dots, T$ введем переменные:

- x_t — количество произведенного продукта за период t ;
- s_t — количество продукта, хранимого на складе в конце периода t ;
- $y_t = 1$, если в период t организуется производство продукта, и $y_t = 0$ в противном случае.

Формулировка

- Цель — минимизировать издержки по всем периодам.
- Каждое балансовое равенство связывает два соседних периода:
 - то, что было на складе в конце периода $t - 1$,
 - плюс произведенное в период t
 - равняется спросу
 - плюс то, что будет храниться на складе в конце периода t .
- Продукта нельзя произвести больше, чем позволяют производственные мощности.

$$\sum_{t=1}^T (f_t y_t + c_t x_t + h_t s_t) \rightarrow \min,$$

$$s_{t-1} + x_t = d_t + s_t, \quad t = 1, \dots, T,$$

$$0 \leq x_t \leq u_t y_t, \quad t = 1, \dots, T,$$

$$y_t \in \{0, 1\}, \quad t = 1, \dots, T.$$

Формулировка

- Цель — минимизировать издержки по всем периодам.
- Каждое балансовое равенство связывает два соседних периода:
 - то, что было на складе в конце периода $t - 1$,
 - плюс произведенное в период t
 - равняется спросу
 - плюс то, что будет храниться на складе в конце периода t .
- Продукта нельзя произвести больше, чем позволяют производственные мощности.

$$\sum_{t=1}^T (f_t y_t + c_t x_t + h_t s_t) \rightarrow \min,$$

$$s_{t-1} + x_t = d_t + s_t, \quad t = 1, \dots, T,$$

$$0 \leq x_t \leq u_t y_t, \quad t = 1, \dots, T,$$

$$y_t \in \{0, 1\}, \quad t = 1, \dots, T.$$

Формулировка

- Цель — минимизировать издержки по всем периодам.
- Каждое балансовое равенство связывает два соседних периода:
 - то, что было на складе в конце периода $t - 1$,
 - плюс произведенное в период t
 - равняется спросу
 - плюс то, что будет храниться на складе в конце периода t .
- Продукта нельзя произвести больше, чем позволяют производственные мощности.

$$\sum_{t=1}^T (f_t y_t + c_t x_t + h_t s_t) \rightarrow \min,$$

$$s_{t-1} + x_t = d_t + s_t, \quad t = 1, \dots, T,$$

$$0 \leq x_t \leq u_t y_t, \quad t = 1, \dots, T,$$

$$y_t \in \{0, 1\}, \quad t = 1, \dots, T.$$

Здесь s_0 есть не переменная, а константа.

Формулировка

- Цель — минимизировать издержки по всем периодам.
- Каждое балансовое равенство связывает два соседних периода:
 - то, что было на складе в конце периода $t - 1$,
 - **плюс произведенное в период t**
 - равняется спросу
 - плюс то, что будет храниться на складе в конце периода t .
- Продукта нельзя произвести больше, чем позволяют производственные мощности.

$$\sum_{t=1}^T (f_t y_t + c_t x_t + h_t s_t) \rightarrow \min,$$

$$s_{t-1} + x_t = d_t + s_t, \quad t = 1, \dots, T,$$

$$0 \leq x_t \leq u_t y_t, \quad t = 1, \dots, T,$$

$$y_t \in \{0, 1\}, \quad t = 1, \dots, T.$$

Формулировка

- Цель — минимизировать издержки по всем периодам.
- Каждое балансовое равенство связывает два соседних периода:
 - то, что было на складе в конце периода $t - 1$,
 - плюс произведенное в период t
 - **равняется спросу**
 - плюс то, что будет храниться на складе в конце периода t .
- Продукта нельзя произвести больше, чем позволяют производственные мощности.

$$\sum_{t=1}^T (f_t y_t + c_t x_t + h_t s_t) \rightarrow \min,$$

$$s_{t-1} + x_t = d_t + s_t, \quad t = 1, \dots, T,$$

$$0 \leq x_t \leq u_t y_t, \quad t = 1, \dots, T,$$

$$y_t \in \{0, 1\}, \quad t = 1, \dots, T.$$

Формулировка

- Цель — минимизировать издержки по всем периодам.
- Каждое балансовое равенство связывает два соседних периода:
 - то, что было на складе в конце периода $t - 1$,
 - плюс произведенное в период t
 - равняется спросу
 - **плюс то, что будет храниться на складе в конце периода t .**
- Продукта нельзя произвести больше, чем позволяют производственные мощности.

$$\sum_{t=1}^T (f_t y_t + c_t x_t + h_t s_t) \rightarrow \min,$$

$$s_{t-1} + x_t = d_t + s_t, \quad t = 1, \dots, T,$$

$$0 \leq x_t \leq u_t y_t, \quad t = 1, \dots, T,$$

$$y_t \in \{0, 1\}, \quad t = 1, \dots, T.$$

Формулировка

- Цель — минимизировать издержки по всем периодам.
- Каждое балансовое равенство связывает два соседних периода:
 - то, что было на складе в конце периода $t - 1$,
 - плюс произведенное в период t
 - равняется спросу
 - плюс то, что будет храниться на складе в конце периода t .
- Продукта нельзя произвести больше, чем позволяют производственные мощности.

$$\sum_{t=1}^T (f_t y_t + c_t x_t + h_t s_t) \rightarrow \min,$$

$$s_{t-1} + x_t = d_t + s_t, \quad t = 1, \dots, T,$$

$$0 \leq x_t \leq u_t y_t, \quad t = 1, \dots, T,$$

$$y_t \in \{0, 1\}, \quad t = 1, \dots, T.$$

Произ. мощность в период t

$$\text{равна } u_t y_t = \begin{cases} u_t, & y_t = 1, \\ 0, & y_t = 0. \end{cases}$$

Формулировка

- Цель — минимизировать издержки по всем периодам.
- Каждое балансовое равенство связывает два соседних периода:
 - то, что было на складе в конце периода $t - 1$,
 - плюс произведенное в период t
 - равняется спросу
 - плюс то, что будет храниться на складе в конце периода t .
- Продукта нельзя произвести больше, чем позволяют производственные мощности.

$$\sum_{t=1}^T (f_t y_t + c_t x_t + h_t s_t) \rightarrow \min,$$

$$s_{t-1} + x_t = d_t + s_t, \quad t = 1, \dots, T,$$

$$0 \leq x_t \leq u_t y_t, \quad t = 1, \dots, T,$$

$$y_t \in \{0, 1\}, \quad t = 1, \dots, T.$$

Свойства формулировки

- Если все фиксированные стоимости f_t положительны,
- то для оптимального решения (x^*, y^*) релаксационной задачи ЛП

$$\sum_{t=1}^T (f_t y_t + c_t x_t + h_t s_t) \rightarrow \min,$$

$$s_{t-1} + x_t = d_t + s_t, \quad t = 1, \dots, T,$$

$$0 \leq x_t \leq u_t y_t, \quad t = 1, \dots, T,$$

$$0 \leq y_t \leq 1, \quad t = 1, \dots, T.$$

должны выполняться рав-ва: $y_t^* = x_t^*/u_t, \quad t = 1, \dots, T.$

- Если $d_t < u_t$, то $y_t^* = x_t^*/u_t \leq d_t/u_t < 1 \Rightarrow y_t \notin \mathbb{Z}.$
- Много дробных значений среди целочисленных компонент y у оптимального решения релакс. задачи ЛП — признак того, что формулировка э-чи ЦП слабая.

Свойства формулировки

- Если все фиксированные стоимости f_t положительны,
- то для оптимального решения (x^*, y^*) релаксационной задачи ЛП

$$\sum_{t=1}^T (f_t y_t + c_t x_t + h_t s_t) \rightarrow \min,$$

$$s_{t-1} + x_t = d_t + s_t, \quad t = 1, \dots, T,$$

$$0 \leq x_t \leq u_t y_t, \quad t = 1, \dots, T,$$

$$0 \leq y_t \leq 1, \quad t = 1, \dots, T.$$

должны выполняться рав-ва: $y_t^* = x_t^*/u_t, \quad t = 1, \dots, T.$

- Если $d_t < u_t$, то $y_t^* = x_t^*/u_t \leq d_t/u_t < 1 \Rightarrow y_t \notin \mathbb{Z}$.
- Много дробных значений среди целочисленных компонент y оптимального решения релакс. задачи ЛП — признак того, что формулировка э-чи ЦП слабая.

Свойства формулировки

- Если все фиксированные стоимости f_t положительны,
- то для оптимального решения (x^*, y^*) релаксационной задачи ЛП

$$\sum_{t=1}^T (f_t y_t + c_t x_t + h_t s_t) \rightarrow \min,$$

$$s_{t-1} + x_t = d_t + s_t, \quad t = 1, \dots, T,$$

$$0 \leq x_t \leq u_t y_t, \quad t = 1, \dots, T,$$

$$0 \leq y_t \leq 1, \quad t = 1, \dots, T.$$

должны выполняться рав-ва: $y_t^* = x_t^*/u_t, \quad t = 1, \dots, T.$

- Если $d_t < u_t$, то $y_t^* = x_t^*/u_t \leq d_t/u_t < 1 \Rightarrow y_t \notin \mathbb{Z}$.
- Много дробных значений среди целочисленных компонент y у оптимального решения релакс. задачи ЛП — признак того, что формулировка э-чи ЦП слабая.

Свойства формулировки

- Если все фиксированные стоимости f_t положительны,
- то для оптимального решения (x^*, y^*) релаксационной задачи ЛП

$$\sum_{t=1}^T (f_t y_t + c_t x_t + h_t s_t) \rightarrow \min,$$

$$s_{t-1} + x_t = d_t + s_t, \quad t = 1, \dots, T,$$

$$0 \leq x_t \leq u_t y_t, \quad t = 1, \dots, T,$$

$$0 \leq y_t \leq 1, \quad t = 1, \dots, T.$$

должны выполняться рав-ва: $y_t^* = x_t^*/u_t, \quad t = 1, \dots, T.$

- Если $d_t < u_t$, то $y_t^* = x_t^*/u_t \leq d_t/u_t < 1 \Rightarrow y_t \notin \mathbb{Z}.$
- Много дробных значений среди целочисленных компонент y оптимального решения релакс. задачи ЛП — признак того, что формулировка э-чи ЦП слабая.

Свойства формулировки

- Если все фиксированные стоимости f_t положительны,
- то для оптимального решения (x^*, y^*) релаксационной задачи ЛП

$$\sum_{t=1}^T (f_t y_t + c_t x_t + h_t s_t) \rightarrow \min,$$

$$s_{t-1} + x_t = d_t + s_t, \quad t = 1, \dots, T,$$

$$0 \leq x_t \leq u_t y_t, \quad t = 1, \dots, T,$$

$$0 \leq y_t \leq 1, \quad t = 1, \dots, T.$$

должны выполняться рав-ва: $y_t^* = x_t^*/u_t, \quad t = 1, \dots, T.$

- Если $d_t < u_t$, то $y_t^* = x_t^*/u_t \leq d_t/u_t < 1 \Rightarrow y_t \notin \mathbb{Z}$.
- Много дробных значений среди целочисленных компонент y у оптимального решения релакс. задачи ЛП — признак того, что формулировка э-чи ЦП слабая.

Свойства формулировки

- Если все фиксированные стоимости f_t положительны,
- то для оптимального решения (x^*, y^*) релаксационной задачи ЛП

$$\sum_{t=1}^T (f_t y_t + c_t x_t + h_t s_t) \rightarrow \min,$$

$$s_{t-1} + x_t = d_t + s_t, \quad t = 1, \dots, T,$$

$$0 \leq x_t \leq u_t y_t, \quad t = 1, \dots, T,$$

$$0 \leq y_t \leq 1, \quad t = 1, \dots, T.$$

должны выполняться рав-ва: $y_t^* = x_t^*/u_t, \quad t = 1, \dots, T.$

- Если $d_t < u_t$, то $y_t^* = x_t^*/u_t \leq d_t/u_t < 1 \Rightarrow y_t \notin \mathbb{Z}.$
- Много дробных значений среди целочисленных компонент y оптимального решения релакс. задачи ЛП — признак того, что формулировка 3-чи ЦП слабая.

Свойства формулировки

- Если все фиксированные стоимости f_t положительны,
- то для оптимального решения (x^*, y^*) релаксационной задачи ЛП

$$\sum_{t=1}^T (f_t y_t + c_t x_t + h_t s_t) \rightarrow \min,$$

$$s_{t-1} + x_t = d_t + s_t, \quad t = 1, \dots, T,$$

$$0 \leq x_t \leq u_t y_t, \quad t = 1, \dots, T,$$

$$0 \leq y_t \leq 1, \quad t = 1, \dots, T.$$

должны выполняться рав-ва: $y_t^* = x_t^*/u_t, \quad t = 1, \dots, T.$

- Если $d_t < u_t$, то $y_t^* = x_t^*/u_t \leq d_t/u_t < 1 \Rightarrow y_t \notin \mathbb{Z}.$
- Много дробных значений среди целочисленных компонент y у оптимального решения релакс. задачи ЛП — признак того, что формулировка 3-чи ЦП слабая.

Дизагрегация переменных

- Представим x_t в виде: $x_t = \sum_{\tau=t}^T x_{t\tau}$,
- где $x_{t\tau}$ — количество продукта, произведенного в период $t = 1, \dots, T$ для потребления в период $\tau = t, \dots, T$.
- В конце периода $t = 1, \dots, T$ на складе хранится

$$s_t = s_0 + \sum_{k=1}^t x_k - \sum_{k=1}^t d_k$$

единиц продукта.

- Перепишем целевую функцию следующим образом

$$\sum_{t=1}^T (f_t y_t + c_t x_t + h_t \left(s_0 + \sum_{k=1}^t x_k - \sum_{k=1}^t d_k \right)) =$$

$$\sum_{t=1}^T (f_t y_t + w_t x_t) + K = \sum_{t=1}^T f_t y_t + \sum_{t=1}^T \sum_{\tau=t}^T w_t x_{t\tau} + K,$$

- где $w_t = c_t + h_t + \dots + h_T$ и $K = \sum_{t=1}^T h_t (s_0 - \sum_{k=1}^t d_k)$.

Дизагрегация переменных

- Представим x_t в виде: $x_t = \sum_{\tau=t}^T x_{t\tau}$,
- где $x_{t\tau}$ — количество продукта, произведенного в период $t = 1, \dots, T$ для потребления в период $\tau = t, \dots, T$.
- В конце периода $t = 1, \dots, T$ на складе хранится

$$s_t = s_0 + \sum_{k=1}^t x_k - \sum_{k=1}^t d_k$$

единиц продукта.

- Перепишем целевую функцию следующим образом

$$\sum_{t=1}^T (f_t y_t + c_t x_t + h_t \left(s_0 + \sum_{k=1}^t x_k - \sum_{k=1}^t d_k \right)) =$$

$$\sum_{t=1}^T (f_t y_t + w_t x_t) + K = \sum_{t=1}^T f_t y_t + \sum_{t=1}^T \sum_{\tau=t}^T w_t x_{t\tau} + K,$$

- где $w_t = c_t + h_t + \dots + h_T$ и $K = \sum_{t=1}^T h_t (s_0 - \sum_{k=1}^t d_k)$.

Дизагрегация переменных

- Представим x_t в виде: $x_t = \sum_{\tau=t}^T x_{t\tau}$,
- где $x_{t\tau}$ — количество продукта, произведенного в период $t = 1, \dots, T$ для потребления в период $\tau = t, \dots, T$.

- В конце периода $t = 1, \dots, T$ на складе хранится

$$s_t = s_0 + \sum_{k=1}^t x_k - \sum_{k=1}^t d_k$$

единиц продукта.

- Перепишем целевую функцию следующим образом

$$\sum_{t=1}^T (f_t y_t + c_t x_t + h_t \left(s_0 + \sum_{k=1}^t x_k - \sum_{k=1}^t d_k \right)) =$$

$$\sum_{t=1}^T (f_t y_t + w_t x_t) + K = \sum_{t=1}^T f_t y_t + \sum_{t=1}^T \sum_{\tau=t}^T w_{t\tau} x_{t\tau} + K,$$

- где $w_t = c_t + h_t + \dots + h_T$ и $K = \sum_{t=1}^T h_t (s_0 - \sum_{k=1}^t d_k)$.

Дизагрегация переменных

- Представим x_t в виде: $x_t = \sum_{\tau=t}^T x_{t\tau}$,
- где $x_{t\tau}$ — количество продукта, произведенного в период $t = 1, \dots, T$ для потребления в период $\tau = t, \dots, T$.
- В конце периода $t = 1, \dots, T$ на складе хранится

$$s_t = s_0 + \sum_{k=1}^t x_k - \sum_{k=1}^t d_k$$

единиц продукта.

- Перепишем целевую функцию следующим образом

$$\sum_{t=1}^T (f_t y_t + c_t x_t + h_t \left(s_0 + \sum_{k=1}^t x_k - \sum_{k=1}^t d_k \right)) =$$

$$\sum_{t=1}^T (f_t y_t + w_t x_t) + K = \sum_{t=1}^T f_t y_t + \sum_{t=1}^T \sum_{\tau=t}^T w_t x_{t\tau} + K,$$

- где $w_t = c_t + h_t + \dots + h_T$ и $K = \sum_{t=1}^T h_t (s_0 - \sum_{k=1}^t d_k)$.

Дизагрегация переменных

- Представим x_t в виде: $x_t = \sum_{\tau=t}^T x_{t\tau}$,
- где $x_{t\tau}$ — количество продукта, произведенного в период $t = 1, \dots, T$ для потребления в период $\tau = t, \dots, T$.
- В конце периода $t = 1, \dots, T$ на складе хранится

$$s_t = s_0 + \sum_{k=1}^t x_k - \sum_{k=1}^t d_k$$

единиц продукта.

- Перепишем целевую функцию следующим образом

$$\sum_{t=1}^T (f_t y_t + c_t x_t + h_t \left(s_0 + \sum_{k=1}^t x_k - \sum_{k=1}^t d_k \right)) =$$

$$\sum_{t=1}^T (f_t y_t + w_t x_t) + K = \sum_{t=1}^T f_t y_t + \sum_{t=1}^T \sum_{\tau=t}^T w_t x_{t\tau} + K,$$

- где $w_t = c_t + h_t + \dots + h_T$ и $K = \sum_{t=1}^T h_t (s_0 - \sum_{k=1}^t d_k)$.

Дизагрегация переменных

- Представим x_t в виде: $x_t = \sum_{\tau=t}^T x_{t\tau}$,
- где $x_{t\tau}$ — количество продукта, произведенного в период $t = 1, \dots, T$ для потребления в период $\tau = t, \dots, T$.
- В конце периода $t = 1, \dots, T$ на складе хранится

$$s_t = s_0 + \sum_{k=1}^t x_k - \sum_{k=1}^t d_k$$

единиц продукта.

- Перепишем целевую функцию следующим образом

$$\sum_{t=1}^T (f_t y_t + c_t x_t + h_t \left(s_0 + \sum_{k=1}^t x_k - \sum_{k=1}^t d_k \right)) =$$

$$\sum_{t=1}^T (f_t y_t + w_t x_t) + K = \sum_{t=1}^T f_t y_t + \sum_{t=1}^T \sum_{\tau=t}^T w_t x_{t\tau} + K,$$

- где $w_t = c_t + h_t + \dots + h_T$ и $K = \sum_{t=1}^T h_t (s_0 - \sum_{k=1}^t d_k)$.

Дизагрегация переменных

- Представим x_t в виде: $x_t = \sum_{\tau=t}^T x_{t\tau}$,
- где $x_{t\tau}$ — количество продукта, произведенного в период $t = 1, \dots, T$ для потребления в период $\tau = t, \dots, T$.
- В конце периода $t = 1, \dots, T$ на складе хранится

$$s_t = s_0 + \sum_{k=1}^t x_k - \sum_{k=1}^t d_k$$

единиц продукта.

- Перепишем целевую функцию следующим образом

$$\sum_{t=1}^T (f_t y_t + c_t x_t + h_t \left(s_0 + \sum_{k=1}^t x_k - \sum_{k=1}^t d_k \right)) =$$

$$\sum_{t=1}^T (f_t y_t + w_t x_t) + K = \sum_{t=1}^T f_t y_t + \sum_{t=1}^T \sum_{\tau=t}^T w_t x_{t\tau} + K,$$

- где $w_t = c_t + h_t + \dots + h_T$ и $K = \sum_{t=1}^T h_t (s_0 - \sum_{k=1}^t d_k)$.

Дизагрегация переменных

- Представим x_t в виде: $x_t = \sum_{\tau=t}^T x_{t\tau}$,
- где $x_{t\tau}$ — количество продукта, произведенного в период $t = 1, \dots, T$ для потребления в период $\tau = t, \dots, T$.

- В конце периода $t = 1, \dots, T$ на складе хранится

$$s_t = s_0 + \sum_{k=1}^t x_k - \sum_{k=1}^t d_k$$

единиц продукта.

- Перепишем целевую функцию следующим образом

$$\sum_{t=1}^T (f_t y_t + c_t x_t + h_t \left(s_0 + \sum_{k=1}^t x_k - \sum_{k=1}^t d_k \right)) =$$

$$\sum_{t=1}^T (f_t y_t + w_t x_t) + K = \sum_{t=1}^T f_t y_t + \sum_{t=1}^T \sum_{\tau=t}^T w_t x_{t\tau} + K,$$

- где $w_t = c_t + h_t + \dots + h_T$ и $K = \sum_{t=1}^T h_t (s_0 - \sum_{k=1}^t d_k)$.

Дизагрегация переменных

- Представим x_t в виде: $x_t = \sum_{\tau=t}^T x_{t\tau}$,
- где $x_{t\tau}$ — количество продукта, произведенного в период $t = 1, \dots, T$ для потребления в период $\tau = t, \dots, T$.

- В конце периода $t = 1, \dots, T$ на складе хранится

$$s_t = s_0 + \sum_{k=1}^t x_k - \sum_{k=1}^t d_k$$

единиц продукта.

- Перепишем целевую функцию следующим образом

$$\sum_{t=1}^T (f_t y_t + c_t x_t + h_t \left(s_0 + \sum_{k=1}^t x_k - \sum_{k=1}^t d_k \right)) =$$

$$\sum_{t=1}^T (f_t y_t + w_t x_t) + K = \sum_{t=1}^T f_t y_t + \sum_{t=1}^T \sum_{\tau=t}^T w_t x_{t\tau} + K,$$

- где $w_t = c_t + h_t + \dots + h_T$ и $K = \sum_{t=1}^T h_t (s_0 - \sum_{k=1}^t d_k)$.

Альтернативная формулировка

В новых переменных $x_{t\tau}$ задачу о размере партии можно переформулировать следующим образом:

$$\sum_{t=1}^T f_t y_t + \sum_{t=1}^T \sum_{\tau=t}^T w_t x_{t\tau} \rightarrow \min,$$

$$\sum_{t=1}^{\tau} x_{t\tau} = d_{\tau}, \quad \tau = 1, \dots, T,$$

$$\sum_{\tau=t}^T x_{t\tau} \leq u_t, \quad t = 1, \dots, T,$$

$$0 \leq x_{t\tau} \leq d_{\tau} y_t, \quad t = 1, \dots, T; \tau = t, \dots, T,$$

$$y_t \in \{0, 1\}, \quad t = 1, \dots, T.$$

Эта новая формулировка является *идеальной*: решение релаксационной задачи ЛП всегда является целочисленным.

Альтернативная формулировка

В новых переменных $x_{t\tau}$ задачу о размере партии можно переформулировать следующим образом:

$$\sum_{t=1}^T f_t y_t + \sum_{t=1}^T \sum_{\tau=t}^T w_t x_{t\tau} \rightarrow \min,$$

$$\sum_{t=1}^{\tau} x_{t\tau} = d_{\tau}, \quad \tau = 1, \dots, T,$$

$$\sum_{\tau=t}^T x_{t\tau} \leq u_t, \quad t = 1, \dots, T,$$

$$0 \leq x_{t\tau} \leq d_{\tau} y_t, \quad t = 1, \dots, T; \tau = t, \dots, T,$$

$$y_t \in \{0, 1\}, \quad t = 1, \dots, T.$$

Эта новая формулировка является *идеальной*: решение релаксационной задачи ЛП всегда является целочисленным.

Альтернативная формулировка

В новых переменных $x_{t\tau}$ задачу о размере партии можно переформулировать следующим образом:

$$\sum_{t=1}^T f_t y_t + \sum_{t=1}^T \sum_{\tau=t}^T w_t x_{t\tau} \rightarrow \min,$$

$$\sum_{t=1}^{\tau} x_{t\tau} = d_{\tau}, \quad \tau = 1, \dots, T,$$

$$\sum_{\tau=t}^T x_{t\tau} \leq u_t, \quad t = 1, \dots, T,$$

$$0 \leq x_{t\tau} \leq d_{\tau} y_t, \quad t = 1, \dots, T; \tau = t, \dots, T,$$

$$y_t \in \{0, 1\}, \quad t = 1, \dots, T.$$

Эта новая формулировка является *идеальной*: решение релаксационной задачи ЛП всегда является целочисленным.

Альтернативная формулировка

В новых переменных $x_{t\tau}$ задачу о размере партии можно переформулировать следующим образом:

$$\sum_{t=1}^T f_t y_t + \sum_{t=1}^T \sum_{\tau=t}^T w_t x_{t\tau} \rightarrow \min,$$

$$\sum_{t=1}^{\tau} x_{t\tau} = d_{\tau}, \quad \tau = 1, \dots, T,$$

$$\sum_{\tau=t}^T x_{t\tau} \leq u_t, \quad t = 1, \dots, T,$$

$$0 \leq x_{t\tau} \leq d_{\tau} y_t, \quad t = 1, \dots, T; \tau = t, \dots, T,$$

$$y_t \in \{0, 1\}, \quad t = 1, \dots, T.$$

Эта новая формулировка является *идеальной*: решение релаксационной задачи ЛП всегда является целочисленным.

Альтернативная формулировка

В новых переменных $x_{t\tau}$ задачу о размере партии можно переформулировать следующим образом:

$$\sum_{t=1}^T f_t y_t + \sum_{t=1}^T \sum_{\tau=t}^T w_t x_{t\tau} \rightarrow \min,$$

$$\sum_{t=1}^{\tau} x_{t\tau} = d_{\tau}, \quad \tau = 1, \dots, T,$$

$$\sum_{\tau=t}^T x_{t\tau} \leq u_t, \quad t = 1, \dots, T,$$

$$0 \leq x_{t\tau} \leq d_{\tau} y_t, \quad t = 1, \dots, T; \tau = t, \dots, T,$$

$$y_t \in \{0, 1\}, \quad t = 1, \dots, T.$$

Эта новая формулировка является *идеальной*: решение релаксационной задачи ЛП всегда является целочисленным.

Альтернативная формулировка

В новых переменных $x_{t\tau}$ задачу о размере партии можно переформулировать следующим образом:

$$\sum_{t=1}^T f_t y_t + \sum_{t=1}^T \sum_{\tau=t}^T w_t x_{t\tau} \rightarrow \min,$$

$$\sum_{t=1}^{\tau} x_{t\tau} = d_{\tau}, \quad \tau = 1, \dots, T,$$

$$\sum_{\tau=t}^T x_{t\tau} \leq u_t, \quad t = 1, \dots, T,$$

$$0 \leq x_{t\tau} \leq d_{\tau} y_t, \quad t = 1, \dots, T; \tau = t, \dots, T,$$

$$y_t \in \{0, 1\}, \quad t = 1, \dots, T.$$

Эта новая формулировка является *идеальной*: решение релаксационной задачи ЛП всегда является целочисленным.

Альтернативная формулировка

В новых переменных $x_{t\tau}$ задачу о размере партии можно переформулировать следующим образом:

$$\sum_{t=1}^T f_t y_t + \sum_{t=1}^T \sum_{\tau=t}^T w_t x_{t\tau} \rightarrow \min,$$

$$\sum_{t=1}^{\tau} x_{t\tau} = d_{\tau}, \quad \tau = 1, \dots, T,$$

$$\sum_{\tau=t}^T x_{t\tau} \leq u_t, \quad t = 1, \dots, T,$$

$$0 \leq x_{t\tau} \leq d_{\tau} y_t, \quad t = 1, \dots, T; \tau = t, \dots, T,$$

$$y_t \in \{0, 1\}, \quad t = 1, \dots, T.$$

Эта новая формулировка является *идеальной*: **решение релаксационной задачи ЛП всегда является целочисленным.**

План лекции

- 1 Примеры задач СЦП
 - Размещение центров обслуживания
 - Менеджмент портфеля: индексный фонд
 - Краткосрочный финансовый менеджмент
- 2 Размер партии
 - Размер партии: однопродуктовая модель
 - Размер партии: многопродуктовая модель

Постановка задачи

- Нужно разработать план производства n различных продуктов на m машинах в течение временного горизонта, разделенного на T периодов.
- Пусть M_j обозначает множество машин, способных производить продукт j .

Постановка задачи

- Нужно разработать план производства n различных продуктов на m машинах в течение временного горизонта, разделенного на T периодов.
- Пусть M_j обозначает множество машин, способных производить продукт j .

Исходные данные

- d_{jt} — потребность в продукте j в период t ;
 - s_{j0} — запас продукта j в начале планового горизонта.
 - f_{it} — фиксированная стоимость организации производства на машине i в период t ;
 - c_{ijt} — стоимость производства единицы продукта j на машине i в период t ;
 - h_{jt} — стоимость хранения единицы продукта j в период t ;
 - $T_{it}^{\min}, T_{it}^{\max}$ — минимальное и максимальное время работы машины i в период t ;
 - ρ_{ijk} — количество единиц продукта j , используемого для производства единицы продукта k на машине $i \in M_k$;
 - τ_{ij} — время произв. ед. продукта j на машине $i \in M_j$;
-
- Нужно определить, сколько производить каждого из продуктов и в какие периоды,
 - чтобы удовлетворить потребности во всех продуктах
 - при минимальных суммарных затратах на производство и хранение продукции.

Исходные данные

- d_{jt} — потребность в продукте j в период t ;
 - s_{j0} — запас продукта j в начале планового горизонта.
 - f_{it} — фиксированная стоимость организации производства на машине i в период t ;
 - c_{ijt} — стоимость производства единицы продукта j на машине i в период t ;
 - h_{jt} — стоимость хранения единицы продукта j в период t ;
 - $T_{it}^{\min}, T_{it}^{\max}$ — минимальное и максимальное время работы машины i в период t ;
 - ρ_{ijk} — количество единиц продукта j , используемого для производства единицы продукта k на машине $i \in M_k$;
 - τ_{ij} — время произв. ед. продукта j на машине $i \in M_j$;
-
- Нужно определить, сколько производить каждого из продуктов и в какие периоды,
 - чтобы удовлетворить потребности во всех продуктах
 - при минимальных суммарных затратах на производство и хранение продукции.

Исходные данные

- d_{jt} — потребность в продукте j в период t ;
 - s_{j0} — запас продукта j в начале планового горизонта.
 - f_{it} — фиксированная стоимость организации производства на машине i в период t ;
 - c_{ijt} — стоимость производства единицы продукта j на машине i в период t ;
 - h_{jt} — стоимость хранения единицы продукта j в период t ;
 - $T_{it}^{\min}, T_{it}^{\max}$ — минимальное и максимальное время работы машины i в период t ;
 - ρ_{ijk} — количество единиц продукта j , используемого для производства единицы продукта k на машине $i \in M_k$;
 - τ_{ij} — время произв. ед. продукта j на машине $i \in M_j$;
-
- Нужно определить, сколько производить каждого из продуктов и в какие периоды,
 - чтобы удовлетворить потребности во всех продуктах
 - при минимальных суммарных затратах на производство и хранение продукции.

Исходные данные

- d_{jt} — потребность в продукте j в период t ;
 - s_{j0} — запас продукта j в начале планового горизонта.
 - f_{it} — фиксированная стоимость организации производства на машине i в период t ;
 - c_{ijt} — стоимость производства единицы продукта j на машине i в период t ;
 - h_{jt} — стоимость хранения единицы продукта j в период t ;
 - $T_{it}^{\min}, T_{it}^{\max}$ — минимальное и максимальное время работы машины i в период t ;
 - ρ_{ijk} — количество единиц продукта j , используемого для производства единицы продукта k на машине $i \in M_k$;
 - τ_{ij} — время произв. ед. продукта j на машине $i \in M_j$;
-
- Нужно определить, сколько производить каждого из продуктов и в какие периоды,
 - чтобы удовлетворить потребности во всех продуктах
 - при минимальных суммарных затратах на производство и хранение продукции.

Исходные данные

- d_{jt} — потребность в продукте j в период t ;
 - s_{j0} — запас продукта j в начале планового горизонта.
 - f_{it} — фиксированная стоимость организации производства на машине i в период t ;
 - c_{ijt} — стоимость производства единицы продукта j на машине i в период t ;
 - h_{jt} — стоимость хранения единицы продукта j в период t ;
 - $T_{it}^{\min}, T_{it}^{\max}$ — минимальное и максимальное время работы машины i в период t ;
 - ρ_{ijk} — количество единиц продукта j , используемого для производства единицы продукта k на машине $i \in M_k$;
 - τ_{ij} — время произв. ед. продукта j на машине $i \in M_j$;
-
- Нужно определить, сколько производить каждого из продуктов и в какие периоды,
 - чтобы удовлетворить потребности во всех продуктах
 - при минимальных суммарных затратах на производство и хранение продукции.

Исходные данные

- d_{jt} — потребность в продукте j в период t ;
 - s_{j0} — запас продукта j в начале планового горизонта.
 - f_{it} — фиксированная стоимость организации производства на машине i в период t ;
 - c_{ijt} — стоимость производства единицы продукта j на машине i в период t ;
 - h_{jt} — стоимость хранения единицы продукта j в период t ;
 - $T_{it}^{\min}, T_{it}^{\max}$ — минимальное и максимальное время работы машины i в период t ;
 - ρ_{ijk} — количество единиц продукта j , используемого для производства единицы продукта k на машине $i \in M_k$;
 - τ_{ij} — время произв. ед. продукта j на машине $i \in M_j$;
-
- Нужно определить, сколько производить каждого из продуктов и в какие периоды,
 - чтобы удовлетворить потребности во всех продуктах
 - при минимальных суммарных затратах на производство и хранение продукции.

Исходные данные

- d_{jt} — потребность в продукте j в период t ;
 - s_{j0} — запас продукта j в начале планового горизонта.
 - f_{it} — фиксированная стоимость организации производства на машине i в период t ;
 - c_{ijt} — стоимость производства единицы продукта j на машине i в период t ;
 - h_{jt} — стоимость хранения единицы продукта j в период t ;
 - $T_{it}^{\min}, T_{it}^{\max}$ — минимальное и максимальное время работы машины i в период t ;
 - ρ_{ijk} — количество единиц продукта j , используемого для производства единицы продукта k на машине $i \in M_k$;
 - τ_{ij} — время произв. ед. продукта j на машине $i \in M_j$;
-
- Нужно определить, сколько производить каждого из продуктов и в какие периоды,
 - чтобы удовлетворить потребности во всех продуктах
 - при минимальных суммарных затратах на производство и хранение продукции.

Исходные данные

- d_{jt} — потребность в продукте j в период t ;
 - s_{j0} — запас продукта j в начале планового горизонта.
 - f_{it} — фиксированная стоимость организации производства на машине i в период t ;
 - c_{ijt} — стоимость производства единицы продукта j на машине i в период t ;
 - h_{jt} — стоимость хранения единицы продукта j в период t ;
 - $T_{it}^{\min}, T_{it}^{\max}$ — минимальное и максимальное время работы машины i в период t ;
 - ρ_{ijk} — количество единиц продукта j , используемого для производства единицы продукта k на машине $i \in M_k$;
 - τ_{ij} — время произв. ед. продукта j на машине $i \in M_j$;
-
- Нужно определить, сколько производить каждого из продуктов и в какие периоды,
 - чтобы удовлетворить потребности во всех продуктах
 - при минимальных суммарных затратах на производство и хранение продукции.

Исходные данные

- d_{jt} — потребность в продукте j в период t ;
 - s_{j0} — запас продукта j в начале планового горизонта.
 - f_{it} — фиксированная стоимость организации производства на машине i в период t ;
 - c_{ijt} — стоимость производства единицы продукта j на машине i в период t ;
 - h_{jt} — стоимость хранения единицы продукта j в период t ;
 - $T_{it}^{\min}, T_{it}^{\max}$ — минимальное и максимальное время работы машины i в период t ;
 - ρ_{ijk} — количество единиц продукта j , используемого для производства единицы продукта k на машине $i \in M_k$;
 - τ_{ij} — время произв. ед. продукта j на машине $i \in M_j$;
-
- **Нужно определить, сколько производить каждого из продуктов и в какие периоды,**
 - чтобы удовлетворить потребности во всех продуктах
 - при минимальных суммарных затратах на производство и хранение продукции.

Исходные данные

- d_{jt} — потребность в продукте j в период t ;
 - s_{j0} — запас продукта j в начале планового горизонта.
 - f_{it} — фиксированная стоимость организации производства на машине i в период t ;
 - c_{ijt} — стоимость производства единицы продукта j на машине i в период t ;
 - h_{jt} — стоимость хранения единицы продукта j в период t ;
 - $T_{it}^{\min}, T_{it}^{\max}$ — минимальное и максимальное время работы машины i в период t ;
 - ρ_{ijk} — количество единиц продукта j , используемого для производства единицы продукта k на машине $i \in M_k$;
 - τ_{ij} — время произв. ед. продукта j на машине $i \in M_j$;
-
- Нужно определить, сколько производить каждого из продуктов и в какие периоды,
 - **чтобы удовлетворить потребности во всех продуктах**
 - при минимальных суммарных затратах на производство и хранение продукции.

Исходные данные

- d_{jt} — потребность в продукте j в период t ;
 - s_{j0} — запас продукта j в начале планового горизонта.
 - f_{it} — фиксированная стоимость организации производства на машине i в период t ;
 - c_{ijt} — стоимость производства единицы продукта j на машине i в период t ;
 - h_{jt} — стоимость хранения единицы продукта j в период t ;
 - $T_{it}^{\min}, T_{it}^{\max}$ — минимальное и максимальное время работы машины i в период t ;
 - ρ_{ijk} — количество единиц продукта j , используемого для производства единицы продукта k на машине $i \in M_k$;
 - τ_{ij} — время произв. ед. продукта j на машине $i \in M_j$;
-
- Нужно определить, сколько производить каждого из продуктов и в какие периоды,
 - чтобы удовлетворить потребности во всех продуктах
 - **при минимальных суммарных затратах на производство и хранение продукции.**

Переменные

Для $j = 1, \dots, n$, $i \in M_j$ и $t = 1, \dots, T$ введем переменные:

- x_{ijt} — количество продукта j , производимого в период t на машине i ;
- s_{jt} — количество продукта j , хранимого на складе в конце периода t ;
- $y_{it} = 1$, если машина i работает в период t , и $y_{it} = 0$ в противном случае.

Переменные

Для $j = 1, \dots, n$, $i \in M_j$ и $t = 1, \dots, T$ введем переменные:

- x_{ijt} — количество продукта j , производимого в период t на машине i ;
- s_{jt} — количество продукта j , хранимого на складе в конце периода t ;
- $y_{it} = 1$, если машина i работает в период t , и $y_{it} = 0$ в противном случае.

Переменные

Для $j = 1, \dots, n$, $i \in M_j$ и $t = 1, \dots, T$ введем переменные:

- x_{ijt} — количество продукта j , производимого в период t на машине i ;
- s_{jt} — количество продукта j , хранимого на складе в конце периода t ;
- $y_{it} = 1$, если машина i работает в период t , и $y_{it} = 0$ в противном случае.

Переменные

Для $j = 1, \dots, n$, $i \in M_j$ и $t = 1, \dots, T$ введем переменные:

- x_{ijt} — количество продукта j , производимого в период t на машине i ;
- s_{jt} — количество продукта j , хранимого на складе в конце периода t ;
- $y_{it} = 1$, если машина i работает в период t ,
и $y_{it} = 0$ в противном случае.

Переменные

Для $j = 1, \dots, n$, $i \in M_j$ и $t = 1, \dots, T$ введем переменные:

- x_{ijt} — количество продукта j , производимого в период t на машине i ;
- s_{jt} — количество продукта j , хранимого на складе в конце периода t ;
- $y_{it} = 1$, если машина i работает в период t ,
и $y_{it} = 0$ в противном случае.

Формулировка

$$\sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^n \left(h_{jt} s_{jt} + \sum_{i \in M_j} c_{ijt} x_{ijt} \right) + \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^m f_{it} y_{it} \rightarrow \min,$$

$$s_{j,t-1} + \sum_{i \in M_j} x_{ijt} = d_{jt} + s_{jt} + \sum_{k=1}^n \sum_{i \in M_k} \rho_{ijk} x_{ikt},$$

$$j = 1, \dots, n; t = 1, \dots, T,$$

$$T_{it}^{\min} y_{it} \leq \sum_{j: i \in M_j} \tau_{ij} x_{ijt} \leq T_{it}^{\max} y_{it}, \quad i = 1, \dots, m; t = 1, \dots, T,$$

$$s_{jt} \geq 0, \quad j = 1, \dots, n; t = 1, \dots, T,$$

$$y_{it} \in \{0, 1\}, \quad i = 1, \dots, m; t = 1, \dots, T,$$

$$x_{ijt} \geq 0, \quad j = 1, \dots, n; i \in M_j; t = 1, \dots, T.$$

Цель — минимизировать суммарные издержки производства и хранения продуктов.

Формулировка

$$\sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^n \left(h_{jt} s_{jt} + \sum_{i \in M_j} c_{ijt} x_{ijt} \right) + \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^m f_{it} y_{it} \rightarrow \min,$$

$$s_{j,t-1} + \sum_{i \in M_j} x_{ijt} = d_{jt} + s_{jt} + \sum_{k=1}^n \sum_{i \in M_k} \rho_{ijk} x_{ikt},$$

$$j = 1, \dots, n; t = 1, \dots, T,$$

$$T_{it}^{\min} y_{it} \leq \sum_{j: i \in M_j} \tau_{ij} x_{ijt} \leq T_{it}^{\max} y_{it}, \quad i = 1, \dots, m; t = 1, \dots, T,$$

$$s_{jt} \geq 0, \quad j = 1, \dots, n; t = 1, \dots, T,$$

$$y_{it} \in \{0, 1\}, \quad i = 1, \dots, m; t = 1, \dots, T,$$

$$x_{ijt} \geq 0, \quad j = 1, \dots, n; i \in M_j; t = 1, \dots, T.$$

Балансовые равенства: кол-во продукта на складе в период $t - 1$ плюс то, что произведено в период t , равно потребности в период t плюс то, что исп. для произв. других продуктов, и то, что будет храниться на складе в конце периода t .

Формулировка

$$\sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^n \left(h_{jt} s_{jt} + \sum_{i \in M_j} c_{ijt} x_{ijt} \right) + \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^m f_{it} y_{it} \rightarrow \min,$$

$$s_{j,t-1} + \sum_{i \in M_j} x_{ijt} = d_{jt} + s_{jt} + \sum_{k=1}^n \sum_{i \in M_k} \rho_{ijk} x_{ikt},$$

$$j = 1, \dots, n; t = 1, \dots, T,$$

$$T_{it}^{\min} y_{it} \leq \sum_{j: i \in M_j} \tau_{ij} x_{ijt} \leq T_{it}^{\max} y_{it}, \quad i = 1, \dots, m; t = 1, \dots, T,$$

$$s_{jt} \geq 0, \quad j = 1, \dots, n; t = 1, \dots, T,$$

$$y_{it} \in \{0, 1\}, \quad i = 1, \dots, m; t = 1, \dots, T,$$

$$x_{ijt} \geq 0, \quad j = 1, \dots, n; i \in M_j; t = 1, \dots, T.$$

Балансовые равенства: кол-во продукта на складе в период $t - 1$ плюс то, что произведено в период t , равно потребности в период t плюс то, что исп. для произв. других продуктов, и то, что будет храниться на складе в конце периода t .

Формулировка

$$\sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^n \left(h_{jt} s_{jt} + \sum_{i \in M_j} c_{ijt} x_{ijt} \right) + \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^m f_{it} y_{it} \rightarrow \min,$$

$$s_{j,t-1} + \sum_{i \in M_j} x_{ijt} = d_{jt} + s_{jt} + \sum_{k=1}^n \sum_{i \in M_k} \rho_{ijk} x_{ikt},$$

$$j = 1, \dots, n; t = 1, \dots, T,$$

$$T_{it}^{\min} y_{it} \leq \sum_{j: i \in M_j} \tau_{ij} x_{ijt} \leq T_{it}^{\max} y_{it}, \quad i = 1, \dots, m; t = 1, \dots, T,$$

$$s_{jt} \geq 0, \quad j = 1, \dots, n; t = 1, \dots, T,$$

$$y_{it} \in \{0, 1\}, \quad i = 1, \dots, m; t = 1, \dots, T,$$

$$x_{ijt} \geq 0, \quad j = 1, \dots, n; i \in M_j; t = 1, \dots, T.$$

Балансовые равенства: кол-во продукта на складе в период $t - 1$ **плюс то, что произведено в период t** , равно потребности в период t **плюс то, что исп. для произв. других продуктов**, и то, что будет храниться на складе в конце периода t .

Формулировка

$$\sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^n \left(h_{jt} s_{jt} + \sum_{i \in M_j} c_{ijt} x_{ijt} \right) + \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^m f_{it} y_{it} \rightarrow \min,$$

$$s_{j,t-1} + \sum_{i \in M_j} x_{ijt} = d_{jt} + s_{jt} + \sum_{k=1}^n \sum_{i \in M_k} \rho_{ijk} x_{ikt},$$

$$j = 1, \dots, n; t = 1, \dots, T,$$

$$T_{it}^{\min} y_{it} \leq \sum_{j: i \in M_j} \tau_{ij} x_{ijt} \leq T_{it}^{\max} y_{it}, \quad i = 1, \dots, m; t = 1, \dots, T,$$

$$s_{jt} \geq 0, \quad j = 1, \dots, n; t = 1, \dots, T,$$

$$y_{it} \in \{0, 1\}, \quad i = 1, \dots, m; t = 1, \dots, T,$$

$$x_{ijt} \geq 0, \quad j = 1, \dots, n; i \in M_j; t = 1, \dots, T.$$

Балансовые равенства: кол-во продукта на складе в период $t - 1$ плюс то, что произведено в период t , **равно потребности в период t** плюс то, что исп. для произв. других продуктов, и то, что будет храниться на складе в конце периода t .

Формулировка

$$\sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^n \left(h_{jt} s_{jt} + \sum_{i \in M_j} c_{ijt} x_{ijt} \right) + \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^m f_{it} y_{it} \rightarrow \min,$$

$$s_{j,t-1} + \sum_{i \in M_j} x_{ijt} = d_{jt} + s_{jt} + \sum_{k=1}^n \sum_{i \in M_k} \rho_{ijk} x_{ikt},$$

$$j = 1, \dots, n; t = 1, \dots, T,$$

$$T_{it}^{\min} y_{it} \leq \sum_{j: i \in M_j} \tau_{ij} x_{ijt} \leq T_{it}^{\max} y_{it}, \quad i = 1, \dots, m; t = 1, \dots, T,$$

$$s_{jt} \geq 0, \quad j = 1, \dots, n; t = 1, \dots, T,$$

$$y_{it} \in \{0, 1\}, \quad i = 1, \dots, m; t = 1, \dots, T,$$

$$x_{ijt} \geq 0, \quad j = 1, \dots, n; i \in M_j; t = 1, \dots, T.$$

Балансовые равенства: кол-во продукта на складе в период $t - 1$ плюс то, что произведено в период t , равно потребности в период t **плюс то, что исп. для произв. других продуктов**, и то, что будет храниться на складе в конце периода t .

Формулировка

$$\sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^n \left(h_{jt} s_{jt} + \sum_{i \in M_j} c_{ijt} x_{ijt} \right) + \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^m f_{it} y_{it} \rightarrow \min,$$

$$s_{j,t-1} + \sum_{i \in M_j} x_{ijt} = d_{jt} + s_{jt} + \sum_{k=1}^n \sum_{i \in M_k} \rho_{ijk} x_{ikt},$$

$$j = 1, \dots, n; t = 1, \dots, T,$$

$$T_{it}^{\min} y_{it} \leq \sum_{j: i \in M_j} \tau_{ij} x_{ijt} \leq T_{it}^{\max} y_{it}, \quad i = 1, \dots, m; t = 1, \dots, T,$$

$$s_{jt} \geq 0, \quad j = 1, \dots, n; t = 1, \dots, T,$$

$$y_{it} \in \{0, 1\}, \quad i = 1, \dots, m; t = 1, \dots, T,$$

$$x_{ijt} \geq 0, \quad j = 1, \dots, n; i \in M_j; t = 1, \dots, T.$$

Балансовые равенства: кол-во продукта на складе в период $t - 1$ плюс то, что произведено в период t , равно потребности в период t плюс то, что исп. для произв. других продуктов, **и то, что будет храниться на складе в конце периода t .**

Формулировка

$$\sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^n \left(h_{jt} s_{jt} + \sum_{i \in M_j} c_{ijt} x_{ijt} \right) + \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^m f_{it} y_{it} \rightarrow \min,$$

$$s_{j,t-1} + \sum_{i \in M_j} x_{ijt} = d_{jt} + s_{jt} + \sum_{k=1}^n \sum_{i \in M_k} \rho_{ijk} x_{ikt},$$

$$j = 1, \dots, n; t = 1, \dots, T,$$

$$T_{it}^{\min} y_{it} \leq \sum_{j: i \in M_j} \tau_{ij} x_{ijt} \leq T_{it}^{\max} y_{it}, \quad i = 1, \dots, m; t = 1, \dots, T,$$

$$s_{jt} \geq 0, \quad j = 1, \dots, n; t = 1, \dots, T,$$

$$y_{it} \in \{0, 1\}, \quad i = 1, \dots, m; t = 1, \dots, T,$$

$$x_{ijt} \geq 0, \quad j = 1, \dots, n; i \in M_j; t = 1, \dots, T.$$

Эта группа неравенств требует, чтобы время работы машин в каждом из периодов было в пределах заданных лимитов, причем если машина i не работает в период t ($y_{it} = 0$), то она не может ничего производить (все x_{ijt} равны нулю).

Формулировка

$$\sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^n \left(h_{jt} s_{jt} + \sum_{i \in M_j} c_{ijt} x_{ijt} \right) + \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^m f_{it} y_{it} \rightarrow \min,$$

$$s_{j,t-1} + \sum_{i \in M_j} x_{ijt} = d_{jt} + s_{jt} + \sum_{k=1}^n \sum_{i \in M_k} \rho_{ijk} x_{ikt},$$

$$j = 1, \dots, n; t = 1, \dots, T,$$

$$T_{it}^{\min} y_{it} \leq \sum_{j: i \in M_j} \tau_{ij} x_{ijt} \leq T_{it}^{\max} y_{it}, \quad i = 1, \dots, m; t = 1, \dots, T,$$

$$s_{jt} \geq 0, \quad j = 1, \dots, n; t = 1, \dots, T,$$

$$y_{it} \in \{0, 1\}, \quad i = 1, \dots, m; t = 1, \dots, T,$$

$$x_{ijt} \geq 0, \quad j = 1, \dots, n; i \in M_j; t = 1, \dots, T.$$

Эта группа неравенств требуют, чтобы время работы машин в каждом из периодов было в пределах заданных лимитов, причем если машина i не работает в период t ($y_{it} = 0$), то она не может ничего производить (все x_{ijt} равны нулю).

Формулировка

$$\sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^n \left(h_{jt} s_{jt} + \sum_{i \in M_j} c_{ijt} x_{ijt} \right) + \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^m f_{it} y_{it} \rightarrow \min,$$

$$s_{j,t-1} + \sum_{i \in M_j} x_{ijt} = d_{jt} + s_{jt} + \sum_{k=1}^n \sum_{i \in M_k} \rho_{ijk} x_{ikt},$$

$$T_{it}^{\min} y_{it} \leq \sum_{j: i \in M_j} \tau_{ij} x_{ijt} \leq T_{it}^{\max} y_{it}, \quad j = 1, \dots, n; t = 1, \dots, T,$$

$$i = 1, \dots, m; t = 1, \dots, T,$$

$$s_{jt} \geq 0, \quad j = 1, \dots, n; t = 1, \dots, T,$$

$$y_{it} \in \{0, 1\}, \quad i = 1, \dots, m; t = 1, \dots, T,$$

$$x_{ijt} \geq 0, \quad j = 1, \dots, n; i \in M_j; t = 1, \dots, T.$$

Ограничения на переменные.