Динамическое программирование

Н.Н. Писарук
pisaruk@yandex.by

Экономический факультет
Белорусский государственный университет

Минск - 2014

План лекции

1. Задача о рюкзаке
   - Целочисленный рюкзак
   - 0,1-рюкзак
2. Размер партии: однопродуктовая модель
   - Общий случай
   - Неограниченные производственные мощности
3. Контроль качества продукции, производимой на конвейере

Метод динамического программирования

- Метод *динамического программирования*, как и метод ветвей и границ, при поиске оптимального решения некоторой задачи производит разумный перебор допустимых решений,
- но делает это другим способом.
- Вычисления в конкретном методе динамического программирования проводятся по рекуррентной формуле,
- которая сводит решение задачи к решению нескольких (иногда бесконечно большого числа) задач того же самого типа, но уже меньшего размера.
- Применения метода динамического программирования разнообразны, что не позволяет сформулировать общую задачу, обобщающую все задачи, решаемые этим методом.
- Но для комбинаторных задач методы динамического

Метод динамического программирования

- Метод *динамического программирования*, как и метод ветвей и границ, при поиске оптимального решения некоторой задачи производит разумный перебор допустимых решений,
- но делает это другим способом.
- Вычисления в конкретном методе динамического программирования проводятся по рекуррентной формуле,
- которая сводит решение задачи к решению нескольких (иногда бесконечно большого числа) задач того же самого типа, но уже меньшего размера.
- Применения метода динамического программирования разнообразны, что не позволяет сформулировать общую задачу, обобщающую все задачи, решаемые этим методом.
- Но для комбинаторных задач методы динамического

Метод динамического программирования

- Метод *динамического программирования*, как и метод ветвей и границ, при поиске оптимального решения некоторой задачи производит разумный перебор допустимых решений,
- но делает это другим способом.
- Вычисления в конкретном методе динамического программирования проводятся по рекуррентной формуле,
- которая сводит решение задачи к решению нескольких (иногда бесконечно большого числа) задач того же самого типа, но уже меньшего размера.
- Применения метода динамического программирования разнообразны, что не позволяет сформулировать общую задачу, обобщающую все задачи, решаемые этим методом.
- Но для комбинаторных задач методы динамического

Метод динамического программирования

- Метод *динамического программирования*, как и метод ветвей и границ, при поиске оптимального решения некоторой задачи производит разумный перебор допустимых решений,
- но делает это другим способом.
- Вычисления в конкретном методе динамического программирования проводятся по рекуррентной формуле,
- которая сводит решение задачи к решению нескольких (иногда бесконечно большого числа) задач того же самого типа, но уже меньшего размера.
- Применения метода динамического программирования разнообразны, что не позволяет сформулировать общую задачу, обобщающую все задачи, решаемые этим методом.
- Но для комбинаторных задач методы динамического

Метод динамического программирования

- Метод *динамического программирования*, как и метод ветвей и границ, при поиске оптимального решения некоторой задачи производит разумный перебор допустимых решений,
- но делает это другим способом.
- Вычисления в конкретном методе динамического программирования проводятся по рекуррентной формуле,
- которая сводит решение задачи к решению нескольких (иногда бесконечно большого числа) задач того же самого типа, но уже меньшего размера.
- Применения метода динамического программирования разнообразны, что не позволяет сформулировать общую задачу, обобщающую все задачи, решаемые этим методом.
- Но для комбинаторных задач методы динамического

Метод динамического программирования

- Метод *динамического программирования*, как и метод ветвей и границ, при поиске оптимального решения некоторой задачи производит разумный перебор допустимых решений,
- но делает это другим способом.
- Вычисления в конкретном методе динамического программирования проводятся по рекуррентной формуле,
- которая сводит решение задачи к решению нескольких (иногда бесконечно большого числа) задач того же самого типа, но уже меньшего размера.
- Применения метода динамического программирования разнообразны, что не позволяет сформулировать общую задачу, обобщающую все задачи, решаемые этим методом.
- Но для комбинаторных задач методы динамического

Метод динамического программирования

- Метод *динамического программирования*, как и метод ветвей и границ, при поиске оптимального решения некоторой задачи производит разумный перебор допустимых решений,
- но делает это другим способом.
- Вычисления в конкретном методе динамического программирования проводятся по рекуррентной формуле,
- которая сводит решение задачи к решению нескольких (иногда бесконечно большого числа) задач того же самого типа, но уже меньшего размера.
- Применения метода динамического программирования разнообразны, что не позволяет сформулировать общую задачу, обобщающую все задачи, решаемые этим методом.
- Но для комбинаторных задач методы динамического

Задачи о рюкзаке

Имеется два основных варианта *задачи о рюкзаке*:

- *целочисленный рюкзак*:
$$\max\{c^T x :\ a^T x \le b,\ x \in \mathbb{Z}_+^n\},$$
- $0,1$-*рюкзак*:
$$\max\{c^T x :\ a^T x \le b,\ x \in \{0,1\}^n\}.$$
- Здесь $c \in \mathbb{R}_{++}^n$, $a \in \mathbb{Z}_{++}^n$, $b \in \mathbb{Z}_{++}$.

Задачи о рюкзаке

Имеется два основных варианта *задачи о рюкзаке*:

- *целочисленный рюкзак*:
$$\max\{c^T x : \ a^T x \le b, \ x \in \mathbb{Z}_+^n\},$$
- 0, 1-*рюкзак*:
$$\max\{c^T x : \ a^T x \le b, \ x \in \{0,1\}^n\}.$$
- Здесь $c \in \mathbb{R}_{++}^n$, $a \in \mathbb{Z}_{++}^n$, $b \in \mathbb{Z}_{++}$.

Задачи о рюкзаке

Имеется два основных варианта *задачи о рюкзаке*:

- *целочисленный рюкзак*:
$$\max\{c^T x : \; a^T x \le b, \; x \in \mathbb{Z}^n_+\},$$
- $0,1$-*рюкзак*:
$$\max\{c^T x : \; a^T x \le b, \; x \in \{0,1\}^n\}.$$
- Здесь $c \in \mathbb{R}^n_{++}$, $a \in \mathbb{Z}^n_{++}$, $b \in \mathbb{Z}_{++}$.

Задачи о рюкзаке

Имеется два основных варианта *задачи о рюкзаке*:

- *целочисленный рюкзак*:

$$\max\{c^T x : \ a^T x \le b, \ x \in \mathbb{Z}_+^n\},$$

- $0, 1$-*рюкзак*:

$$\max\{c^T x : \ a^T x \le b, \ x \in \{0, 1\}^n\}.$$

- Здесь $c \in \mathbb{R}_{++}^n$, $a \in \mathbb{Z}_{++}^n$, $b \in \mathbb{Z}_{++}$.

Интерпретация

- Вы выиграли приз, который позволяет вам в супермаркете наполнить ваш рюкзак любыми имеющимися там предметами,
- при условии, что суммарный вес предметов не должен превосходить заданной величины b.
- Предположим, что
  - в супермаркете имеется n типов предметов,
  - а стоимость одного предмета типа j равна c_j.
- Вы, скорее всего, захотите наполнить свой рюкзак таким образом, чтобы
- стоимость всех предметов в нем была максимальной.
- Для этого вам придется решить задачу о целочисленном рюкзаке.
- Если разрешается взять не более одного экземпляра каждого из предметов, то тогда вам нужно решать задачу о 0, 1-рюкзаке.

Интерпретация

- Вы выиграли приз, который позволяет вам в супермаркете наполнить ваш рюкзак любыми имеющимися там предметами,
- при условии, что суммарный вес предметов не должен превосходить заданной величины b.
- Предположим, что
  - в супермаркете имеется n типов предметов,
  - а стоимость одного предмета типа j равна c_j.
- Вы, скорее всего, захотите наполнить свой рюкзак таким образом, чтобы
- стоимость всех предметов в нем была максимальной.
- Для этого вам придется решить задачу о целочисленном рюкзаке.
- Если разрешается взять не более одного экземпляра каждого из предметов, то тогда вам нужно решать задачу о $0,1$-рюкзаке.

Интерпретация

- Вы выиграли приз, который позволяет вам в супермаркете наполнить ваш рюкзак любыми имеющимися там предметами,
- при условии, что суммарный вес предметов не должен превосходить заданной величины b.
- Предположим, что
  - в супермаркете имеется n типов предметов,
  - а стоимость одного предмета типа j равна c_j.
- Вы, скорее всего, захотите наполнить свой рюкзак таким образом, чтобы
- стоимость всех предметов в нем была максимальной.
- Для этого вам придется решить задачу о целочисленном рюкзаке.
- Если разрешается взять не более одного экземпляра каждого из предметов, то тогда вам нужно решать задачу о 0, 1-рюкзаке.

Интерпретация

- Вы выиграли приз, который позволяет вам в супермаркете наполнить ваш рюкзак любыми имеющимися там предметами,
- при условии, что суммарный вес предметов не должен превосходить заданной величины b.
- Предположим, что
  - в супермаркете имеется n типов предметов,
  - а стоимость одного предмета типа j равна c_j.
- Вы, скорее всего, захотите наполнить свой рюкзак таким образом, чтобы
- стоимость всех предметов в нем была максимальной.
- Для этого вам придется решить задачу о целочисленном рюкзаке.
- Если разрешается взять не более одного экземпляра каждого из предметов, то тогда вам нужно решать задачу о 0, 1-рюкзаке.

Интерпретация

- Вы выиграли приз, который позволяет вам в супермаркете наполнить ваш рюкзак любыми имеющимися там предметами,
- при условии, что суммарный вес предметов не должен превосходить заданной величины b.
- Предположим, что
  - в супермаркете имеется n типов предметов,
  - а стоимость одного предмета типа j равна c_j.
- Вы, скорее всего, захотите наполнить свой рюкзак таким образом, чтобы
- стоимость всех предметов в нем была максимальной.
- Для этого вам придется решить задачу о целочисленном рюкзаке.
- Если разрешается взять не более одного экземпляра каждого из предметов, то тогда вам нужно решать задачу о 0, 1-рюкзаке.

Интерпретация

- Вы выиграли приз, который позволяет вам в супермаркете наполнить ваш рюкзак любыми имеющимися там предметами,
- при условии, что суммарный вес предметов не должен превосходить заданной величины b.
- Предположим, что
  - в супермаркете имеется n типов предметов,
  - а стоимость одного предмета типа j равна c_j.
- Вы, скорее всего, захотите наполнить свой рюкзак таким образом, чтобы
- стоимость всех предметов в нем была максимальной.
- Для этого вам придется решить задачу о целочисленном рюкзаке.
- Если разрешается взять не более одного экземпляра каждого из предметов, то тогда вам нужно решать задачу о 0, 1-рюкзаке.

Интерпретация

- Вы выиграли приз, который позволяет вам в супермаркете наполнить ваш рюкзак любыми имеющимися там предметами,
- при условии, что суммарный вес предметов не должен превосходить заданной величины b.
- Предположим, что
  - в супермаркете имеется n типов предметов,
  - а стоимость одного предмета типа j равна c_j.
- Вы, скорее всего, захотите наполнить свой рюкзак таким образом, чтобы
- стоимость всех предметов в нем была максимальной.
- Для этого вам придется решить задачу о целочисленном рюкзаке.
- Если разрешается взять не более одного экземпляра каждого из предметов, то тогда вам нужно решать задачу о $0,1$-рюкзаке.

Интерпретация

- Вы выиграли приз, который позволяет вам в супермаркете наполнить ваш рюкзак любыми имеющимися там предметами,
- при условии, что суммарный вес предметов не должен превосходить заданной величины b.
- Предположим, что
  - в супермаркете имеется n типов предметов,
  - а стоимость одного предмета типа j равна c_j.
- Вы, скорее всего, захотите наполнить свой рюкзак таким образом, чтобы
- стоимость всех предметов в нем была максимальной.
- Для этого вам придется решить задачу о целочисленном рюкзаке.
- Если разрешается взять не более одного экземпляра каждого из предметов, то тогда вам нужно решать задачу о $0, 1$-рюкзаке.

Интерпретация

- Вы выиграли приз, который позволяет вам в супермаркете наполнить ваш рюкзак любыми имеющимися там предметами,
- при условии, что суммарный вес предметов не должен превосходить заданной величины b.
- Предположим, что
  - в супермаркете имеется n типов предметов,
  - а стоимость одного предмета типа j равна c_j.
- Вы, скорее всего, захотите наполнить свой рюкзак таким образом, чтобы
- стоимость всех предметов в нем была максимальной.
- Для этого вам придется решить задачу о целочисленном рюкзаке.
- Если разрешается взять не более одного экземпляра каждого из предметов, то тогда вам нужно решать задачу о $0,1$-рюкзаке.

Задача отбора инвестиционных проектов

- Приведем еще одну, более серьезную, интерпретацию задачи о $0,1$-рюкзаке.
- Инвестор, имеющий сумму b, должен решить,
- какие из n проектов с одинаковым сроком окупаемости ему следует финансировать,
- если известно, что
  - затраты на реализацию проекта j равны a_j,
  - а ожидаемая прибыль — c_j.

Задача отбора инвестиционных проектов

- Приведем еще одну, более серьезную, интерпретацию задачи о $0,1$-рюкзаке.
- Инвестор, имеющий сумму b, должен решить,
- какие из n проектов с одинаковым сроком окупаемости ему следует финансировать,
- если известно, что
  - затраты на реализацию проекта j равны a_j,
  - а ожидаемая прибыль — c_j.

Задача отбора инвестиционных проектов

- Приведем еще одну, более серьезную, интерпретацию задачи о $0,1$-рюкзаке.
- Инвестор, имеющий сумму b, должен решить,
- какие из n проектов с одинаковым сроком окупаемости ему следует финансировать,
- если известно, что
  - затраты на реализацию проекта j равны a_j,
  - а ожидаемая прибыль — c_j.

Задача отбора инвестиционных проектов

- Приведем еще одну, более серьезную, интерпретацию задачи о $0,1$-рюкзаке.
- Инвестор, имеющий сумму b, должен решить,
- какие из n проектов с одинаковым сроком окупаемости ему следует финансировать,
- если известно, что
  - затраты на реализацию проекта j равны a_j,
  - а ожидаемая прибыль — c_j.

Задача отбора инвестиционных проектов

- Приведем еще одну, более серьезную, интерпретацию задачи о $0, 1$-рюкзаке.
- Инвестор, имеющий сумму b, должен решить,
- какие из n проектов с одинаковым сроком окупаемости ему следует финансировать,
- если известно, что
  - затраты на реализацию проекта j равны a_j,
  - а ожидаемая прибыль — c_j.

Задача отбора инвестиционных проектов

- Приведем еще одну, более серьезную, интерпретацию задачи о $0, 1$-рюкзаке.
- Инвестор, имеющий сумму b, должен решить,
- какие из n проектов с одинаковым сроком окупаемости ему следует финансировать,
- если известно, что
  - затраты на реализацию проекта j равны a_j,
  - а ожидаемая прибыль — c_j.

План лекции

1. Задача о рюкзаке
   - Целочисленный рюкзак
   - 0,1-рюкзак
2. Размер партии: однопродуктовая модель
   - Общий случай
   - Неограниченные производственные мощности
3. Контроль качества продукции, производимой на конвейере

Сведение к задаче о максимальном пути

- Рассмотрим задачу о целочисленном рюкзаке
$$\max\{c^T x : a^T x \le b,\ x \in \mathbb{Z}^n_+\},$$
- Ради простоты изложения, предположим, что все числа $a_1, \dots, a_n$ различны.
- В противном случае, из каждого многоэлементного множества $\{j : a_j = \alpha\}$ можно удалить все переменные, кроме одной с максимальным значение целевого коэффициента.
- Определим орграф $G = (V, E)$ по правилу:
$$V = \{0, 1, \dots, b\},$$
$$E = \{(v, w) : v, w \in V,\ w - v \in \{a_1, \dots, a_n\}\}.$$
- Стоимость $c(v, w)$ дуги $(v, w) \in E$ с $w - v = a_j$ равна c_j.

Сведение к задаче о максимальном пути

- Рассмотрим задачу о целочисленном рюкзаке
$$\max\{c^T x : \; a^T x \le b, \; x \in \mathbb{Z}_+^n\},$$
- Ради простоты изложения, предположим, что все числа $a_1, \dots, a_n$ различны.
- В противном случае, из каждого многоэлементного множества $\{j : \; a_j = \alpha\}$ можно удалить все переменные, кроме одной с максимальным значение целевого коэффициента.
- Определим орграф $G = (V, E)$ по правилу:
$$V = \{0, 1, \dots, b\},$$
$$E = \{(v, w) : \; v, w \in V, \; w - v \in \{a_1, \dots, a_n\}\}.$$
- Стоимость $c(v, w)$ дуги $(v, w) \in E$ с $w - v = a_j$ равна c_j.

Сведение к задаче о максимальном пути

- Рассмотрим задачу о целочисленном рюкзаке
$$\max\{c^T x : \; a^T x \le b, \; x \in \mathbb{Z}_+^n\},$$
- Ради простоты изложения, предположим, что все числа $a_1, \dots, a_n$ различны.
- В противном случае, из каждого многоэлементного множества $\{j : \; a_j = \alpha\}$ можно удалить все переменные, кроме одной с максимальным значение целевого коэффициента.
- Определим орграф $G = (V, E)$ по правилу:
$$V = \{0, 1, \dots, b\},$$
$$E = \{(v, w) : \; v, w \in V, \; w - v \in \{a_1, \dots, a_n\}\}.$$
- Стоимость $c(v, w)$ дуги $(v, w) \in E$ с $w - v = a_j$ равна c_j.

Сведение к задаче о максимальном пути

- Рассмотрим задачу о целочисленном рюкзаке
$$\max\{c^T x : \ a^T x \le b, \ x \in \mathbb{Z}^n_+\},$$
- Ради простоты изложения, предположим, что все числа $a_1, \dots, a_n$ различны.
- В противном случае, из каждого многоэлементного множества $\{j : \ a_j = \alpha\}$ можно удалить все переменные, кроме одной с максимальным значение целевого коэффициента.
- Определим орграф $G = (V, E)$ по правилу:
$$V = \{0, 1, \dots, b\},$$
$$E = \{(v, w) : \ v, w \in V, \ w - v \in \{a_1, \dots, a_n\}\}.$$
- Стоимость $c(v, w)$ дуги $(v, w) \in E$ с $w - v = a_j$ равна c_j.

Сведение к задаче о максимальном пути

- Рассмотрим задачу о целочисленном рюкзаке
$$\max\{c^T x : \ a^T x \le b, \ x \in \mathbb{Z}_+^n\},$$
- Ради простоты изложения, предположим, что все числа $a_1, \dots, a_n$ различны.
- В противном случае, из каждого многоэлементного множества $\{j : \ a_j = \alpha\}$ можно удалить все переменные, кроме одной с максимальным значение целевого коэффициента.
- Определим орграф $G = (V, E)$ по правилу:
$$V = \{0, 1, \dots, b\},$$
$$E = \{(v, w) : \ v, w \in V, \ w - v \in \{a_1, \dots, a_n\}\}.$$
- Стоимость $c(v, w)$ дуги $(v, w) \in E$ с $w - v = a_j$ равна c_j.

Сведение к задаче о максимальном пути

- Рассмотрим задачу о целочисленном рюкзаке
$$\max\{c^T x : \ a^T x \le b, \ x \in \mathbb{Z}_+^n\},$$
- Ради простоты изложения, предположим, что все числа $a_1, \dots, a_n$ различны.
- В противном случае, из каждого многоэлементного множества $\{j : \ a_j = \alpha\}$ можно удалить все переменные, кроме одной с максимальным значение целевого коэффициента.
- Определим орграф $G = (V, E)$ по правилу:
$$V = \{0, 1, \dots, b\},$$
$$E = \{(v, w) : \ v, w \in V, \ w - v \in \{a_1, \dots, a_n\}\}.$$
- Стоимость $c(v, w)$ дуги $(v, w) \in E$ с $w - v = a_j$ равна c_j.

Сведение к задаче о максимальном пути

- Рассмотрим задачу о целочисленном рюкзаке
$$\max\{c^T x : a^T x \le b,\ x \in \mathbb{Z}_+^n\},$$
- Ради простоты изложения, предположим, что все числа $a_1, \dots, a_n$ различны.
- В противном случае, из каждого многоэлементного множества $\{j : a_j = \alpha\}$ можно удалить все переменные, кроме одной с максимальным значение целевого коэффициента.
- Определим орграф $G = (V, E)$ по правилу:
$$V = \{0, 1, \dots, b\},$$
$$E = \{(v, w) : v, w \in V,\ w - v \in \{a_1, \dots, a_n\}\}.$$
- Стоимость $c(v, w)$ дуги $(v, w) \in E$ с $w - v = a_j$ равна c_j.

Сведение к задаче о максимальном пути

- Каждому пути $P = (v_0 = 0, v_1, \dots, v_k = \beta)$ в графе G из вершины 0 до вершины β ($\beta \le b$)
- соответствует допустимое решение x^P задачи

$$F(\beta) \stackrel{\text{def}}{=} \max\{c^T x : \ a^T x = \beta, \ x \in \mathbb{Z}^n_+\}.$$

- Компоненты этого решения определяются по правилу:

$$x^P_j = |\{i : \ v_i - v_{i-1} = a_j\}|, \quad j = 1, \dots, n.$$

- Понятно, что самому длинному пути P^* в графе G из вершины 0 до вершины β соответствует оптимальное решение задачи

$$\max\{c^T x : \ a^T x \le b, \ x \in \mathbb{Z}^n_+\},$$

- При этом, стоимость пути P^* равна $F(\beta)$.

Сведение к задаче о максимальном пути

- Каждому пути $P = (v_0 = 0, v_1, \dots, v_k = \beta)$ в графе G из вершины 0 до вершины β $(\beta \le b)$
- соответствует допустимое решение x^P задачи

$$F(\beta) \stackrel{\text{def}}{=} \max\{c^T x : \ a^T x = \beta, \ x \in \mathbb{Z}^n_+\}.$$

- Компоненты этого решения определяются по правилу:

$$x^P_j = |\{i : \ v_i - v_{i-1} = a_j\}|, \quad j = 1, \dots, n.$$

- Понятно, что самому длинному пути P^* в графе G из вершины 0 до вершины β соответствует оптимальное решение задачи

$$\max\{c^T x : \ a^T x \le b, \ x \in \mathbb{Z}^n_+\},$$

- При этом, стоимость пути P^* равна $F(\beta)$.

Сведение к задаче о максимальном пути

- Каждому пути $P = (v_0 = 0, v_1, \dots, v_k = \beta)$ в графе G из вершины 0 до вершины β ($\beta \le b$)
- соответствует допустимое решение x^P задачи

$$F(\beta) \stackrel{\text{def}}{=} \max\{c^T x : \ a^T x = \beta, \ x \in \mathbb{Z}_+^n\}.$$

- Компоненты этого решения определяются по правилу:

$$x_j^P = |\{i : \ v_i - v_{i-1} = a_j\}|, \quad j = 1, \dots, n.$$

- Понятно, что самому длинному пути P^* в графе G из вершины 0 до вершины β соответствует оптимальное решение задачи

$$\max\{c^T x : \ a^T x \le b, \ x \in \mathbb{Z}_+^n\},$$

- При этом, стоимость пути P^* равна $F(\beta)$.

Сведение к задаче о максимальном пути

- Каждому пути $P = (v_0 = 0, v_1, \ldots, v_k = \beta)$ в графе G из вершины 0 до вершины β ($\beta \le b$)
- соответствует допустимое решение x^P задачи

$$F(\beta) \stackrel{\text{def}}{=} \max\{c^T x : \ a^T x = \beta, \ x \in \mathbb{Z}^n_+\}.$$

- Компоненты этого решения определяются по правилу:

$$x^P_j = |\{i : \ v_i - v_{i-1} = a_j\}|, \quad j = 1, \ldots, n.$$

- Понятно, что самому длинному пути P^* в графе G из вершины 0 до вершины β соответствует оптимальное решение задачи

$$\max\{c^T x : \ a^T x \le b, \ x \in \mathbb{Z}^n_+\},$$

- При этом, стоимость пути P^* равна $F(\beta)$.

Сведение к задаче о максимальном пути

- Каждому пути $P = (v_0 = 0, v_1, \dots, v_k = \beta)$ в графе G из вершины 0 до вершины β $(\beta \le b)$
- соответствует допустимое решение x^P задачи

$$F(\beta) \stackrel{\text{def}}{=} \max\{c^T x : \ a^T x = \beta, \ x \in \mathbb{Z}_+^n\}.$$

- Компоненты этого решения определяются по правилу:

$$x_j^P = |\{i : \ v_i - v_{i-1} = a_j\}|, \quad j = 1, \dots, n.$$

- Понятно, что самому длинному пути P^* в графе G из вершины 0 до вершины β соответствует оптимальное решение задачи

$$\max\{c^T x : \ a^T x \le b, \ x \in \mathbb{Z}_+^n\},$$

- При этом, стоимость пути P^* равна $F(\beta)$.

Рекуррентные формулы

- Исходя из формул для вычисления максимальных стоимостей путей в ациклическом графе

$$d(1) = 0,$$
$$d(j) = \max_{(i,j)\in E}\left(d(i) + c(i,j)\right), \quad j = 2, \dots, n,$$

- мы можем записать следующее рекуррентное соотношение:

$$F(0) = 0,$$
$$F(\beta) = \max_{j:\, a_j \le \beta} F(\beta - a_j) + c_j, \quad \beta = 1, \dots, b.$$

- Как обычно, считаем, что максимум по пустому множеству альтернатив равен $-\infty$.

Рекуррентные формулы

- Исходя из формул для вычисления максимальных стоимостей путей в ациклическом графе

$$d(1) = 0,$$
$$d(j) = \max_{(i,j)\in E} \left(d(i) + c(i,j)\right), \quad j = 2, \dots, n,$$

- мы можем записать следующее рекуррентное соотношение:

$$F(0) = 0,$$
$$F(\beta) = \max_{j:\ a_j \le \beta} F(\beta - a_j) + c_j, \quad \beta = 1, \dots, b.$$

- Как обычно, считаем, что максимум по пустому множеству альтернатив равен $-\infty$.

Рекуррентные формулы

- Исходя из формул для вычисления максимальных стоимостей путей в ациклическом графе

$$d(1) = 0,$$
$$d(j) = \max_{(i,j)\in E} \left(d(i) + c(i,j)\right), \quad j = 2, \dots, n,$$

- мы можем записать следующее рекуррентное соотношение:

$$F(0) = 0,$$
$$F(\beta) = \max_{j:\, a_j \le \beta} F(\beta - a_j) + c_j, \quad \beta = 1, \dots, b.$$

- Как обычно, считаем, что максимум по пустому множеству альтернатив равен $-\infty$.

Рекуррентные формулы

- Исходя из формул для вычисления максимальных стоимостей путей в ациклическом графе

$$d(1) = 0,$$
$$d(j) = \max_{(i,j)\in E} \left(d(i) + c(i,j)\right), \quad j = 2, \dots, n,$$

- мы можем записать следующее рекуррентное соотношение:

$$F(0) = 0,$$
$$F(\beta) = \max_{j:\ a_j \le \beta} F(\beta - a_j) + c_j, \quad \beta = 1, \dots, b.$$

- Как обычно, считаем, что максимум по пустому множеству альтернатив равен $-\infty$.

Рекуррентные формулы

- Исходя из формул для вычисления максимальных стоимостей путей в ациклическом графе

$$d(1) = 0,$$
$$d(j) = \max_{(i,j)\in E} \left(d(i) + c(i,j)\right), \quad j = 2, \dots, n,$$

- мы можем записать следующее рекуррентное соотношение:

$$F(0) = 0,$$
$$F(\beta) = \max_{j:\, a_j \le \beta} F(\beta - a_j) + c_j, \quad \beta = 1, \dots, b.$$

- Как обычно, считаем, что максимум по пустому множеству альтернатив равен $-\infty$.

Рекуррентные формулы

- Исходя из формул для вычисления максимальных стоимостей путей в ациклическом графе

$$d(1) = 0,$$
$$d(j) = \max_{(i,j)\in E} \left(d(i) + c(i,j)\right), \quad j = 2, \dots, n,$$

- мы можем записать следующее рекуррентное соотношение:

$$F(0) = 0,$$
$$F(\beta) = \max_{j:\, a_j \le \beta} F(\beta - a_j) + c_j, \quad \beta = 1, \dots, b.$$

- Как обычно, считаем, что максимум по пустому множеству альтернатив равен $-\infty$.

Рекуррентные формулы

- Исходя из формул для вычисления максимальных стоимостей путей в ациклическом графе
$$\begin{aligned} &d(1) = 0,\\ &d(j) = \max_{(i,j)\in E} \left(d(i) + c(i,j)\right), \quad j = 2,\dots,n, \end{aligned}$$
- мы можем записать следующее рекуррентное соотношение:
$$\begin{aligned} &F(0) = 0,\\ &F(\beta) = \max_{j:\, a_j \le \beta} F(\beta - a_j) + c_j, \quad \beta = 1,\dots,b. \end{aligned}$$
- Как обычно, считаем, что максимум по пустому множеству альтернатив равен $-\infty$.

Обратный ход

- Вычисления значений $F(\beta)$ по рек. формуле называют *прямым ходом* динамического программирования.
- Когда все значения $F(\beta)$ вычислены, решение x^* задачи можно найти,
- выполнив следующий *обратный ход*.
- Начинаем с $\beta \in \arg \max_{0 \le q \le b} F(q)$ и полагаем $x_j^* = 0$ для $j = 1, \dots, n$.
- Пока $\beta > 0$, выполняем следующие вычисления:
  - находим такой индекс j, что $F(\beta) = F(\beta - a_j) + c_j$,
  - и полагаем $x_j^* := x_j^* + 1$, $\beta := \beta - a_j$.

Обратный ход

- Вычисления значений $F(\beta)$ по рек. формуле называют *прямым ходом* динамического программирования.
- Когда все значения $F(\beta)$ вычислены, решение x^* задачи можно найти,
- выполнив следующий *обратный ход*.
- Начинаем с $\beta \in \arg\max_{0 \le q \le b} F(q)$ и полагаем $x_j^* = 0$ для $j = 1, \dots, n$.
- Пока $\beta > 0$, выполняем следующие вычисления:
  - находим такой индекс j, что $F(\beta) = F(\beta - a_j) + c_j$,
  - и полагаем $x_j^* := x_j^* + 1$, $\beta := \beta - a_j$.

Обратный ход

- Вычисления значений $F(\beta)$ по рек. формуле называют *прямым ходом* динамического программирования.
- Когда все значения $F(\beta)$ вычислены, решение x^* задачи можно найти,
- выполнив следующий *обратный ход*.
- Начинаем с $\beta \in \arg \max\limits_{0 \le q \le b} F(q)$ и полагаем $x_j^* = 0$ для $j = 1, \dots, n$.
- Пока $\beta > 0$, выполняем следующие вычисления:
  - находим такой индекс j, что $F(\beta) = F(\beta - a_j) + c_j$,
  - и полагаем $x_j^* := x_j^* + 1$, $\beta := \beta - a_j$.

Обратный ход

- Вычисления значений $F(\beta)$ по рек. формуле называют *прямым ходом* динамического программирования.
- Когда все значения $F(\beta)$ вычислены, решение x^* задачи можно найти,
- выполнив следующий *обратный ход*.
- Начинаем с $\beta \in \arg\max_{0 \le q \le b} F(q)$ и полагаем $x_j^* = 0$ для $j = 1, \dots, n$.
- Пока $\beta > 0$, выполняем следующие вычисления:
  - находим такой индекс j, что $F(\beta) = F(\beta - a_j) + c_j$,
  - и полагаем $x_j^* := x_j^* + 1$, $\beta := \beta - a_j$.

Обратный ход

- Вычисления значений $F(\beta)$ по рек. формуле называют *прямым ходом* динамического программирования.
- Когда все значения $F(\beta)$ вычислены, решение x^* задачи можно найти,
- выполнив следующий *обратный ход*.
- Начинаем с $\beta \in \arg\max_{0 \le q \le b} F(q)$ и полагаем $x_j^* = 0$ для $j = 1, \ldots, n$.
- Пока $\beta > 0$, выполняем следующие вычисления:
  - находим такой индекс j, что $F(\beta) = F(\beta - a_j) + c_j$,
  - и полагаем $x_j^* := x_j^* + 1$, $\beta := \beta - a_j$.

Обратный ход

- Вычисления значений $F(\beta)$ по рек. формуле называют *прямым ходом* динамического программирования.
- Когда все значения $F(\beta)$ вычислены, решение x^* задачи можно найти,
- выполнив следующий *обратный ход*.
- Начинаем с $\beta \in \arg\max_{0 \le q \le b} F(q)$ и полагаем $x_j^* = 0$ для $j = 1, \ldots, n$.
- Пока $\beta > 0$, выполняем следующие вычисления:
  - находим такой индекс j, что $F(\beta) = F(\beta - a_j) + c_j$,
  - и полагаем $x_j^* := x_j^* + 1$, $\beta := \beta - a_j$.

Обратный ход

- Вычисления значений $F(\beta)$ по рек. формуле называют *прямым ходом* динамического программирования.
- Когда все значения $F(\beta)$ вычислены, решение x^* задачи можно найти,
- выполнив следующий *обратный ход*.
- Начинаем с $\beta \in \arg\max\limits_{0 \le q \le b} F(q)$ и полагаем $x_j^* = 0$ для $j = 1, \ldots, n$.
- Пока $\beta > 0$, выполняем следующие вычисления:
  - находим такой индекс j, что $F(\beta) = F(\beta - a_j) + c_j$,
  - и полагаем $x_j^* := x_j^* + 1$, $\beta := \beta - a_j$.

Числовой пример: прямой ход

$$\begin{aligned} 4x_1 + 5x_2 + 1x_3 + 2x_4 &\to \max, \\ 5x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 3x_4 &\leq 7, \\ x_1, x_2, x_3, x_4 &\in \mathbb{Z}_+. \end{aligned}$$

$F(0) = 0, \quad F(1) = -\infty, \quad F(2) = F(0) + 1 = 1, \quad j(2) = 3;$

$F(3) = \max\{F(1)+1 = -\infty, F(0)+2 = 2\} = 2, \quad j(3) = 4;$

$F(4) = \max\{F(0) + 5 = 5, F(2)+1 = 2, F(1)+2 = -\infty\} = 5,$
$j(4) = 2;$

$$\begin{aligned} F(5) = \max\{ & F(0)+4 = 4, F(1)+5 = -\infty, \\ & F(3)+1 = 3, F(2)+2 = 3 \} = 4, \quad j(5) = 1; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F(6) = \max\{ & F(1)+4 = -\infty, F(2)+5 = 6, \\ & F(4)+1 = 6, F(3)+2 = 4 \} = 6, \quad j(6) = 2; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F(7) = \max\{ & F(2)+4 = 5, F(3)+5 = 7, \\ & F(5)+1 = 5, F(4)+2 = 7 \} = 7, \quad j(7) = 2. \end{aligned}$$

Числовой пример: прямой ход

$$
\begin{aligned}
4x_1 + 5x_2 + 1x_3 + 2x_4 &\to \max,\\
5x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 3x_4 &\le 7,\\
x_1, x_2, x_3, x_4 &\in \mathbb{Z}_+.
\end{aligned}
$$

$F(0) = 0$, $F(1) = -\infty$, $F(2) = F(0) + 1 = 1$, $j(2) = 3$;

$F(3) = \max\{F(1)+1 = -\infty, F(0)+2 = 2\} = 2$, $j(3) = 4$;

$F(4) = \max\{F(0)+5 = 5, F(2)+1 = 2, F(1)+2 = -\infty\} = 5$, $j(4) = 2$;

$F(5) = \max\{F(0)+4 = 4, F(1)+5 = -\infty, F(3)+1 = 3, F(2)+2 = 3\} = 4$, $j(5) = 1$;

$F(6) = \max\{F(1)+4 = -\infty, F(2)+5 = 6, F(4)+1 = 6, F(3)+2 = 4\} = 6$, $j(6) = 2$;

$F(7) = \max\{F(2)+4 = 5, F(3)+5 = 7, F(5)+1 = 5, F(4)+2 = 7\} = 7$, $j(7) = 2$.

Числовой пример: прямой ход

$$\begin{aligned} 4x_1 + 5x_2 + 1x_3 + 2x_4 &\to \max, \\ 5x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 3x_4 &\le 7, \\ x_1, x_2, x_3, x_4 &\in \mathbb{Z}_+. \end{aligned}$$

$F(0) = 0$, $F(1) = -\infty$, $F(2) = F(0) + 1 = 1$, $j(2) = 3$;

$F(3) = \max\{F(1)+1 = -\infty, F(0)+2 = 2\} = 2$, $j(3) = 4$;

$F(4) = \max\{F(0)+5 = 5, F(2)+1 = 2, F(1)+2 = -\infty\} = 5$, $j(4) = 2$;

$$\begin{aligned} F(5) = \max\{ & F(0)+4 = 4, F(1)+5 = -\infty, \\ & F(3)+1 = 3, F(2)+2 = 3\} = 4, \quad j(5) = 1; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F(6) = \max\{ & F(1)+4 = -\infty, F(2)+5 = 6, \\ & F(4)+1 = 6, F(3)+2 = 4\} = 6, \quad j(6) = 2; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F(7) = \max\{ & F(2)+4 = 5, F(3)+5 = 7, \\ & F(5)+1 = 5, F(4)+2 = 7\} = 7, \quad j(7) = 2. \end{aligned}$$

Числовой пример: прямой ход

$$\begin{aligned} 4x_1 + 5x_2 + 1x_3 + 2x_4 &\to \max, \\ 5x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 3x_4 &\le 7, \\ x_1, x_2, x_3, x_4 &\in \mathbb{Z}_+. \end{aligned}$$

$F(0) = 0, \quad F(1) = -\infty, \quad F(2) = F(0) + 1 = 1, \quad j(2) = 3;$

$F(3) = \max\{F(1)+1 = -\infty, F(0)+2 = 2\} = 2, \quad j(3) = 4;$

$F(4) = \max\{F(0)+5 = 5, F(2)+1 = 2, F(1)+2 = -\infty\} = 5,$
$j(4) = 2;$

$F(5) = \max\{F(0)+4 = 4, F(1)+5 = -\infty,$
$F(3)+1 = 3, F(2)+2 = 3\} = 4, \quad j(5) = 1;$

$F(6) = \max\{F(1)+4 = -\infty, F(2)+5 = 6,$
$F(4)+1 = 6, F(3)+2 = 4\} = 6, \quad j(6) = 2;$

$F(7) = \max\{F(2)+4 = 5, F(3)+5 = 7,$
$F(5)+1 = 5, F(4)+2 = 7\} = 7, \quad j(7) = 2.$

Числовой пример: прямой ход

$$
\begin{aligned}
4x_1 + 5x_2 + 1x_3 + 2x_4 &\to \max,\\
5x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 3x_4 &\le 7,\\
x_1, x_2, x_3, x_4 &\in \mathbb{Z}_+.
\end{aligned}
$$

$F(0) = 0, \quad F(1) = -\infty, \quad F(2) = F(0) + 1 = 1, \quad j(2) = 3;$

$F(3) = \max\{F(1)+1 = -\infty,\ F(0)+2 = 2\} = 2, \quad j(3) = 4;$

$F(4) = \max\{F(0)+5 = 5,\ F(2)+1 = 2,\ F(1)+2 = -\infty\} = 5,$
$j(4) = 2;$

$$
\begin{aligned}
F(5) = \max\{ &F(0)+4 = 4,\ F(1)+5 = -\infty,\\
&F(3)+1 = 3,\ F(2)+2 = 3\} = 4, \quad j(5) = 1;\\
F(6) = \max\{ &F(1)+4 = -\infty,\ F(2)+5 = 6,\\
&F(4)+1 = 6,\ F(3)+2 = 4\} = 6, \quad j(6) = 2;\\
F(7) = \max\{ &F(2)+4 = 5,\ F(3)+5 = 7,\\
&F(5)+1 = 5,\ F(4)+2 = 7\} = 7, \quad j(7) = 2.
\end{aligned}
$$

Числовой пример: прямой ход

$$
\begin{aligned}
4x_1 + 5x_2 + 1x_3 + 2x_4 &\to \max,\\
5x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 3x_4 &\le 7,\\
x_1, x_2, x_3, x_4 &\in \mathbb{Z}_+.
\end{aligned}
$$

$F(0) = 0$, $F(1) = -\infty$, $F(2) = F(0) + 1 = 1$, $j(2) = 3$;

$F(3) = \max\{F(1)+1 = -\infty, F(0)+2 = 2\} = 2$, $j(3) = 4$;

$F(4) = \max\{F(0) + 5 = 5, F(2)+1 = 2, F(1)+2 = -\infty\} = 5$, $j(4) = 2$;

$F(5) = \max\{F(0)+4 = 4, F(1)+5 = -\infty, F(3)+1 = 3, F(2)+2 = 3\} = 4$, $j(5) = 1$;

$F(6) = \max\{F(1)+4 = -\infty, F(2)+5 = 6, F(4)+1 = 6, F(3)+2 = 4\} = 6$, $j(6) = 2$;

$F(7) = \max\{F(2)+4 = 5, F(3)+5 = 7, F(5)+1 = 5, F(4)+2 = 7\} = 7$, $j(7) = 2$.

Числовой пример: прямой ход

$$\begin{aligned} 4x_1 + 5x_2 + 1x_3 + 2x_4 &\to \max, \\ 5x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 3x_4 &\le 7, \\ x_1, x_2, x_3, x_4 &\in \mathbb{Z}_+. \end{aligned}$$

$F(0) = 0, \quad F(1) = -\infty, \quad F(2) = F(0) + 1 = 1, \quad j(2) = 3;$

$F(3) = \max\{F(1)+1 = -\infty, F(0)+2 = 2\} = 2, \quad j(3) = 4;$

$F(4) = \max\{F(0)+5 = 5, F(2)+1 = 2, F(1)+2 = -\infty\} = 5,$
$j(4) = 2;$

$F(5) = \max\{F(0)+4 = 4, F(1)+5 = -\infty,$
$F(3)+1 = 3, F(2)+2 = 3\} = 4, \quad j(5) = 1;$

$F(6) = \max\{F(1)+4 = -\infty, F(2)+5 = 6,$
$F(4)+1 = 6, F(3)+2 = 4\} = 6, \quad j(6) = 2;$

$F(7) = \max\{F(2)+4 = 5, F(3)+5 = 7,$
$F(5)+1 = 5, F(4)+2 = 7\} = 7, \quad j(7) = 2.$

Числовой пример: прямой ход

$$\begin{aligned} 4x_1 + 5x_2 + 1x_3 + 2x_4 &\to \max, \\ 5x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 3x_4 &\le 7, \\ x_1, x_2, x_3, x_4 &\in \mathbb{Z}_+. \end{aligned}$$

$F(0) = 0, \quad F(1) = -\infty, \quad F(2) = F(0) + 1 = 1, \quad j(2) = 3;$

$F(3) = \max\{F(1)+1 = -\infty, F(0)+2 = 2\} = 2, \quad j(3) = 4;$

$F(4) = \max\{F(0)+5 = 5, F(2)+1 = 2, F(1)+2 = -\infty\} = 5,$
$j(4) = 2;$

$F(5) = \max\{F(0)+4 = 4, F(1)+5 = -\infty,$
$F(3)+1 = 3, F(2)+2 = 3\} = 4, \quad j(5) = 1;$

$F(6) = \max\{F(1)+4 = -\infty, F(2)+5 = 6,$
$F(4)+1 = 6, F(3)+2 = 4\} = 6, \quad j(6) = 2;$

$F(7) = \max\{F(2)+4 = 5, F(3)+5 = 7,$
$F(5)+1 = 5, F(4)+2 = 7\} = 7, \quad j(7) = 2.$

Числовой пример: прямой ход

$$4x_1 + 5x_2 + 1x_3 + 2x_4 \to \max,$$
$$5x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 3x_4 \le 7,$$
$$x_1, x_2, x_3, x_4 \in \mathbb{Z}_+.$$

$F(0) = 0, \quad F(1) = -\infty, \quad F(2) = F(0) + 1 = 1, \quad j(2) = 3;$

$F(3) = \max\{F(1) + 1 = -\infty, F(0) + 2 = 2\} = 2, \quad j(3) = 4;$

$F(4) = \max\{F(0) + 5 = 5, F(2) + 1 = 2, F(1) + 2 = -\infty\} = 5,$
$j(4) = 2;$

$F(5) = \max\{F(0) + 4 = 4, F(1) + 5 = -\infty,$
$F(3) + 1 = 3, F(2) + 2 = 3\} = 4, \quad j(5) = 1;$

$F(6) = \max\{F(1) + 4 = -\infty, F(2) + 5 = 6,$
$F(4) + 1 = 6, F(3) + 2 = 4\} = 6, \quad j(6) = 2;$

$F(7) = \max\{F(2) + 4 = 5, F(3) + 5 = 7,$
$F(5) + 1 = 5, F(4) + 2 = 7\} = 7, \quad j(7) = 2.$

Числовой пример: прямой ход

$$
\begin{aligned}
4x_1 + 5x_2 + 1x_3 + 2x_4 &\to \max,\\
5x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 3x_4 &\le 7,\\
x_1, x_2, x_3, x_4 &\in \mathbb{Z}_+.
\end{aligned}
$$

$F(0) = 0,\quad F(1) = -\infty,\quad F(2) = F(0) + 1 = 1,\quad j(2) = 3;$

$F(3) = \max\{F(1)+1 = -\infty, F(0)+2 = 2\} = 2,\quad j(3) = 4;$

$F(4) = \max\{F(0) + 5 = 5, F(2)+1 = 2, F(1)+2 = -\infty\} = 5,$
$j(4) = 2;$

$F(5) = \max\{F(0)+4 = 4, F(1)+5 = -\infty,$
$F(3)+1 = 3, F(2)+2 = 3\} = 4,\quad j(5) = 1;$

$F(6) = \max\{F(1)+4 = -\infty, F(2)+5 = 6,$
$F(4)+1 = 6, F(3)+2 = 4\} = 6,\quad j(6) = 2;$

$F(7) = \max\{F(2)+4 = 5, F(3)+5 = 7,$
$F(5)+1 = 5, F(4)+2 = 7\} = 7,\quad j(7) = 2.$

Числовой пример: прямой ход

$$\begin{aligned} 4x_1 + 5x_2 + 1x_3 + 2x_4 &\to \max, \\ 5x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 3x_4 &\le 7, \\ x_1, x_2, x_3, x_4 &\in \mathbb{Z}_+. \end{aligned}$$

$F(0) = 0, \quad F(1) = -\infty, \quad F(2) = F(0) + 1 = 1, \quad j(2) = 3;$

$F(3) = \max\{F(1)+1 = -\infty, F(0)+2 = 2\} = 2, \quad j(3) = 4;$

$F(4) = \max\{F(0)+5 = 5, F(2)+1 = 2, F(1)+2 = -\infty\} = 5,$
$j(4) = 2;$

$F(5) = \max\{F(0)+4 = 4, F(1)+5 = -\infty,$
$F(3)+1 = 3, F(2)+2 = 3\} = 4, \quad j(5) = 1;$

$F(6) = \max\{F(1)+4 = -\infty, F(2)+5 = 6,$
$F(4)+1 = 6, F(3)+2 = 4\} = 6, \quad j(6) = 2;$

$F(7) = \max\{F(2)+4 = 5, F(3)+5 = 7,$
$F(5)+1 = 5, F(4)+2 = 7\} = 7, \quad j(7) = 2.$

Числовой пример: прямой ход

$$
\begin{aligned}
4x_1 + 5x_2 + 1x_3 + 2x_4 &\to \max,\\
5x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 3x_4 &\le 7,\\
x_1, x_2, x_3, x_4 &\in \mathbb{Z}_+.
\end{aligned}
$$

$F(0) = 0,\quad F(1) = -\infty,\quad F(2) = F(0) + 1 = 1,\quad j(2) = 3;$

$F(3) = \max\{F(1)+1 = -\infty,\ F(0)+2 = 2\} = 2,\quad j(3) = 4;$

$F(4) = \max\{F(0)+5 = 5,\ F(2)+1 = 2,\ F(1)+2 = -\infty\} = 5,$
$j(4) = 2;$

$F(5) = \max\{F(0)+4 = 4,\ F(1)+5 = -\infty,$
$F(3)+1 = 3,\ F(2)+2 = 3\} = 4,\quad j(5) = 1;$

$F(6) = \max\{F(1)+4 = -\infty,\ F(2)+5 = 6,$
$F(4)+1 = 6,\ F(3)+2 = 4\} = 6,\quad j(6) = 2;$

$F(7) = \max\{F(2)+4 = 5,\ F(3)+5 = 7,$
$F(5)+1 = 5,\ F(4)+2 = 7\} = 7,\quad j(7) = 2.$

Числовой пример: прямой ход

$$
\begin{aligned}
4x_1 + 5x_2 + 1x_3 + 2x_4 &\to \max,\\
5x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 3x_4 &\le 7,\\
x_1, x_2, x_3, x_4 &\in \mathbb{Z}_+.
\end{aligned}
$$

$F(0) = 0, \quad F(1) = -\infty, \quad F(2) = F(0) + 1 = 1, \quad j(2) = 3;$

$F(3) = \max\{F(1)+1 = -\infty,\ F(0)+2 = 2\} = 2, \quad j(3) = 4;$

$F(4) = \max\{F(0)+5 = 5,\ F(2)+1 = 2,\ F(1)+2 = -\infty\} = 5,$
$j(4) = 2;$

$F(5) = \max\{F(0)+4 = 4,\ F(1)+5 = -\infty,$
$F(3)+1 = 3,\ F(2)+2 = 3\} = 4, \quad j(5) = 1;$

$F(6) = \max\{F(1)+4 = -\infty,\ F(2)+5 = 6,$
$F(4)+1 = 6,\ F(3)+2 = 4\} = 6, \quad j(6) = 2;$

$F(7) = \max\{F(2)+4 = 5,\ F(3)+5 = 7,$
$F(5)+1 = 5,\ F(4)+2 = 7\} = 7, \quad j(7) = 2.$

Числовой пример: прямой ход

$$\begin{aligned} 4x_1 + 5x_2 + 1x_3 + 2x_4 &\to \max, \\ 5x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 3x_4 &\le 7, \\ x_1, x_2, x_3, x_4 &\in \mathbb{Z}_+. \end{aligned}$$

$F(0) = 0,\quad F(1) = -\infty,\quad F(2) = F(0) + 1 = 1,\quad j(2) = 3;$

$F(3) = \max\{F(1)+1 = -\infty,\ F(0)+2 = 2\} = 2,\quad j(3) = 4;$

$F(4) = \max\{F(0)+5 = 5,\ F(2)+1 = 2,\ F(1)+2 = -\infty\} = 5,$
$j(4) = 2;$

$F(5) = \max\{F(0)+4 = 4,\ F(1)+5 = -\infty,$
$F(3)+1 = 3,\ F(2)+2 = 3\} = 4,\quad j(5) = 1;$

$F(6) = \max\{F(1)+4 = -\infty,\ F(2)+5 = 6,$
$F(4)+1 = 6,\ F(3)+2 = 4\} = 6,\quad j(6) = 2;$

$F(7) = \max\{F(2)+4 = 5,\ F(3)+5 = 7,$
$F(5)+1 = 5,\ F(4)+2 = 7\} = 7,\quad j(7) = 2.$

Числовой пример: прямой ход

$$\begin{aligned} 4x_1 + 5x_2 + 1x_3 + 2x_4 &\to \max, \\ 5x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 3x_4 &\le 7, \\ x_1, x_2, x_3, x_4 &\in \mathbb{Z}_+. \end{aligned}$$

$F(0) = 0, \quad F(1) = -\infty, \quad F(2) = F(0) + 1 = 1, \quad j(2) = 3;$

$F(3) = \max\{F(1)+1 = -\infty,\ F(0)+2 = 2\} = 2, \quad j(3) = 4;$

$F(4) = \max\{F(0)+5 = 5,\ F(2)+1 = 2,\ F(1)+2 = -\infty\} = 5,$
$j(4) = 2;$

$F(5) = \max\{F(0)+4 = 4,\ F(1)+5 = -\infty,$
$F(3)+1 = 3,\ F(2)+2 = 3\} = 4, \quad j(5) = 1;$

$F(6) = \max\{F(1)+4 = -\infty,\ F(2)+5 = 6,$
$F(4)+1 = 6,\ F(3)+2 = 4\} = 6, \quad j(6) = 2;$

$F(7) = \max\{F(2)+4 = 5,\ F(3)+5 = 7,$
$F(5)+1 = 5,\ F(4)+2 = 7\} = 7, \quad j(7) = 2.$

Числовой пример: прямой ход

$$\begin{aligned} 4x_1 + 5x_2 + 1x_3 + 2x_4 &\to \max, \\ 5x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 3x_4 &\le 7, \\ x_1, x_2, x_3, x_4 &\in \mathbb{Z}_+. \end{aligned}$$

$F(0) = 0, \quad F(1) = -\infty, \quad F(2) = F(0) + 1 = 1, \quad j(2) = 3;$

$F(3) = \max\{F(1)+1 = -\infty, F(0)+2 = 2\} = 2, \quad j(3) = 4;$

$F(4) = \max\{F(0) + 5 = 5, F(2)+1 = 2, F(1)+2 = -\infty\} = 5,$
$j(4) = 2;$

$F(5) = \max\{F(0)+4 = 4, F(1)+5 = -\infty,$
$F(3)+1 = 3, F(2)+2 = 3\} = 4, \quad j(5) = 1;$

$F(6) = \max\{F(1)+4 = -\infty, F(2)+5 = 6,$
$F(4)+1 = 6, F(3)+2 = 4\} = 6, \quad j(6) = 2;$

$F(7) = \max\{F(2)+4 = 5, F(3)+5 = 7,$
$F(5)+1 = 5, F(4)+2 = 7\} = 7, \quad j(7) = 2.$

Числовой пример: прямой ход

$$\begin{aligned} 4x_1 + 5x_2 + 1x_3 + 2x_4 &\to \max, \\ 5x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 3x_4 &\le 7, \\ x_1, x_2, x_3, x_4 &\in \mathbb{Z}_+. \end{aligned}$$

$F(0) = 0,\quad F(1) = -\infty,\quad F(2) = F(0) + 1 = 1,\quad j(2) = 3;$

$F(3) = \max\{F(1)+1 = -\infty,\ F(0)+2 = 2\} = 2,\quad j(3) = 4;$

$F(4) = \max\{F(0) + 5 = 5,\ F(2)+1 = 2,\ F(1)+2 = -\infty\} = 5,$
$j(4) = 2;$

$F(5) = \max\{F(0)+4 = 4,\ F(1)+5 = -\infty,$
$F(3)+1 = 3,\ F(2)+2 = 3\} = 4,\quad j(5) = 1;$

$F(6) = \max\{F(1)+4 = -\infty,\ F(2)+5 = 6,$
$F(4)+1 = 6,\ F(3)+2 = 4\} = 6,\quad j(6) = 2;$

$F(7) = \max\{F(2)+4 = 5,\ F(3)+5 = 7,$
$F(5)+1 = 5,\ F(4)+2 = 7\} = 7,\quad j(7) = 2.$

Числовой пример: прямой ход

$$
\begin{aligned}
4x_1 + 5x_2 + 1x_3 + 2x_4 &\to \max,\\
5x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 3x_4 &\le 7,\\
x_1, x_2, x_3, x_4 &\in \mathbb{Z}_+.
\end{aligned}
$$

$F(0) = 0, \quad F(1) = -\infty, \quad F(2) = F(0) + 1 = 1, \quad j(2) = 3;$

$F(3) = \max\{F(1)+1 = -\infty,\ F(0)+2 = 2\} = 2, \quad j(3) = 4;$

$F(4) = \max\{F(0)+5 = 5,\ F(2)+1 = 2,\ F(1)+2 = -\infty\} = 5,$
$j(4) = 2;$

$F(5) = \max\{F(0)+4 = 4,\ F(1)+5 = -\infty,$
$F(3)+1 = 3,\ F(2)+2 = 3\} = 4, \quad j(5) = 1;$

$F(6) = \max\{F(1)+4 = -\infty,\ F(2)+5 = 6,$
$F(4)+1 = 6,\ F(3)+2 = 4\} = 6, \quad j(6) = 2;$

$F(7) = \max\{F(2)+4 = 5,\ F(3)+5 = 7,$
$F(5)+1 = 5,\ F(4)+2 = 7\} = 7, \quad j(7) = 2.$

Числовой пример: прямой ход

$$
\begin{aligned}
4x_1 + 5x_2 + 1x_3 + 2x_4 &\to \max,\\
5x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 3x_4 &\le 7,\\
x_1, x_2, x_3, x_4 &\in \mathbb{Z}_+.
\end{aligned}
$$

$F(0) = 0, \quad F(1) = -\infty, \quad F(2) = F(0) + 1 = 1, \quad j(2) = 3;$

$F(3) = \max\{F(1)+1 = -\infty,\ F(0)+2 = 2\} = 2, \quad j(3) = 4;$

$F(4) = \max\{F(0) + 5 = 5,\ F(2)+1 = 2,\ F(1)+2 = -\infty\} = 5,$
$j(4) = 2;$

$F(5) = \max\{F(0)+4 = 4,\ F(1)+5 = -\infty,$
$F(3)+1 = 3,\ F(2)+2 = 3\} = 4, \quad j(5) = 1;$

$F(6) = \max\{F(1)+4 = -\infty,\ F(2)+5 = 6,$
$F(4)+1 = 6,\ F(3)+2 = 4\} = 6, \quad j(6) = 2;$

$F(7) = \max\{F(2)+4 = 5,\ F(3)+5 = 7,$
$F(5)+1 = 5,\ F(4)+2 = 7\} = 7, \quad j(7) = 2.$

Числовой пример: прямой ход

$$
\begin{aligned}
4x_1 + 5x_2 + 1x_3 + 2x_4 &\to \max,\\
5x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 3x_4 &\le 7,\\
x_1, x_2, x_3, x_4 &\in \mathbb{Z}_+.
\end{aligned}
$$

$F(0) = 0, \quad F(1) = -\infty, \quad F(2) = F(0) + 1 = 1, \quad j(2) = 3;$

$F(3) = \max\{F(1)+1 = -\infty,\ F(0)+2 = 2\} = 2, \quad j(3) = 4;$

$F(4) = \max\{F(0)+5 = 5,\ F(2)+1 = 2,\ F(1)+2 = -\infty\} = 5,$
$j(4) = 2;$

$F(5) = \max\{F(0)+4 = 4,\ F(1)+5 = -\infty,$
$F(3)+1 = 3,\ F(2)+2 = 3\} = 4, \quad j(5) = 1;$

$F(6) = \max\{F(1)+4 = -\infty,\ F(2)+5 = 6,$
$F(4)+1 = 6,\ F(3)+2 = 4\} = 6, \quad j(6) = 2;$

$F(7) = \max\{F(2)+4 = 5,\ F(3)+5 = 7,$
$F(5)+1 = 5,\ F(4)+2 = 7\} = 7, \quad j(7) = 2.$

Числовой пример: прямой ход

$$
\begin{aligned}
4x_1 + 5x_2 + 1x_3 + 2x_4 &\to \max,\\
5x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 3x_4 &\le 7,\\
x_1, x_2, x_3, x_4 &\in \mathbb{Z}_+.
\end{aligned}
$$

$F(0) = 0,\quad F(1) = -\infty,\quad F(2) = F(0) + 1 = 1,\quad j(2) = 3;$

$F(3) = \max\{F(1)+1 = -\infty, F(0)+2 = 2\} = 2,\quad j(3) = 4;$

$F(4) = \max\{F(0) + 5 = 5, F(2)+1 = 2, F(1)+2 = -\infty\} = 5,$
$j(4) = 2;$

$F(5) = \max\{F(0)+4 = 4, F(1)+5 = -\infty,$
$F(3)+1 = 3, F(2)+2 = 3\} = 4,\quad j(5) = 1;$

$F(6) = \max\{F(1)+4 = -\infty, F(2)+5 = 6,$
$F(4)+1 = 6, F(3)+2 = 4\} = 6,\quad j(6) = 2;$

$F(7) = \max\{F(2)+4 = 5, F(3)+5 = 7,$
$F(5)+1 = 5, F(4)+2 = 7\} = 7,\quad j(7) = 2.$

Числовой пример: прямой ход

$$
\begin{aligned}
4x_1 + 5x_2 + 1x_3 + 2x_4 &\to \max,\\
5x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 3x_4 &\le 7,\\
x_1, x_2, x_3, x_4 &\in \mathbb{Z}_+.
\end{aligned}
$$

$F(0) = 0, \quad F(1) = -\infty, \quad F(2) = F(0) + 1 = 1, \quad j(2) = 3;$

$F(3) = \max\{F(1)+1 = -\infty,\ F(0)+2 = 2\} = 2, \quad j(3) = 4;$

$F(4) = \max\{F(0)+5 = 5,\ F(2)+1 = 2,\ F(1)+2 = -\infty\} = 5,$
$j(4) = 2;$

$F(5) = \max\{F(0)+4 = 4,\ F(1)+5 = -\infty,$
$F(3)+1 = 3,\ F(2)+2 = 3\} = 4, \quad j(5) = 1;$

$F(6) = \max\{F(1)+4 = -\infty,\ F(2)+5 = 6,$
$F(4)+1 = 6,\ F(3)+2 = 4\} = 6, \quad j(6) = 2;$

$F(7) = \max\{F(2)+4 = 5,\ F(3)+5 = 7,$
$F(5)+1 = 5,\ F(4)+2 = 7\} = 7, \quad j(7) = 2.$

Числовой пример: прямой ход

$$
\begin{aligned}
4x_1 + 5x_2 + 1x_3 + 2x_4 &\to \max,\\
5x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 3x_4 &\le 7,\\
x_1, x_2, x_3, x_4 &\in \mathbb{Z}_+.
\end{aligned}
$$

$F(0) = 0, \quad F(1) = -\infty, \quad F(2) = F(0) + 1 = 1, \quad j(2) = 3;$

$F(3) = \max\{F(1)+1 = -\infty,\ F(0)+2 = 2\} = 2, \quad j(3) = 4;$

$F(4) = \max\{F(0) + 5 = 5,\ F(2)+1 = 2,\ F(1)+2 = -\infty\} = 5,$
$j(4) = 2;$

$F(5) = \max\{F(0)+4 = 4,\ F(1)+5 = -\infty,$
$F(3)+1 = 3,\ F(2)+2 = 3\} = 4, \quad j(5) = 1;$

$F(6) = \max\{F(1)+4 = -\infty,\ F(2)+5 = 6,$
$F(4)+1 = 6,\ F(3)+2 = 4\} = 6, \quad j(6) = 2;$

$F(7) = \max\{F(2)+4 = 5,\ F(3)+5 = 7,$
$F(5)+1 = 5,\ F(4)+2 = 7\} = 7, \quad j(7) = 2.$

Числовой пример: прямой ход

$$\begin{aligned} 4x_1 + 5x_2 + 1x_3 + 2x_4 &\to \max, \\ 5x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 3x_4 &\le 7, \\ x_1, x_2, x_3, x_4 &\in \mathbb{Z}_+. \end{aligned}$$

$F(0) = 0, \quad F(1) = -\infty, \quad F(2) = F(0) + 1 = 1, \quad j(2) = 3;$

$F(3) = \max\{F(1)+1 = -\infty, F(0)+2 = 2\} = 2, \quad j(3) = 4;$

$F(4) = \max\{F(0)+5 = 5, F(2)+1 = 2, F(1)+2 = -\infty\} = 5,$
$j(4) = 2;$

$F(5) = \max\{F(0)+4 = 4, F(1)+5 = -\infty,$
$F(3)+1 = 3, F(2)+2 = 3\} = 4, \quad j(5) = 1;$

$F(6) = \max\{F(1)+4 = -\infty, F(2)+5 = 6,$
$F(4)+1 = 6, F(3)+2 = 4\} = 6, \quad j(6) = 2;$

$F(7) = \max\{F(2)+4 = 5, F(3)+5 = 7,$
$F(5)+1 = 5, F(4)+2 = 7\} = 7, \quad j(7) = 2.$

Числовой пример: прямой ход

$$\begin{aligned} 4x_1 + 5x_2 + 1x_3 + 2x_4 &\to \max,\\ 5x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 3x_4 &\le 7,\\ x_1, x_2, x_3, x_4 &\in \mathbb{Z}_+. \end{aligned}$$

$F(0) = 0, \quad F(1) = -\infty, \quad F(2) = F(0) + 1 = 1, \quad j(2) = 3;$

$F(3) = \max\{F(1)+1 = -\infty,\ F(0)+2 = 2\} = 2, \quad j(3) = 4;$

$F(4) = \max\{F(0)+5 = 5,\ F(2)+1 = 2,\ F(1)+2 = -\infty\} = 5,$
$j(4) = 2;$

$F(5) = \max\{F(0)+4 = 4,\ F(1)+5 = -\infty,$
$F(3)+1 = 3,\ F(2)+2 = 3\} = 4, \quad j(5) = 1;$

$F(6) = \max\{F(1)+4 = -\infty,\ F(2)+5 = 6,$
$F(4)+1 = 6,\ F(3)+2 = 4\} = 6, \quad j(6) = 2;$

$F(7) = \max\{F(2)+4 = 5,\ F(3)+5 = 7,$
$F(5)+1 = 5,\ F(4)+2 = 7\} = 7, \quad j(7) = 2.$

Числовой пример: прямой ход

$$\begin{aligned} 4x_1 + 5x_2 + 1x_3 + 2x_4 &\to \max, \\ 5x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 3x_4 &\le 7, \\ x_1, x_2, x_3, x_4 &\in \mathbb{Z}_+. \end{aligned}$$

$F(0) = 0, \quad F(1) = -\infty, \quad F(2) = F(0) + 1 = 1, \quad j(2) = 3;$

$F(3) = \max\{F(1)+1 = -\infty,\ F(0)+2 = 2\} = 2, \quad j(3) = 4;$

$F(4) = \max\{F(0) + 5 = 5,\ F(2)+1 = 2,\ F(1)+2 = -\infty\} = 5,$
$j(4) = 2;$

$F(5) = \max\{F(0)+4 = 4,\ F(1)+5 = -\infty,$
$F(3)+1 = 3,\ F(2)+2 = 3\} = 4, \quad j(5) = 1;$

$F(6) = \max\{F(1)+4 = -\infty,\ F(2)+5 = 6,$
$F(4)+1 = 6,\ F(3)+2 = 4\} = 6, \quad j(6) = 2;$

$F(7) = \max\{F(2)+4 = 5,\ F(3)+5 = 7,$
$F(5)+1 = 5,\ F(4)+2 = 7\} = 7, \quad j(7) = 2.$

Числовой пример: прямой ход

$$4x_1 + 5x_2 + 1x_3 + 2x_4 \to \max,$$
$$5x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 3x_4 \le 7,$$
$$x_1, x_2, x_3, x_4 \in \mathbb{Z}_+.$$

$F(0) = 0$, $F(1) = -\infty$, $F(2) = F(0) + 1 = 1$, $j(2) = 3$;

$F(3) = \max\{F(1)+1 = -\infty, F(0)+2 = 2\} = 2$, $j(3) = 4$;

$F(4) = \max\{F(0)+5 = 5, F(2)+1 = 2, F(1)+2 = -\infty\} = 5$, $j(4) = 2$;

$F(5) = \max\{F(0)+4 = 4, F(1)+5 = -\infty, F(3)+1 = 3, F(2)+2 = 3\} = 4$, $j(5) = 1$;

$F(6) = \max\{F(1)+4 = -\infty, F(2)+5 = 6, F(4)+1 = 6, F(3)+2 = 4\} = 6$, $j(6) = 2$;

$F(7) = \max\{F(2)+4 = 5, F(3)+5 = 7, F(5)+1 = 5, F(4)+2 = 7\} = 7$, $j(7) = 2$.

Числовой пример: прямой ход

$$\begin{aligned} 4x_1 + 5x_2 + 1x_3 + 2x_4 &\to \max, \\ 5x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 3x_4 &\le 7, \\ x_1, x_2, x_3, x_4 &\in \mathbb{Z}_+. \end{aligned}$$

$F(0) = 0, \quad F(1) = -\infty, \quad F(2) = F(0) + 1 = 1, \quad j(2) = 3;$

$F(3) = \max\{F(1)+1 = -\infty, F(0)+2 = 2\} = 2, \quad j(3) = 4;$

$F(4) = \max\{F(0)+5 = 5, F(2)+1 = 2, F(1)+2 = -\infty\} = 5,$
$j(4) = 2;$

$F(5) = \max\{ F(0)+4 = 4, F(1)+5 = -\infty,$
$F(3)+1 = 3, F(2)+2 = 3 \} = 4, \quad j(5) = 1;$

$F(6) = \max\{F(1)+4 = -\infty, F(2)+5 = 6,$
$F(4)+1 = 6, F(3)+2 = 4 \} = 6, \quad j(6) = 2;$

$F(7) = \max\{ F(2)+4 = 5, F(3)+5 = 7,$
$F(5)+1 = 5, F(4)+2 = 7 \} = 7, \quad j(7) = 2.$

Числовой пример: прямой ход

$$
\begin{aligned}
4x_1 + 5x_2 + 1x_3 + 2x_4 &\to \max, \\
5x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 3x_4 &\le 7, \\
x_1, x_2, x_3, x_4 &\in \mathbb{Z}_+.
\end{aligned}
$$

$F(0) = 0, \quad F(1) = -\infty, \quad F(2) = F(0) + 1 = 1, \quad j(2) = 3;$

$F(3) = \max\{F(1)+1 = -\infty, F(0)+2 = 2\} = 2, \quad j(3) = 4;$

$F(4) = \max\{F(0)+5 = 5, F(2)+1 = 2, F(1)+2 = -\infty\} = 5,$ $j(4) = 2;$

$F(5) = \max\{F(0)+4 = 4, F(1)+5 = -\infty,$
$F(3)+1 = 3, F(2)+2 = 3\} = 4, \quad j(5) = 1;$

$F(6) = \max\{F(1)+4 = -\infty, F(2)+5 = 6,$
$F(4)+1 = 6, F(3)+2 = 4\} = 6, \quad j(6) = 2;$

$F(7) = \max\{F(2)+4 = 5, F(3)+5 = 7,$
$F(5)+1 = 5, F(4)+2 = 7\} = 7, \quad j(7) = 2.$

Числовой пример: прямой ход

$$\begin{aligned} 4x_1 + 5x_2 + 1x_3 + 2x_4 &\to \max, \\ 5x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 3x_4 &\le 7, \\ x_1, x_2, x_3, x_4 &\in \mathbb{Z}_+. \end{aligned}$$

$F(0) = 0, \quad F(1) = -\infty, \quad F(2) = F(0) + 1 = 1, \quad j(2) = 3;$

$F(3) = \max\{F(1)+1 = -\infty, F(0)+2 = 2\} = 2, \quad j(3) = 4;$

$F(4) = \max\{F(0)+5 = 5, F(2)+1 = 2, F(1)+2 = -\infty\} = 5,$
$j(4) = 2;$

$F(5) = \max\{ F(0)+4 = 4, F(1)+5 = -\infty,$
$F(3)+1 = 3, F(2)+2 = 3 \} = 4, \quad j(5) = 1;$

$F(6) = \max\{F(1)+4 = -\infty, F(2)+5 = 6,$
$F(4)+1 = 6, F(3)+2 = 4 \} = 6, \quad j(6) = 2;$

$F(7) = \max\{ F(2)+4 = 5, F(3)+5 = 7,$
$F(5)+1 = 5, F(4)+2 = 7 \} = 7, \quad j(7) = 2.$

Числовой пример: прямой ход

$$
\begin{aligned}
4x_1 + 5x_2 + 1x_3 + 2x_4 &\to \max,\\
5x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 3x_4 &\le 7,\\
x_1, x_2, x_3, x_4 &\in \mathbb{Z}_+.
\end{aligned}
$$

$F(0) = 0, \quad F(1) = -\infty, \quad F(2) = F(0) + 1 = 1, \quad j(2) = 3;$

$F(3) = \max\{F(1)+1 = -\infty,\ F(0)+2 = 2\} = 2, \quad j(3) = 4;$

$F(4) = \max\{F(0)+5 = 5,\ F(2)+1 = 2,\ F(1)+2 = -\infty\} = 5,$
$j(4) = 2;$

$F(5) = \max\{F(0)+4 = 4,\ F(1)+5 = -\infty,$
$F(3)+1 = 3,\ F(2)+2 = 3\} = 4, \quad j(5) = 1;$

$F(6) = \max\{F(1)+4 = -\infty,\ F(2)+5 = 6,$
$F(4)+1 = 6,\ F(3)+2 = 4\} = 6, \quad j(6) = 2;$

$F(7) = \max\{F(2)+4 = 5,\ F(3)+5 = 7,$
$F(5)+1 = 5,\ F(4)+2 = 7\} = 7, \quad j(7) = 2.$

Числовой пример: прямой ход

$$\begin{aligned} 4x_1 + 5x_2 + 1x_3 + 2x_4 &\to \max, \\ 5x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 3x_4 &\le 7, \\ x_1, x_2, x_3, x_4 &\in \mathbb{Z}_+. \end{aligned}$$

$F(0) = 0, \quad F(1) = -\infty, \quad F(2) = F(0) + 1 = 1, \quad j(2) = 3;$

$F(3) = \max\{F(1)+1 = -\infty, F(0)+2 = 2\} = 2, \quad j(3) = 4;$

$F(4) = \max\{F(0) + 5 = 5, F(2)+1 = 2, F(1)+2 = -\infty\} = 5,$
$j(4) = 2;$

$F(5) = \max\{ F(0)+4 = 4, F(1)+5 = -\infty,$
$F(3)+1 = 3, F(2)+2 = 3 \} = 4, \quad j(5) = 1;$

$F(6) = \max\{F(1)+4 = -\infty, F(2)+5 = 6,$
$F(4)+1 = 6, F(3)+2 = 4 \} = 6, \quad j(6) = 2;$

$F(7) = \max\{ F(2)+4 = 5, F(3)+5 = 7,$
$F(5)+1 = 5, F(4)+2 = 7 \} = 7, \quad j(7) = 2.$

Числовой пример: прямой ход

$$\begin{aligned} 4x_1 + 5x_2 + 1x_3 + 2x_4 &\to \max, \\ 5x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 3x_4 &\le 7, \\ x_1, x_2, x_3, x_4 &\in \mathbb{Z}_+. \end{aligned}$$

$F(0) = 0, \quad F(1) = -\infty, \quad F(2) = F(0) + 1 = 1, \quad j(2) = 3;$

$F(3) = \max\{F(1)+1 = -\infty, F(0)+2 = 2\} = 2, \quad j(3) = 4;$

$F(4) = \max\{F(0)+5 = 5, F(2)+1 = 2, F(1)+2 = -\infty\} = 5,$
$j(4) = 2;$

$F(5) = \max\{F(0)+4 = 4, F(1)+5 = -\infty,$
$F(3)+1 = 3, F(2)+2 = 3\} = 4, \quad j(5) = 1;$

$F(6) = \max\{F(1)+4 = -\infty, F(2)+5 = 6,$
$F(4)+1 = 6, F(3)+2 = 4\} = 6, \quad j(6) = 2;$

$F(7) = \max\{F(2)+4 = 5, F(3)+5 = 7,$
$F(5)+1 = 5, F(4)+2 = 7\} = 7, \quad j(7) = 2.$

Числовой пример: прямой ход

$$\begin{aligned} 4x_1 + 5x_2 + 1x_3 + 2x_4 &\to \max, \\ 5x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 3x_4 &\leq 7, \\ x_1, x_2, x_3, x_4 &\in \mathbb{Z}_+. \end{aligned}$$

$F(0) = 0, \quad F(1) = -\infty, \quad F(2) = F(0) + 1 = 1, \quad j(2) = 3;$

$F(3) = \max\{F(1)+1 = -\infty, F(0)+2 = 2\} = 2, \quad j(3) = 4;$

$F(4) = \max\{F(0) + 5 = 5, F(2)+1 = 2, F(1)+2 = -\infty\} = 5,$
$j(4) = 2;$

$F(5) = \max\{ F(0)+4 = 4, F(1)+5 = -\infty,$
$F(3)+1 = 3, F(2)+2 = 3 \} = 4, \quad j(5) = 1;$

$F(6) = \max\{F(1)+4 = -\infty, F(2)+5 = 6,$
$F(4)+1 = 6, F(3)+2 = 4 \} = 6, \quad j(6) = 2;$

$F(7) = \max\{ F(2)+4 = 5, F(3)+5 = 7,$
$F(5)+1 = 5, F(4)+2 = 7 \} = 7, \quad j(7) = 2.$

Числовой пример: прямой ход

$$4x_1 + 5x_2 + 1x_3 + 2x_4 \to \max,$$
$$5x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 3x_4 \le 7,$$
$$x_1, x_2, x_3, x_4 \in \mathbb{Z}_+.$$

$F(0) = 0,\quad F(1) = -\infty,\quad F(2) = F(0) + 1 = 1,\quad j(2) = 3;$

$F(3) = \max\{F(1)+1 = -\infty,\ F(0)+2 = 2\} = 2,\quad j(3) = 4;$

$F(4) = \max\{F(0)+5 = 5,\ F(2)+1 = 2,\ F(1)+2 = -\infty\} = 5,$
$j(4) = 2;$

$F(5) = \max\{F(0)+4 = 4,\ F(1)+5 = -\infty,$
$F(3)+1 = 3,\ F(2)+2 = 3\} = 4,\quad j(5) = 1;$

$F(6) = \max\{F(1)+4 = -\infty,\ F(2)+5 = 6,$
$F(4)+1 = 6,\ F(3)+2 = 4\} = 6,\quad j(6) = 2;$

$F(7) = \max\{F(2)+4 = 5,\ F(3)+5 = 7,$
$F(5)+1 = 5,\ F(4)+2 = 7\} = 7,\quad j(7) = 2.$

Числовой пример: прямой ход

$$
\begin{aligned}
4x_1 + 5x_2 + 1x_3 + 2x_4 &\to \max,\\
5x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 3x_4 &\le 7,\\
x_1, x_2, x_3, x_4 &\in \mathbb{Z}_+.
\end{aligned}
$$

$F(0) = 0,\quad F(1) = -\infty,\quad F(2) = F(0) + 1 = 1,\quad j(2) = 3;$

$F(3) = \max\{F(1)+1 = -\infty,\ F(0)+2 = 2\} = 2,\quad j(3) = 4;$

$F(4) = \max\{F(0)+5 = 5,\ F(2)+1 = 2,\ F(1)+2 = -\infty\} = 5,$
$j(4) = 2;$

$F(5) = \max\{F(0)+4 = 4,\ F(1)+5 = -\infty,$
$F(3)+1 = 3,\ F(2)+2 = 3\} = 4,\quad j(5) = 1;$

$F(6) = \max\{F(1)+4 = -\infty,\ F(2)+5 = 6,$
$F(4)+1 = 6,\ F(3)+2 = 4\} = 6,\quad j(6) = 2;$

$F(7) = \max\{F(2)+4 = 5,\ F(3)+5 = 7,$
$F(5)+1 = 5,\ F(4)+2 = 7\} = 7,\quad j(7) = 2.$

Числовой пример: прямой ход

$$
\begin{aligned}
4x_1 + 5x_2 + 1x_3 + 2x_4 &\to \max,\\
5x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 3x_4 &\le 7,\\
x_1, x_2, x_3, x_4 &\in \mathbb{Z}_+.
\end{aligned}
$$

$F(0) = 0,\quad F(1) = -\infty,\quad F(2) = F(0) + 1 = 1,\quad j(2) = 3;$

$F(3) = \max\{F(1)+1 = -\infty,\ F(0)+2 = 2\} = 2,\quad j(3) = 4;$

$F(4) = \max\{F(0) + 5 = 5,\ F(2)+1 = 2,\ F(1)+2 = -\infty\} = 5,$
$j(4) = 2;$

$F(5) = \max\{\ F(0)+4 = 4,\ F(1)+5 = -\infty,$
$F(3)+1 = 3,\ F(2)+2 = 3\ \} = 4,\quad j(5) = 1;$

$F(6) = \max\{F(1)+4 = -\infty,\ F(2)+5 = 6,$
$F(4)+1 = 6,\ F(3)+2 = 4\ \} = 6,\quad j(6) = 2;$

$F(7) = \max\{\ F(2)+4 = 5,\ F(3)+5 = 7,$
$F(5)+1 = 5,\ F(4)+2 = 7\ \} = 7,\quad j(7) = 2.$

Числовой пример: прямой ход

$$\begin{aligned} 4x_1 + 5x_2 + 1x_3 + 2x_4 &\to \max,\\ 5x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 3x_4 &\le 7,\\ x_1, x_2, x_3, x_4 &\in \mathbb{Z}_+. \end{aligned}$$

$F(0) = 0,\quad F(1) = -\infty,\quad F(2) = F(0) + 1 = 1,\quad j(2) = 3;$

$F(3) = \max\{F(1)+1 = -\infty,\ F(0)+2 = 2\} = 2,\quad j(3) = 4;$

$F(4) = \max\{F(0)+5 = 5,\ F(2)+1 = 2,\ F(1)+2 = -\infty\} = 5,$
$j(4) = 2;$

$F(5) = \max\{F(0)+4 = 4,\ F(1)+5 = -\infty,$
$F(3)+1 = 3,\ F(2)+2 = 3\} = 4,\quad j(5) = 1;$

$F(6) = \max\{F(1)+4 = -\infty,\ F(2)+5 = 6,$
$F(4)+1 = 6,\ F(3)+2 = 4\} = 6,\quad j(6) = 2;$

$F(7) = \max\{F(2)+4 = 5,\ F(3)+5 = 7,$
$F(5)+1 = 5,\ F(4)+2 = 7\} = 7,\quad j(7) = 2.$

Числовой пример: прямой ход

$$\begin{aligned} 4x_1 + 5x_2 + 1x_3 + 2x_4 &\to \max,\\ 5x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 3x_4 &\le 7,\\ x_1, x_2, x_3, x_4 &\in \mathbb{Z}_+. \end{aligned}$$

$F(0) = 0, \quad F(1) = -\infty, \quad F(2) = F(0) + 1 = 1, \quad j(2) = 3;$

$F(3) = \max\{F(1)+1 = -\infty, F(0)+2 = 2\} = 2, \quad j(3) = 4;$

$F(4) = \max\{F(0)+5 = 5, F(2)+1 = 2, F(1)+2 = -\infty\} = 5,$
$j(4) = 2;$

$F(5) = \max\{F(0)+4 = 4, F(1)+5 = -\infty,$
$F(3)+1 = 3, F(2)+2 = 3\} = 4, \quad j(5) = 1;$

$F(6) = \max\{F(1)+4 = -\infty, F(2)+5 = 6,$
$F(4)+1 = 6, F(3)+2 = 4\} = 6, \quad j(6) = 2;$

$F(7) = \max\{F(2)+4 = 5, F(3)+5 = 7,$
$F(5)+1 = 5, F(4)+2 = 7\} = 7, \quad j(7) = 2.$

Числовой пример: прямой ход

$$\begin{aligned} 4x_1 + 5x_2 + 1x_3 + 2x_4 &\to \max, \\ 5x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 3x_4 &\le 7, \\ x_1, x_2, x_3, x_4 &\in \mathbb{Z}_+. \end{aligned}$$

$F(0) = 0, \quad F(1) = -\infty, \quad F(2) = F(0) + 1 = 1, \quad j(2) = 3;$

$F(3) = \max\{F(1)+1 = -\infty, F(0)+2 = 2\} = 2, \quad j(3) = 4;$

$F(4) = \max\{F(0)+5 = 5, F(2)+1 = 2, F(1)+2 = -\infty\} = 5,$
$j(4) = 2;$

$F(5) = \max\{F(0)+4 = 4, F(1)+5 = -\infty,$
$F(3)+1 = 3, F(2)+2 = 3\} = 4, \quad j(5) = 1;$

$F(6) = \max\{F(1)+4 = -\infty, F(2)+5 = 6,$
$F(4)+1 = 6, F(3)+2 = 4\} = 6, \quad j(6) = 2;$

$F(7) = \max\{F(2)+4 = 5, F(3)+5 = 7,$
$F(5)+1 = 5, F(4)+2 = 7\} = 7, \quad j(7) = 2.$

Числовой пример: прямой ход

$$
\begin{aligned}
4x_1 + 5x_2 + 1x_3 + 2x_4 &\to \max,\\
5x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 3x_4 &\le 7,\\
x_1, x_2, x_3, x_4 &\in \mathbb{Z}_+.
\end{aligned}
$$

$F(0) = 0, \quad F(1) = -\infty, \quad F(2) = F(0) + 1 = 1, \quad j(2) = 3;$

$F(3) = \max\{F(1)+1 = -\infty,\ F(0)+2 = 2\} = 2, \quad j(3) = 4;$

$F(4) = \max\{F(0)+5 = 5,\ F(2)+1 = 2,\ F(1)+2 = -\infty\} = 5,$
$j(4) = 2;$

$F(5) = \max\{F(0)+4 = 4,\ F(1)+5 = -\infty,$
$F(3)+1 = 3,\ F(2)+2 = 3\} = 4, \quad j(5) = 1;$

$F(6) = \max\{F(1)+4 = -\infty,\ F(2)+5 = 6,$
$F(4)+1 = 6,\ F(3)+2 = 4\} = 6, \quad j(6) = 2;$

$F(7) = \max\{F(2)+4 = 5,\ F(3)+5 = 7,$
$F(5)+1 = 5,\ F(4)+2 = 7\} = 7, \quad j(7) = 2.$

Числовой пример: прямой ход

$$
\begin{aligned}
4x_1 + 5x_2 + 1x_3 + 2x_4 &\to \max,\\
5x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 3x_4 &\le 7,\\
x_1, x_2, x_3, x_4 &\in \mathbb{Z}_+.
\end{aligned}
$$

$F(0) = 0, \quad F(1) = -\infty, \quad F(2) = F(0) + 1 = 1, \quad j(2) = 3;$

$F(3) = \max\{F(1)+1 = -\infty, F(0)+2 = 2\} = 2, \quad j(3) = 4;$

$F(4) = \max\{F(0)+5 = 5, F(2)+1 = 2, F(1)+2 = -\infty\} = 5,$
$j(4) = 2;$

$F(5) = \max\{F(0)+4 = 4, F(1)+5 = -\infty,$
$F(3)+1 = 3, F(2)+2 = 3\} = 4, \quad j(5) = 1;$

$F(6) = \max\{F(1)+4 = -\infty, F(2)+5 = 6,$
$F(4)+1 = 6, F(3)+2 = 4\} = 6, \quad j(6) = 2;$

$F(7) = \max\{F(2)+4 = 5, F(3)+5 = 7,$
$F(5)+1 = 5, F(4)+2 = 7\} = 7, \quad j(7) = 2.$

Числовой пример: прямой ход

$$\begin{aligned} 4x_1 + 5x_2 + 1x_3 + 2x_4 &\to \max, \\ 5x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 3x_4 &\le 7, \\ x_1, x_2, x_3, x_4 &\in \mathbb{Z}_+. \end{aligned}$$

$F(0) = 0, \quad F(1) = -\infty, \quad F(2) = F(0) + 1 = 1, \quad j(2) = 3;$

$F(3) = \max\{F(1)+1 = -\infty, F(0)+2 = 2\} = 2, \quad j(3) = 4;$

$F(4) = \max\{F(0)+5 = 5, F(2)+1 = 2, F(1)+2 = -\infty\} = 5,$
$j(4) = 2;$

$F(5) = \max\{F(0)+4 = 4, F(1)+5 = -\infty,$
$F(3)+1 = 3, F(2)+2 = 3\} = 4, \quad j(5) = 1;$

$F(6) = \max\{F(1)+4 = -\infty, F(2)+5 = 6,$
$F(4)+1 = 6, F(3)+2 = 4\} = 6, \quad j(6) = 2;$

$F(7) = \max\{F(2)+4 = 5, F(3)+5 = 7,$
$F(5)+1 = 5, F(4)+2 = 7\} = 7, \quad j(7) = 2.$

Числовой пример: прямой ход

$$\begin{aligned} 4x_1 + 5x_2 + 1x_3 + 2x_4 &\to \max, \\ 5x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 3x_4 &\le 7, \\ x_1, x_2, x_3, x_4 &\in \mathbb{Z}_+. \end{aligned}$$

$F(0) = 0, \quad F(1) = -\infty, \quad F(2) = F(0) + 1 = 1, \quad j(2) = 3;$

$F(3) = \max\{F(1)+1 = -\infty, F(0)+2 = 2\} = 2, \quad j(3) = 4;$

$F(4) = \max\{F(0)+5 = 5, F(2)+1 = 2, F(1)+2 = -\infty\} = 5,$
$j(4) = 2;$

$F(5) = \max\{F(0)+4 = 4, F(1)+5 = -\infty,$
$F(3)+1 = 3, F(2)+2 = 3\} = 4, \quad j(5) = 1;$

$F(6) = \max\{F(1)+4 = -\infty, F(2)+5 = 6,$
$F(4)+1 = 6, F(3)+2 = 4\} = 6, \quad j(6) = 2;$

$F(7) = \max\{F(2)+4 = 5, F(3)+5 = 7,$
$F(5)+1 = 5, F(4)+2 = 7\} = 7, \quad j(7) = 2.$

Числовой пример: прямой ход

$$
\begin{aligned}
4x_1 + 5x_2 + 1x_3 + 2x_4 &\to \max,\\
5x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 3x_4 &\le 7,\\
x_1, x_2, x_3, x_4 &\in \mathbb{Z}_+.
\end{aligned}
$$

$F(0) = 0, \quad F(1) = -\infty, \quad F(2) = F(0) + 1 = 1, \quad j(2) = 3;$

$F(3) = \max\{F(1)+1 = -\infty, F(0)+2 = 2\} = 2, \quad j(3) = 4;$

$F(4) = \max\{F(0)+5 = 5, F(2)+1 = 2, F(1)+2 = -\infty\} = 5,$
$j(4) = 2;$

$F(5) = \max\{F(0)+4 = 4, F(1)+5 = -\infty,$
$F(3)+1 = 3, F(2)+2 = 3\} = 4, \quad j(5) = 1;$

$F(6) = \max\{F(1)+4 = -\infty, F(2)+5 = 6,$
$F(4)+1 = 6, F(3)+2 = 4\} = 6, \quad j(6) = 2;$

$F(7) = \max\{F(2)+4 = 5, F(3)+5 = 7,$
$F(5)+1 = 5, F(4)+2 = 7\} = 7, \quad j(7) = 2.$

Числовой пример: прямой ход

$$
\begin{aligned}
4x_1 + 5x_2 + 1x_3 + 2x_4 &\to \max,\\
5x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 3x_4 &\le 7,\\
x_1, x_2, x_3, x_4 &\in \mathbb{Z}_+.
\end{aligned}
$$

$F(0) = 0, \quad F(1) = -\infty, \quad F(2) = F(0) + 1 = 1, \quad j(2) = 3;$

$F(3) = \max\{F(1)+1 = -\infty, F(0)+2 = 2\} = 2, \quad j(3) = 4;$

$F(4) = \max\{F(0)+5 = 5, F(2)+1 = 2, F(1)+2 = -\infty\} = 5,$
$j(4) = 2;$

$F(5) = \max\{F(0)+4 = 4, F(1)+5 = -\infty,$
$F(3)+1 = 3, F(2)+2 = 3\} = 4, \quad j(5) = 1;$

$F(6) = \max\{F(1)+4 = -\infty, F(2)+5 = 6,$
$F(4)+1 = 6, F(3)+2 = 4\} = 6, \quad j(6) = 2;$

$F(7) = \max\{F(2)+4 = 5, F(3)+5 = 7,$
$F(5)+1 = 5, F(4)+2 = 7\} = 7, \quad j(7) = 2.$

Числовой пример: прямой ход

$$\begin{aligned} 4x_1+5x_2+1x_3+2x_4 &\to \max,\\ 5x_1+4x_2+2x_3+3x_4 &\le 7,\\ x_1,x_2,x_3,x_4 &\in \mathbb{Z}_+. \end{aligned}$$

$F(0)=0,\quad F(1)=-\infty,\quad F(2)=F(0)+1=1,\quad j(2)=3;$

$F(3)=\max\{F(1)+1=-\infty,\ F(0)+2=2\}=2,\quad j(3)=4;$

$F(4)=\max\{F(0)+5=5,\ F(2)+1=2,\ F(1)+2=-\infty\}=5,$
$j(4)=2;$

$F(5)=\max\{F(0)+4=4,\ F(1)+5=-\infty,$
$F(3)+1=3,\ F(2)+2=3\}=4,\quad j(5)=1;$

$F(6)=\max\{F(1)+4=-\infty,\ F(2)+5=6,$
$F(4)+1=6,\ F(3)+2=4\}=6,\quad j(6)=2;$

$F(7)=\max\{F(2)+4=5,\ F(3)+5=7,$
$F(5)+1=5,\ F(4)+2=7\}=7,\quad j(7)=2.$

Числовой пример: прямой ход

$$\begin{aligned} 4x_1 + 5x_2 + 1x_3 + 2x_4 &\to \max, \\ 5x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 3x_4 &\le 7, \\ x_1, x_2, x_3, x_4 &\in \mathbb{Z}_+. \end{aligned}$$

$F(0) = 0,\quad F(1) = -\infty,\quad F(2) = F(0) + 1 = 1,\quad j(2) = 3;$

$F(3) = \max\{F(1)+1 = -\infty, F(0)+2 = 2\} = 2,\quad j(3) = 4;$

$F(4) = \max\{F(0)+5 = 5, F(2)+1 = 2, F(1)+2 = -\infty\} = 5,$
$j(4) = 2;$

$F(5) = \max\{F(0)+4 = 4, F(1)+5 = -\infty,$
$F(3)+1 = 3, F(2)+2 = 3\} = 4,\quad j(5) = 1;$

$F(6) = \max\{F(1)+4 = -\infty, F(2)+5 = 6,$
$F(4)+1 = 6, F(3)+2 = 4\} = 6,\quad j(6) = 2;$

$F(7) = \max\{F(2)+4 = 5, F(3)+5 = 7,$
$F(5)+1 = 5, F(4)+2 = 7\} = 7,\quad j(7) = 2.$

Числовой пример: прямой ход

$$\begin{aligned} 4x_1 + 5x_2 + 1x_3 + 2x_4 &\to \max, \\ 5x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 3x_4 &\le 7, \\ x_1, x_2, x_3, x_4 &\in \mathbb{Z}_+. \end{aligned}$$

$F(0) = 0, \quad F(1) = -\infty, \quad F(2) = F(0) + 1 = 1, \quad j(2) = 3;$

$F(3) = \max\{F(1)+1 = -\infty, F(0)+2 = 2\} = 2, \quad j(3) = 4;$

$F(4) = \max\{F(0) + 5 = 5, F(2)+1 = 2, F(1)+2 = -\infty\} = 5,$
$j(4) = 2;$

$F(5) = \max\{F(0)+4 = 4, F(1)+5 = -\infty,$
$F(3)+1 = 3, F(2)+2 = 3\} = 4, \quad j(5) = 1;$

$F(6) = \max\{F(1)+4 = -\infty, F(2)+5 = 6,$
$F(4)+1 = 6, F(3)+2 = 4\} = 6, \quad j(6) = 2;$

$F(7) = \max\{F(2)+4 = 5, F(3)+5 = 7,$
$F(5)+1 = 5, F(4)+2 = 7\} = 7, \quad j(7) = 2.$

Числовой пример: прямой ход

$$\begin{aligned} 4x_1 + 5x_2 + 1x_3 + 2x_4 &\to \max, \\ 5x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 3x_4 &\le 7, \\ x_1, x_2, x_3, x_4 &\in \mathbb{Z}_+. \end{aligned}$$

$F(0) = 0, \quad F(1) = -\infty, \quad F(2) = F(0) + 1 = 1, \quad j(2) = 3;$

$F(3) = \max\{F(1)+1 = -\infty, F(0)+2 = 2\} = 2, \quad j(3) = 4;$

$F(4) = \max\{F(0) + 5 = 5, F(2)+1 = 2, F(1)+2 = -\infty\} = 5,$

$j(4) = 2;$

$F(5) = \max\{F(0)+4 = 4, F(1)+5 = -\infty,$

$F(3)+1 = 3, F(2)+2 = 3\} = 4, \quad j(5) = 1;$

$F(6) = \max\{F(1)+4 = -\infty, F(2)+5 = 6,$

$F(4)+1 = 6, F(3)+2 = 4\} = 6, \quad j(6) = 2;$

$F(7) = \max\{F(2)+4 = 5, F(3)+5 = 7,$

$F(5)+1 = 5, F(4)+2 = 7\} = 7, \quad j(7) = 2.$

Числовой пример: прямой ход

$$\begin{aligned} 4x_1 + 5x_2 + 1x_3 + 2x_4 &\to \max, \\ 5x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 3x_4 &\le 7, \\ x_1, x_2, x_3, x_4 &\in \mathbb{Z}_+. \end{aligned}$$

$F(0) = 0,\quad F(1) = -\infty,\quad F(2) = F(0) + 1 = 1,\quad j(2) = 3;$

$F(3) = \max\{F(1)+1 = -\infty,\ F(0)+2 = 2\} = 2,\quad j(3) = 4;$

$F(4) = \max\{F(0)+5 = 5,\ F(2)+1 = 2,\ F(1)+2 = -\infty\} = 5,$
$j(4) = 2;$

$F(5) = \max\{F(0)+4 = 4,\ F(1)+5 = -\infty,$
$F(3)+1 = 3,\ F(2)+2 = 3\} = 4,\quad j(5) = 1;$

$F(6) = \max\{F(1)+4 = -\infty,\ F(2)+5 = 6,$
$F(4)+1 = 6,\ F(3)+2 = 4\} = 6,\quad j(6) = 2;$

$F(7) = \max\{F(2)+4 = 5,\ F(3)+5 = 7,$
$F(5)+1 = 5,\ F(4)+2 = 7\} = 7,\quad j(7) = 2.$

Числовой пример: прямой ход

$$\begin{aligned} 4x_1 + 5x_2 + 1x_3 + 2x_4 &\to \max, \\ 5x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 3x_4 &\le 7, \\ x_1, x_2, x_3, x_4 &\in \mathbb{Z}_+. \end{aligned}$$

$F(0) = 0, \quad F(1) = -\infty, \quad F(2) = F(0) + 1 = 1, \quad j(2) = 3;$

$F(3) = \max\{F(1)+1 = -\infty, F(0)+2 = 2\} = 2, \quad j(3) = 4;$

$F(4) = \max\{F(0)+5 = 5, F(2)+1 = 2, F(1)+2 = -\infty\} = 5,$
$j(4) = 2;$

$F(5) = \max\{F(0)+4 = 4, F(1)+5 = -\infty,$
$F(3)+1 = 3, F(2)+2 = 3\} = 4, \quad j(5) = 1;$

$F(6) = \max\{F(1)+4 = -\infty, F(2)+5 = 6,$
$F(4)+1 = 6, F(3)+2 = 4\} = 6, \quad j(6) = 2;$

$F(7) = \max\{F(2)+4 = 5, F(3)+5 = 7,$
$F(5)+1 = 5, F(4)+2 = 7\} = 7, \quad j(7) = 2.$

Числовой пример: прямой ход

$$\begin{aligned} 4x_1 + 5x_2 + 1x_3 + 2x_4 &\to \max, \\ 5x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 3x_4 &\le 7, \\ x_1, x_2, x_3, x_4 &\in \mathbb{Z}_+. \end{aligned}$$

$F(0) = 0, \quad F(1) = -\infty, \quad F(2) = F(0) + 1 = 1, \quad j(2) = 3;$

$F(3) = \max\{F(1)+1 = -\infty, F(0)+2 = 2\} = 2, \quad j(3) = 4;$

$F(4) = \max\{F(0)+5 = 5, F(2)+1 = 2, F(1)+2 = -\infty\} = 5,$
$j(4) = 2;$

$F(5) = \max\{F(0)+4 = 4, F(1)+5 = -\infty,$
$F(3)+1 = 3, F(2)+2 = 3\} = 4, \quad j(5) = 1;$

$F(6) = \max\{F(1)+4 = -\infty, F(2)+5 = 6,$
$F(4)+1 = 6, F(3)+2 = 4\} = 6, \quad j(6) = 2;$

$F(7) = \max\{F(2)+4 = 5, F(3)+5 = 7,$
$F(5)+1 = 5, F(4)+2 = 7\} = 7, \quad j(7) = 2.$

Числовой пример: прямой ход

$$4x_1 + 5x_2 + 1x_3 + 2x_4 \to \max,$$
$$5x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 3x_4 \le 7,$$
$$x_1, x_2, x_3, x_4 \in \mathbb{Z}_+.$$

$F(0) = 0,\quad F(1) = -\infty,\quad F(2) = F(0) + 1 = 1,\quad j(2) = 3;$

$F(3) = \max\{F(1)+1 = -\infty, F(0)+2 = 2\} = 2,\quad j(3) = 4;$

$F(4) = \max\{F(0)+5 = 5, F(2)+1 = 2, F(1)+2 = -\infty\} = 5,$
$j(4) = 2;$

$F(5) = \max\{F(0)+4 = 4, F(1)+5 = -\infty,$
$F(3)+1 = 3, F(2)+2 = 3\} = 4,\quad j(5) = 1;$

$F(6) = \max\{F(1)+4 = -\infty, F(2)+5 = 6,$
$F(4)+1 = 6, F(3)+2 = 4\} = 6,\quad j(6) = 2;$

$F(7) = \max\{F(2)+4 = 5, F(3)+5 = 7,$
$F(5)+1 = 5, F(4)+2 = 7\} = 7,\quad j(7) = 2.$

Числовой пример: прямой ход

$$\begin{aligned} 4x_1+5x_2+1x_3+2x_4 &\to \max,\\ 5x_1+4x_2+2x_3+3x_4 &\le 7,\\ x_1,x_2,x_3,x_4 &\in \mathbb{Z}_+. \end{aligned}$$

$F(0)=0,\quad F(1)=-\infty,\quad F(2)=F(0)+1=1,\quad j(2)=3;$

$F(3)=\max\{F(1)+1=-\infty,\ F(0)+2=2\}=2,\quad j(3)=4;$

$F(4)=\max\{F(0)+5=5,\ F(2)+1=2,\ F(1)+2=-\infty\}=5,$
$j(4)=2;$

$F(5)=\max\{F(0)+4=4,\ F(1)+5=-\infty,$
$F(3)+1=3,\ F(2)+2=3\}=4,\quad j(5)=1;$

$F(6)=\max\{F(1)+4=-\infty,\ F(2)+5=6,$
$F(4)+1=6,\ F(3)+2=4\}=6,\quad j(6)=2;$

$F(7)=\max\{F(2)+4=5,\ F(3)+5=7,$
$F(5)+1=5,\ F(4)+2=7\}=7,\quad j(7)=2.$

Числовой пример: прямой ход

$$
\begin{aligned}
4x_1 + 5x_2 + 1x_3 + 2x_4 &\to \max, \\
5x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 3x_4 &\le 7, \\
x_1, x_2, x_3, x_4 &\in \mathbb{Z}_+.
\end{aligned}
$$

$F(0) = 0, \quad F(1) = -\infty, \quad F(2) = F(0) + 1 = 1, \quad j(2) = 3;$

$F(3) = \max\{F(1)+1 = -\infty, F(0)+2 = 2\} = 2, \quad j(3) = 4;$

$F(4) = \max\{F(0)+5 = 5, F(2)+1 = 2, F(1)+2 = -\infty\} = 5,$
$j(4) = 2;$

$F(5) = \max\{F(0)+4 = 4, F(1)+5 = -\infty,$
$F(3)+1 = 3, F(2)+2 = 3\} = 4, \quad j(5) = 1;$

$F(6) = \max\{F(1)+4 = -\infty, F(2)+5 = 6,$
$F(4)+1 = 6, F(3)+2 = 4\} = 6, \quad j(6) = 2;$

$F(7) = \max\{F(2)+4 = 5, F(3)+5 = 7,$
$F(5)+1 = 5, F(4)+2 = 7\} = 7, \quad j(7) = 2.$

Числовой пример: прямой ход

$$\begin{aligned} 4x_1 + 5x_2 + 1x_3 + 2x_4 &\to \max, \\ 5x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 3x_4 &\le 7, \\ x_1, x_2, x_3, x_4 &\in \mathbb{Z}_+. \end{aligned}$$

$F(0) = 0,\quad F(1) = -\infty,\quad F(2) = F(0) + 1 = 1,\quad j(2) = 3;$

$F(3) = \max\{F(1)+1 = -\infty,\ F(0)+2 = 2\} = 2,\quad j(3) = 4;$

$F(4) = \max\{F(0) + 5 = 5,\ F(2)+1 = 2,\ F(1)+2 = -\infty\} = 5,$
$j(4) = 2;$

$F(5) = \max\{F(0)+4 = 4,\ F(1)+5 = -\infty,$
$F(3)+1 = 3,\ F(2)+2 = 3\} = 4,\quad j(5) = 1;$

$F(6) = \max\{F(1)+4 = -\infty,\ F(2)+5 = 6,$
$F(4)+1 = 6,\ F(3)+2 = 4\} = 6,\quad j(6) = 2;$

$F(7) = \max\{F(2)+4 = 5,\ F(3)+5 = 7,$
$F(5)+1 = 5,\ F(4)+2 = 7\} = 7,\quad j(7) = 2.$

Числовой пример: прямой ход

$$
\begin{aligned}
4x_1 + 5x_2 + 1x_3 + 2x_4 &\to \max,\\
5x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 3x_4 &\le 7,\\
x_1, x_2, x_3, x_4 &\in \mathbb{Z}_+.
\end{aligned}
$$

$F(0) = 0, \quad F(1) = -\infty, \quad F(2) = F(0) + 1 = 1, \quad j(2) = 3;$

$F(3) = \max\{F(1)+1 = -\infty, F(0)+2 = 2\} = 2, \quad j(3) = 4;$

$F(4) = \max\{F(0)+5 = 5, F(2)+1 = 2, F(1)+2 = -\infty\} = 5,$
$j(4) = 2;$

$F(5) = \max\{F(0)+4 = 4, F(1)+5 = -\infty,$
$F(3)+1 = 3, F(2)+2 = 3\} = 4, \quad j(5) = 1;$

$F(6) = \max\{F(1)+4 = -\infty, F(2)+5 = 6,$
$F(4)+1 = 6, F(3)+2 = 4\} = 6, \quad j(6) = 2;$

$F(7) = \max\{F(2)+4 = 5, F(3)+5 = 7,$
$F(5)+1 = 5, F(4)+2 = 7\} = 7, \quad j(7) = 2.$

Числовой пример: прямой ход

$$\begin{aligned} 4x_1 + 5x_2 + 1x_3 + 2x_4 &\to \max, \\ 5x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 3x_4 &\leq 7, \\ x_1, x_2, x_3, x_4 &\in \mathbb{Z}_+. \end{aligned}$$

$F(0) = 0, \quad F(1) = -\infty, \quad F(2) = F(0) + 1 = 1, \quad j(2) = 3;$

$F(3) = \max\{F(1)+1 = -\infty, F(0)+2 = 2\} = 2, \quad j(3) = 4;$

$F(4) = \max\{F(0)+5 = 5, F(2)+1 = 2, F(1)+2 = -\infty\} = 5,$
$j(4) = 2;$

$F(5) = \max\{F(0)+4 = 4, F(1)+5 = -\infty,$
$F(3)+1 = 3, F(2)+2 = 3\} = 4, \quad j(5) = 1;$

$F(6) = \max\{F(1)+4 = -\infty, F(2)+5 = 6,$
$F(4)+1 = 6, F(3)+2 = 4\} = 6, \quad j(6) = 2;$

$F(7) = \max\{F(2)+4 = 5, F(3)+5 = 7,$
$F(5)+1 = 5, F(4)+2 = 7\} = 7, \quad j(7) = 2.$

Числовой пример: прямой ход

$$\begin{aligned} 4x_1 + 5x_2 + 1x_3 + 2x_4 &\to \max,\\ 5x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 3x_4 &\le 7,\\ x_1, x_2, x_3, x_4 &\in \mathbb{Z}_+. \end{aligned}$$

$F(0) = 0,\quad F(1) = -\infty,\quad F(2) = F(0) + 1 = 1,\quad j(2) = 3;$

$F(3) = \max\{F(1)+1 = -\infty,\ F(0)+2 = 2\} = 2,\quad j(3) = 4;$

$F(4) = \max\{F(0) + 5 = 5,\ F(2)+1 = 2,\ F(1)+2 = -\infty\} = 5,$
$j(4) = 2;$

$F(5) = \max\{F(0)+4 = 4,\ F(1)+5 = -\infty,$
$F(3)+1 = 3,\ F(2)+2 = 3\} = 4,\quad j(5) = 1;$

$F(6) = \max\{F(1)+4 = -\infty,\ F(2)+5 = 6,$
$F(4)+1 = 6,\ F(3)+2 = 4\} = 6,\quad j(6) = 2;$

$F(7) = \max\{F(2)+4 = 5,\ F(3)+5 = 7,$
$F(5)+1 = 5,\ F(4)+2 = 7\} = 7,\quad j(7) = 2.$

Числовой пример: прямой ход

$$\begin{aligned} 4x_1 + 5x_2 + 1x_3 + 2x_4 &\to \max, \\ 5x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 3x_4 &\le 7, \\ x_1, x_2, x_3, x_4 &\in \mathbb{Z}_+. \end{aligned}$$

$F(0) = 0, \quad F(1) = -\infty, \quad F(2) = F(0) + 1 = 1, \quad j(2) = 3;$

$F(3) = \max\{F(1)+1 = -\infty, F(0)+2 = 2\} = 2, \quad j(3) = 4;$

$F(4) = \max\{F(0) + 5 = 5, F(2)+1 = 2, F(1)+2 = -\infty\} = 5,$
$j(4) = 2;$

$F(5) = \max\{F(0)+4 = 4, F(1)+5 = -\infty,$
$F(3)+1 = 3, F(2)+2 = 3\} = 4, \quad j(5) = 1;$

$F(6) = \max\{F(1)+4 = -\infty, F(2)+5 = 6,$
$F(4)+1 = 6, F(3)+2 = 4\} = 6, \quad j(6) = 2;$

$F(7) = \max\{F(2)+4 = 5, F(3)+5 = 7,$
$F(5)+1 = 5, F(4)+2 = 7\} = 7, \quad j(7) = 2.$

Числовой пример: прямой ход

$$\begin{aligned} 4x_1 + 5x_2 + 1x_3 + 2x_4 &\to \max, \\ 5x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 3x_4 &\le 7, \\ x_1, x_2, x_3, x_4 &\in \mathbb{Z}_+. \end{aligned}$$

$F(0) = 0,\quad F(1) = -\infty,\quad F(2) = F(0) + 1 = 1,\quad j(2) = 3;$

$F(3) = \max\{F(1)+1 = -\infty,\ F(0)+2 = 2\} = 2,\quad j(3) = 4;$

$F(4) = \max\{F(0) + 5 = 5,\ F(2)+1 = 2,\ F(1)+2 = -\infty\} = 5,$
$j(4) = 2;$

$F(5) = \max\{F(0)+4 = 4,\ F(1)+5 = -\infty,$
$F(3)+1 = 3,\ F(2)+2 = 3\} = 4,\quad j(5) = 1;$

$F(6) = \max\{F(1)+4 = -\infty,\ F(2)+5 = 6,$
$F(4)+1 = 6,\ F(3)+2 = 4\} = 6,\quad j(6) = 2;$

$F(7) = \max\{F(2)+4 = 5,\ F(3)+5 = 7,$
$F(5)+1 = 5,\ F(4)+2 = 7\} = 7,\quad j(7) = 2.$

Числовой пример: прямой ход

$$\begin{aligned} 4x_1 + 5x_2 + 1x_3 + 2x_4 &\to \max, \\ 5x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 3x_4 &\le 7, \\ x_1, x_2, x_3, x_4 &\in \mathbb{Z}_+. \end{aligned}$$

$F(0) = 0, \quad F(1) = -\infty, \quad F(2) = F(0) + 1 = 1, \quad j(2) = 3;$

$F(3) = \max\{F(1)+1 = -\infty,\ F(0)+2 = 2\} = 2, \quad j(3) = 4;$

$F(4) = \max\{F(0)+5 = 5,\ F(2)+1 = 2,\ F(1)+2 = -\infty\} = 5,$
$j(4) = 2;$

$F(5) = \max\{F(0)+4 = 4,\ F(1)+5 = -\infty,$
$F(3)+1 = 3,\ F(2)+2 = 3\} = 4, \quad j(5) = 1;$

$F(6) = \max\{F(1)+4 = -\infty,\ F(2)+5 = 6,$
$F(4)+1 = 6,\ F(3)+2 = 4\} = 6, \quad j(6) = 2;$

$F(7) = \max\{F(2)+4 = 5,\ F(3)+5 = 7,$
$F(5)+1 = 5,\ F(4)+2 = 7\} = 7, \quad j(7) = 2.$

Числовой пример: прямой ход

$$\begin{aligned} 4x_1 + 5x_2 + 1x_3 + 2x_4 &\to \max, \\ 5x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 3x_4 &\le 7, \\ x_1, x_2, x_3, x_4 &\in \mathbb{Z}_+. \end{aligned}$$

$F(0) = 0, \quad F(1) = -\infty, \quad F(2) = F(0) + 1 = 1, \quad j(2) = 3;$

$F(3) = \max\{F(1)+1 = -\infty, F(0)+2 = 2\} = 2, \quad j(3) = 4;$

$F(4) = \max\{F(0) + 5 = 5, F(2)+1 = 2, F(1)+2 = -\infty\} = 5,$
$j(4) = 2;$

$F(5) = \max\{F(0)+4 = 4, F(1)+5 = -\infty,$
$F(3)+1 = 3, F(2)+2 = 3\} = 4, \quad j(5) = 1;$

$F(6) = \max\{F(1)+4 = -\infty, F(2)+5 = 6,$
$F(4)+1 = 6, F(3)+2 = 4\} = 6, \quad j(6) = 2;$

$F(7) = \max\{F(2)+4 = 5, F(3)+5 = 7,$
$F(5)+1 = 5, F(4)+2 = 7\} = 7, \quad j(7) = 2.$

Числовой пример: прямой ход

$$\begin{aligned} 4x_1 + 5x_2 + 1x_3 + 2x_4 &\to \max, \\ 5x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 3x_4 &\le 7, \\ x_1, x_2, x_3, x_4 &\in \mathbb{Z}_+. \end{aligned}$$

$F(0) = 0, \quad F(1) = -\infty, \quad F(2) = F(0) + 1 = 1, \quad j(2) = 3;$

$F(3) = \max\{F(1)+1 = -\infty, F(0)+2 = 2\} = 2, \quad j(3) = 4;$

$F(4) = \max\{F(0) + 5 = 5, F(2)+1 = 2, F(1)+2 = -\infty\} = 5,$
$j(4) = 2;$

$F(5) = \max\{F(0)+4 = 4, F(1)+5 = -\infty,$
$F(3)+1 = 3, F(2)+2 = 3\} = 4, \quad j(5) = 1;$

$F(6) = \max\{F(1)+4 = -\infty, F(2)+5 = 6,$
$F(4)+1 = 6, F(3)+2 = 4\} = 6, \quad j(6) = 2;$

$F(7) = \max\{F(2)+4 = 5, F(3)+5 = 7,$
$F(5)+1 = 5, F(4)+2 = 7\} = 7, \quad j(7) = 2.$

Числовой пример: прямой ход

$$4x_1 + 5x_2 + 1x_3 + 2x_4 \to \max,$$
$$5x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 3x_4 \le 7,$$
$$x_1, x_2, x_3, x_4 \in \mathbb{Z}_+.$$

$F(0) = 0, \quad F(1) = -\infty, \quad F(2) = F(0) + 1 = 1, \quad j(2) = 3;$

$F(3) = \max\{F(1)+1 = -\infty, F(0)+2 = 2\} = 2, \quad j(3) = 4;$

$F(4) = \max\{F(0) + 5 = 5, F(2)+1 = 2, F(1)+2 = -\infty\} = 5,$
$j(4) = 2;$

$F(5) = \max\{F(0)+4 = 4, F(1)+5 = -\infty,$
$F(3)+1 = 3, F(2)+2 = 3\} = 4, \quad j(5) = 1;$

$F(6) = \max\{F(1)+4 = -\infty, F(2)+5 = 6,$
$F(4)+1 = 6, F(3)+2 = 4\} = 6, \quad j(6) = 2;$

$F(7) = \max\{F(2)+4 = 5, F(3)+5 = 7,$
$F(5)+1 = 5, F(4)+2 = 7\} = 7, \quad j(7) = 2.$

Числовой пример: прямой ход

$$\begin{aligned} 4x_1 + 5x_2 + 1x_3 + 2x_4 &\to \max, \\ 5x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 3x_4 &\le 7, \\ x_1, x_2, x_3, x_4 &\in \mathbb{Z}_+. \end{aligned}$$

$F(0) = 0, \quad F(1) = -\infty, \quad F(2) = F(0) + 1 = 1, \quad j(2) = 3;$

$F(3) = \max\{F(1)+1 = -\infty, F(0)+2 = 2\} = 2, \quad j(3) = 4;$

$F(4) = \max\{F(0) + 5 = 5, F(2)+1 = 2, F(1)+2 = -\infty\} = 5,$
$j(4) = 2;$

$$\begin{aligned} F(5) = \max\{ & F(0)+4 = 4, F(1)+5 = -\infty, \\ & F(3)+1 = 3, F(2)+2 = 3\} = 4, \quad j(5) = 1; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F(6) = \max\{ & F(1)+4 = -\infty, F(2)+5 = 6, \\ & F(4)+1 = 6, F(3)+2 = 4\} = 6, \quad j(6) = 2; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F(7) = \max\{ & F(2)+4 = 5, F(3)+5 = 7, \\ & F(5)+1 = 5, F(4)+2 = 7\} = 7, \quad j(7) = 2. \end{aligned}$$

Числовой пример: обратный ход

$$\begin{aligned} 4x_1 + 5x_2 + 1x_3 + 2x_4 &\to \max, \\ 5x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 3x_4 &\le 7, \\ x_1, x_2, x_3, x_4 &\in \mathbb{Z}_+. \end{aligned}$$

β	0	1	2	3	4	5	6	7
$F(\beta)$	0	$-\infty$	1	2	5	4	6	7
$j(\beta)$	-	-	3	4	2	1	2	2

- $x^* = (0,0,0,0)$, $\beta = 7$;
- Так как $j(7) = 2$, то $x^* = (0,1,0,0)$, $\beta := \beta - a_2 = 7 - 4 = 3$.
- Так как $j(3) = 4$, то $x^* = (0,1,0,1)$, $\beta := \beta - a_4 = 3 - 3 = 0$.
- Так как $\beta = 0$, то $x^* = (0,1,0,1)$ — оптимальное решение.

Числовой пример: обратный ход

$$
\begin{aligned}
4x_1 + 5x_2 + 1x_3 + 2x_4 &\to \max, \\
5x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 3x_4 &\le 7, \\
x_1, x_2, x_3, x_4 &\in \mathbb{Z}_+.
\end{aligned}
$$

β	0	1	2	3	4	5	6	7
$F(\beta)$	0	$-\infty$	1	2	5	4	6	7
$j(\beta)$	-	-	3	4	2	1	2	2

- $x^* = (0,0,0,0)$, $\beta = 7$;
- Так как $j(7) = 2$, то $x^* = (0,1,0,0)$, $\beta := \beta - a_2 = 7 - 4 = 3$.
- Так как $j(3) = 4$, то $x^* = (0,1,0,1)$, $\beta := \beta - a_4 = 3 - 3 = 0$.
- Так как $\beta = 0$, то $x^* = (0,1,0,1)$ — оптимальное решение.

Числовой пример: обратный ход

$$\begin{aligned} 4x_1 + 5x_2 + 1x_3 + 2x_4 &\to \max, \\ 5x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 3x_4 &\le 7, \\ x_1, x_2, x_3, x_4 &\in \mathbb{Z}_+. \end{aligned}$$

β	0	1	2	3	4	5	6	7
$F(\beta)$	0	$-\infty$	1	2	5	4	6	7
$j(\beta)$	-	-	3	4	2	1	2	2

- $x^* = (0,0,0,0)$, $\beta = 7$;
- Так как $j(7) = 2$, то $x^* = (0,1,0,0)$, $\beta := \beta - a_2 = 7 - 4 = 3$.
- Так как $j(3) = 4$, то $x^* = (0,1,0,1)$, $\beta := \beta - a_4 = 3 - 3 = 0$.
- Так как $\beta = 0$, то $x^* = (0,1,0,1)$ — оптимальное решение.

Числовой пример: обратный ход

$$\begin{aligned} 4x_1 + 5x_2 + 1x_3 + 2x_4 &\to \max, \\ 5x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 3x_4 &\le 7, \\ x_1, x_2, x_3, x_4 &\in \mathbb{Z}_+. \end{aligned}$$

β	0	1	2	3	4	5	6	7
$F(\beta)$	0	$-\infty$	1	2	5	4	6	7
$j(\beta)$	-	-	3	4	2	1	2	2

- $x^* = (0,0,0,0)$, $\beta = 7$;
- Так как $j(7) = 2$, то $x^* = (0,1,0,0)$, $\beta := \beta - a_2 = 7 - 4 = 3$.
- Так как $j(3) = 4$, то $x^* = (0,1,0,1)$, $\beta := \beta - a_4 = 3 - 3 = 0$.
- Так как $\beta = 0$, то $x^* = (0,1,0,1)$ — оптимальное решение.

Числовой пример: обратный ход

$$\begin{aligned} 4x_1 + 5x_2 + 1x_3 + 2x_4 &\to \max, \\ 5x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 3x_4 &\le 7, \\ x_1, x_2, x_3, x_4 &\in \mathbb{Z}_+. \end{aligned}$$

β	0	1	2	3	4	5	6	7
$F(\beta)$	0	$-\infty$	1	2	5	4	6	7
$j(\beta)$	-	-	3	4	2	1	2	2

- $x^* = (0,0,0,0)$, $\beta = 7$;
- Так как $j(7) = 2$, то $x^* = (0,1,0,0)$, $\beta := \beta - a_2 = 7 - 4 = 3$.
- Так как $j(3) = 4$, то $x^* = (0,1,0,1)$, $\beta := \beta - a_4 = 3 - 3 = 0$.
- Так как $\beta = 0$, то $x^* = (0,1,0,1)$ — оптимальное решение.

Числовой пример: обратный ход

$$\begin{aligned} 4x_1 + 5x_2 + 1x_3 + 2x_4 &\to \max, \\ 5x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 3x_4 &\le 7, \\ x_1, x_2, x_3, x_4 &\in \mathbb{Z}_+. \end{aligned}$$

β	0	1	2	3	4	5	6	7
$F(\beta)$	0	$-\infty$	1	2	5	4	6	7
$j(\beta)$	-	-	3	4	2	1	2	2

- $x^* = (0,0,0,0)$, $\beta = 7$;
- Так как $j(7) = 2$, то $x^* = (0,1,0,0)$, $\beta := \beta - a_2 = 7 - 4 = 3$.
- Так как $j(3) = 4$, то $x^* = (0,1,0,1)$, $\beta := \beta - a_4 = 3 - 3 = 0$.
- Так как $\beta = 0$, то $x^* = (0,1,0,1)$ — оптимальное решение.

Числовой пример: обратный ход

$$\begin{aligned} 4x_1 + 5x_2 + 1x_3 + 2x_4 &\to \max, \\ 5x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 3x_4 &\le 7, \\ x_1, x_2, x_3, x_4 &\in \mathbb{Z}_+. \end{aligned}$$

β	0	1	2	3	4	5	6	7
$F(\beta)$	0	$-\infty$	1	2	5	4	6	7
$j(\beta)$	-	-	3	4	2	1	2	2

- $x^* = (0,0,0,0)$, $\beta = 7$;
- Так как $j(7) = 2$, то $x^* = (0,1,0,0)$, $\beta := \beta - a_2 = 7 - 4 = 3$.
- Так как $j(3) = 4$, то $x^* = (0,1,0,1)$, $\beta := \beta - a_4 = 3 - 3 = 0$.
- Так как $\beta = 0$, то $x^* = (0,1,0,1)$ — оптимальное решение.

План лекции

1. Задача о рюкзаке
   - Целочисленный рюкзак
   - 0,1-рюкзак
2. Размер партии: однопродуктовая модель
   - Общий случай
   - Неограниченные производственные мощности
3. Контроль качества продукции, производимой на конвейере

Сведение к задаче о максимальном пути

- Теперь рассмотрим задачу о 0,1-рюкзаке:
$$\max\{c^T x : \ a^T x \le b, \ x \in \{0,1\}^n\}.$$
- Представим ее как задачу поиска кратчайшего пути в графе $G = (V, E)$, где
$$V = V_0 \cup V_1 \cup \cdots \cup V_n,$$
$$V_k = \{0, 1, \ldots, b\}, \quad k = 0, 1, \ldots, n,$$
$$E = E_1 \cup \ldots E_n,$$
$$E_k = \{(\beta, \beta) \in V_{k-1} \times V_k\} \cup \\ \{(\beta - a_k, \beta) : \ \beta - a_k \in V_{k-1}, \ \beta \in V_k\}, \quad k = 1, \ldots, n.$$
- Стоимосить дуг $(\beta, \beta) \in V_{k-1} \times V_k$ равна нулю, а всех остальных дуг из E_k равна c_k.
- Обозначим через $F_k(\beta)$ максимальную стоимость пути в графе G из вершины $s = 0 \in V_0$ в вершину $\beta \in V_k$.

Сведение к задаче о максимальном пути

- Теперь рассмотрим задачу о 0,1-рюкзаке:

$$\max\{c^T x : \; a^T x \le b, \; x \in \{0,1\}^n\}.$$

- Представим ее как задачу поиска кратчайшего пути в графе $G = (V, E)$, где

$$V = V_0 \cup V_1 \cup \dots \cup V_n,$$
$$V_k = \{0, 1, \dots, b\}, \quad k = 0, 1, \dots, n,$$
$$E = E_1 \cup \dots E_n,$$
$$E_k = \{(\beta, \beta) \in V_{k-1} \times V_k\} \cup \{(\beta - a_k, \beta) : \; \beta - a_k \in V_{k-1}, \; \beta \in V_k\}, \quad k = 1, \dots, n.$$

- Стоимосить дуг $(\beta, \beta) \in V_{k-1} \times V_k$ равна нулю, а всех остальных дуг из E_k равна c_k.
- Обозначим через $F_k(\beta)$ максимальную стоимость пути в графе G из вершины $s = 0 \in V_0$ в вершину $\beta \in V_k$.

Сведение к задаче о максимальном пути

- Теперь рассмотрим задачу о 0,1-рюкзаке:

$$\max\{c^T x : \ a^T x \le b, \ x \in \{0,1\}^n\}.$$

- Представим ее как задачу поиска кратчайшего пути в графе $G = (V, E)$, где

$$V = V_0 \cup V_1 \cup \cdots \cup V_n,$$

$$V_k = \{0, 1, \ldots, b\}, \quad k = 0, 1, \ldots, n,$$

$$E = E_1 \cup \ldots E_n,$$

$$E_k = \{(\beta, \beta) \in V_{k-1} \times V_k\} \cup \\ \{(\beta - a_k, \beta) : \ \beta - a_k \in V_{k-1}, \ \beta \in V_k\}, \quad k = 1, \ldots, n.$$

- Стоимосить дуг $(\beta, \beta) \in V_{k-1} \times V_k$ равна нулю, а всех остальных дуг из E_k равна c_k.
- Обозначим через $F_k(\beta)$ максимальную стоимость пути в графе G из вершины $s = 0 \in V_0$ в вершину $\beta \in V_k$.

Сведение к задаче о максимальном пути

- Теперь рассмотрим задачу о 0,1-рюкзаке:

$$\max\{c^T x : \ a^T x \le b, \ x \in \{0,1\}^n\}.$$

- Представим ее как задачу поиска кратчайшего пути в графе $G = (V, E)$, где

$$V = V_0 \cup V_1 \cup \cdots \cup V_n,$$

$$V_k = \{0, 1, \ldots, b\}, \quad k = 0, 1, \ldots, n,$$

$$E = E_1 \cup \ldots E_n,$$

$$E_k = \{(\beta, \beta) \in V_{k-1} \times V_k\} \cup$$
$$\{(\beta - a_k, \beta) : \ \beta - a_k \in V_{k-1}, \ \beta \in V_k\}, \quad k = 1, \ldots, n.$$

- Стоимосить дуг $(\beta, \beta) \in V_{k-1} \times V_k$ равна нулю, а всех остальных дуг из E_k равна c_k.
- Обозначим через $F_k(\beta)$ максимальную стоимость пути в графе G из вершины $s = 0 \in V_0$ в вершину $\beta \in V_k$.

Сведение к задаче о максимальном пути

- Теперь рассмотрим задачу о 0,1-рюкзаке:

$$\max\{c^T x : \; a^T x \le b, \; x \in \{0,1\}^n\}.$$

- Представим ее как задачу поиска кратчайшего пути в графе $G = (V, E)$, где

$$V = V_0 \cup V_1 \cup \cdots \cup V_n,$$

$$V_k = \{0, 1, \ldots, b\}, \quad k = 0, 1, \ldots, n,$$

$$E = E_1 \cup \ldots E_n,$$

$$E_k = \{(\beta, \beta) \in V_{k-1} \times V_k\} \cup$$
$$\{(\beta - a_k, \beta) : \; \beta - a_k \in V_{k-1}, \; \beta \in V_k\}, \quad k = 1, \ldots, n.$$

- Стоимосить дуг $(\beta, \beta) \in V_{k-1} \times V_k$ равна нулю, а всех остальных дуг из E_k равна c_k.
- Обозначим через $F_k(\beta)$ максимальную стоимость пути в графе G из вершины $s = 0 \in V_0$ в вершину $\beta \in V_k$.

Сведение к задаче о максимальном пути

- Теперь рассмотрим задачу о 0,1-рюкзаке:
$$\max\{c^T x : \ a^T x \le b, \ x \in \{0,1\}^n\}.$$
- Представим ее как задачу поиска кратчайшего пути в графе $G = (V, E)$, где

$$V = V_0 \cup V_1 \cup \dots \cup V_n,$$
$$V_k = \{0, 1, \dots, b\}, \quad k = 0, 1, \dots, n,$$
$$E = E_1 \cup \dots E_n,$$
$$E_k = \{(\beta, \beta) \in V_{k-1} \times V_k\} \cup \{(\beta - a_k, \beta) : \ \beta - a_k \in V_{k-1}, \ \beta \in V_k\}, \quad k = 1, \dots, n.$$

- Стоимосить дуг $(\beta, \beta) \in V_{k-1} \times V_k$ равна нулю, а всех остальных дуг из E_k равна c_k.
- Обозначим через $F_k(\beta)$ максимальную стоимость пути в графе G из вершины $s = 0 \in V_0$ в вершину $\beta \in V_k$.

Сведение к задаче о максимальном пути

- Теперь рассмотрим задачу о 0,1-рюкзаке:

$$\max\{c^T x : \ a^T x \le b, \ x \in \{0,1\}^n\}.$$

- Представим ее как задачу поиска кратчайшего пути в графе $G = (V, E)$, где

$$V = V_0 \cup V_1 \cup \dots \cup V_n,$$
$$V_k = \{0, 1, \dots, b\}, \quad k = 0, 1, \dots, n,$$
$$E = E_1 \cup \dots E_n,$$
$$E_k = \{(\beta, \beta) \in V_{k-1} \times V_k\} \cup$$
$$\{(\beta - a_k, \beta) : \ \beta - a_k \in V_{k-1}, \ \beta \in V_k\}, \quad k = 1, \dots, n.$$

- Стоимосить дуг $(\beta, \beta) \in V_{k-1} \times V_k$ равна нулю, а всех остальных дуг из E_k равна c_k.
- Обозначим через $F_k(\beta)$ максимальную стоимость пути в графе G из вершины $s = 0 \in V_0$ в вершину $\beta \in V_k$.

Сведение к задаче о максимальном пути

- Теперь рассмотрим задачу о 0,1-рюкзаке:
$$\max\{c^T x : \ a^T x \le b, \ x \in \{0,1\}^n\}.$$
- Представим ее как задачу поиска кратчайшего пути в графе $G = (V, E)$, где
$$\begin{aligned} V &= V_0 \cup V_1 \cup \cdots \cup V_n, \\ V_k &= \{0, 1, \ldots, b\}, \quad k = 0, 1, \ldots, n, \\ E &= E_1 \cup \ldots E_n, \\ E_k &= \{(\beta, \beta) \in V_{k-1} \times V_k\} \cup \\ &\quad \{(\beta - a_k, \beta) : \ \beta - a_k \in V_{k-1}, \ \beta \in V_k\}, \quad k = 1, \ldots, n. \end{aligned}$$
- Стоимосить дуг $(\beta, \beta) \in V_{k-1} \times V_k$ равна нулю, а всех остальных дуг из E_k равна c_k.
- Обозначим через $F_k(\beta)$ максимальную стоимость пути в графе G из вершины $s = 0 \in V_0$ в вершину $\beta \in V_k$.

Сведение к задаче о максимальном пути

- Представим ее как задачу поиска кратчайшего пути в графе $G = (V, E)$, где

$$V = V_0 \cup V_1 \cup \dots \cup V_n,$$
$$V_k = \{0, 1, \dots, b\}, \quad k = 0, 1, \dots, n,$$
$$E = E_1 \cup \dots E_n,$$
$$E_k = \{(\beta, \beta) \in V_{k-1} \times V_k\} \cup$$
$$\{(\beta - a_k, \beta) : \beta - a_k \in V_{k-1},\ \beta \in V_k\}, \quad k = 1, \dots, n.$$

- Стоимосить дуг $(\beta, \beta) \in V_{k-1} \times V_k$ равна нулю, а всех остальных дуг из E_k равна c_k.
- Обозначим через $F_k(\beta)$ максимальную стоимость пути в графе G из вершины $s = 0 \in V_0$ в вершину $\beta \in V_k$.
- Нетрудно убедиться, что

$$F_k(\beta) = \max\left\{\sum_{j=1}^{k} c_j x_j : \sum_{j=1}^{k} a_j x_j = \beta,\ x_1, \dots, x_k \in \{0, 1\}\right\}.$$

Рекуррентные формулы

Исходя из формул для вычисления максимальных стоимостей путей в ациклическом графе

$$d(1) = 0,$$
$$d(j) = \max_{(i,j)\in E} \left(d(i) + c(i,j)\right), \quad j = 2, \dots, n,$$

для $k = 1, \dots, n$ мы можем записать следующее рекуррентное соотношение:

$$F_k(\beta) = \begin{cases} F_{k-1}(\beta), & \beta = 0, \dots, a_k - 1, \\ \max\{F_{k-1}(\beta), F_{k-1}(\beta - a_k) + c_k\}, & \beta = a_k, \dots, b, \end{cases}$$

при начальных условиях

$$F_0(0) = 0 \quad \text{и} \quad F_0(\beta) = -\infty, \quad \beta = 1, \dots, b.$$

Для $\beta = 1, \dots, b$ равенство $F_0(\beta) = -\infty$ можно интерпретировать как выражение того факта, что в графе G нет путей из вершиты $0 \in V_0$ в другие вершины множества V_0.

Рекуррентные формулы

Исходя из формул для вычисления максимальных стоимостей путей в ациклическом графе

$$d(1) = 0,$$

$$d(j) = \max_{(i,j)\in E}\left(d(i) + c(i,j)\right), \quad j = 2,\dots,n,$$

для $k = 1,\dots,n$ мы можем записать следующее рекуррентное соотношение:

$$F_k(\beta) = \begin{cases} F_{k-1}(\beta), & \beta = 0,\dots,a_k - 1,\\ \max\{F_{k-1}(\beta), F_{k-1}(\beta - a_k) + c_k\}, & \beta = a_k,\dots,b, \end{cases}$$

при начальных условиях

$$F_0(0) = 0 \quad \text{и} \quad F_0(\beta) = -\infty, \quad \beta = 1,\dots,b.$$

Для $\beta = 1,\dots,b$ равенство $F_0(\beta) = -\infty$ можно интерпретировать как выражение того факта, что в графе G нет путей из вершиты $0 \in V_0$ в другие вершины множества V_0.

Рекуррентные формулы

Исходя из формул для вычисления максимальных стоимостей путей в ациклическом графе

$$d(1) = 0,$$
$$d(j) = \max_{(i,j)\in E}\left(d(i) + c(i,j)\right), \quad j = 2, \dots, n,$$

для $k = 1, \dots, n$ мы можем записать следующее рекуррентное соотношение:

$$F_k(\beta) = \begin{cases} F_{k-1}(\beta), & \beta = 0, \dots, a_k - 1, \\ \max\{F_{k-1}(\beta), F_{k-1}(\beta - a_k) + c_k\}, & \beta = a_k, \dots, b, \end{cases}$$

при начальных условиях

$$F_0(0) = 0 \quad \text{и} \quad F_0(\beta) = -\infty, \quad \beta = 1, \dots, b.$$

Для $\beta = 1, \dots, b$ равенство $F_0(\beta) = -\infty$ можно интерпретировать как выражение того факта, что в графе G нет путей из вершиты $0 \in V_0$ в другие вершины множества V_0.

Рекуррентные формулы

Исходя из формул для вычисления максимальных стоимостей путей в ациклическом графе

$$d(1) = 0,$$
$$d(j) = \max_{(i,j)\in E} \left(d(i) + c(i,j)\right), \quad j = 2, \dots, n,$$

для $k = 1, \dots, n$ мы можем записать следующее рекуррентное соотношение:

$$F_k(\beta) = \begin{cases} F_{k-1}(\beta), & \beta = 0, \dots, a_k - 1, \\ \max\{F_{k-1}(\beta), F_{k-1}(\beta - a_k) + c_k\}, & \beta = a_k, \dots, b, \end{cases}$$

при начальных условиях

$$F_0(0) = 0 \quad \text{и} \quad F_0(\beta) = -\infty, \quad \beta = 1, \dots, b.$$

Для $\beta = 1, \dots, b$ равенство $F_0(\beta) = -\infty$ можно интерпретировать как выражение того факта, что в графе G нет путей из вершины $0 \in V_0$ в другие вершины множества V_0.

Рекуррентные формулы

Исходя из формул для вычисления максимальных стоимостей путей в ациклическом графе

$$d(1) = 0,$$
$$d(j) = \max_{(i,j)\in E}\left(d(i) + c(i,j)\right), \quad j = 2,\dots,n,$$

для $k = 1,\dots,n$ мы можем записать следующее рекуррентное соотношение:

$$F_k(\beta) = \begin{cases} F_{k-1}(\beta), & \beta = 0,\dots,a_k - 1, \\ \max\{F_{k-1}(\beta), F_{k-1}(\beta - a_k) + c_k\}, & \beta = a_k,\dots,b, \end{cases}$$

при начальных условиях

$$F_0(0) = 0 \quad \text{и} \quad F_0(\beta) = -\infty, \quad \beta = 1,\dots,b.$$

Для $\beta = 1,\dots,b$ равенство $F_0(\beta) = -\infty$ можно интерпретировать как выражение того факта, что в графе G нет путей из вершиты $0 \in V_0$ в другие вершины множества V_0.

Рекуррентные формулы

Исходя из формул для вычисления максимальных стоимостей путей в ациклическом графе

$$d(1) = 0,$$
$$d(j) = \max_{(i,j)\in E} \left(d(i) + c(i,j)\right), \quad j = 2, \ldots, n,$$

для $k = 1, \ldots, n$ мы можем записать следующее рекуррентное соотношение:

$$F_k(\beta) = \begin{cases} F_{k-1}(\beta), & \beta = 0, \ldots, a_k - 1, \\ \max\{F_{k-1}(\beta), F_{k-1}(\beta - a_k) + c_k\}, & \beta = a_k, \ldots, b, \end{cases}$$

при начальных условиях

$$F_0(0) = 0 \quad \text{и} \quad F_0(\beta) = -\infty, \quad \beta = 1, \ldots, b.$$

Для $\beta = 1, \ldots, b$ равенство $F_0(\beta) = -\infty$ можно интерпретировать как выражение того факта, что в графе G нет путей из вершиты $0 \in V_0$ в другие вершины множества V_0.

Рекуррентные формулы

Исходя из формул для вычисления максимальных стоимостей путей в ациклическом графе

$$d(1) = 0,$$
$$d(j) = \max_{(i,j)\in E} \left(d(i) + c(i,j)\right), \quad j = 2,\dots,n,$$

для $k = 1,\dots,n$ мы можем записать следующее рекуррентное соотношение:

$$F_k(\beta) = \begin{cases} F_{k-1}(\beta), & \beta = 0,\dots,a_k - 1,\\ \max\{F_{k-1}(\beta), F_{k-1}(\beta - a_k) + c_k\}, & \beta = a_k,\dots,b, \end{cases}$$

при начальных условиях

$$F_0(0) = 0 \quad \text{и} \quad F_0(\beta) = -\infty, \quad \beta = 1,\dots,b.$$

Для $\beta = 1,\dots,b$ равенство $F_0(\beta) = -\infty$ можно интерпретировать как выражение того факта, что в графе G нет путей из вершиты $0 \in V_0$ в другие вершины множества V_0.

Рекуррентные формулы

Исходя из формул для вычисления максимальных стоимостей путей в ациклическом графе

$$d(1) = 0,$$
$$d(j) = \max_{(i,j)\in E} \left(d(i) + c(i,j)\right), \quad j = 2,\dots,n,$$

для $k = 1,\dots,n$ мы можем записать следующее рекуррентное соотношение:

$$F_k(\beta) = \begin{cases} F_{k-1}(\beta), & \beta = 0,\dots,a_k - 1, \\ \max\{F_{k-1}(\beta), F_{k-1}(\beta - a_k) + c_k\}, & \beta = a_k,\dots,b, \end{cases}$$

при начальных условиях

$$F_0(0) = 0 \quad \text{и} \quad F_0(\beta) = -\infty, \quad \beta = 1,\dots,b.$$

Для $\beta = 1,\dots,b$ равенство $F_0(\beta) = -\infty$ можно интерпретировать как выражение того факта, что в графе G нет путей из вершиты $0 \in V_0$ в другие вершины множества V_0.

Обратный ход

- Вычислив все значения $F_k(\beta)$, оптимальное решение x^* можно найти, выполнив следующий *обратный ход*.
- Начинаем с $\beta \in \arg \max\limits_{0 \le q \le b} F_n(q)$.
- Для $k = n, \dots, 1$ положить
  - $x_k^* = 0$, если $F_k(\beta) = F_{k-1}(\beta)$,
  - а если $F_k(\beta) = F_{k-1}(\beta - a_k) + c_k$, то положить $x_k^* = 1$ и $\beta := \beta - a_k$.

Обратный ход

- Вычислив все значения $F_k(\beta)$, оптимальное решение x^* можно найти, выполнив следующий *обратный ход*.
- Начинаем с $\beta \in \arg \max\limits_{0 \le q \le b} F_n(q)$.
- Для $k = n, \ldots, 1$ положить
  - $x_k^* = 0$, если $F_k(\beta) = F_{k-1}(\beta)$,
  - а если $F_k(\beta) = F_{k-1}(\beta - a_k) + c_k$, то положить $x_k^* = 1$ и $\beta := \beta - a_k$.

Обратный ход

- Вычислив все значения $F_k(\beta)$, оптимальное решение x^* можно найти, выполнив следующий *обратный ход*.
- Начинаем с $\beta \in \arg\max_{0 \le q \le b} F_n(q)$.
- Для $k = n, \ldots, 1$ положить
  - $x_k^* = 0$, если $F_k(\beta) = F_{k-1}(\beta)$,
  - а если $F_k(\beta) = F_{k-1}(\beta - a_k) + c_k$, то положить $x_k^* = 1$ и $\beta := \beta - a_k$.

Обратный ход

- Вычислив все значения $F_k(\beta)$, оптимальное решение x^* можно найти, выполнив следующий *обратный ход*.
- Начинаем с $\beta \in \arg\max_{0\le q\le b} F_n(q)$.
- Для $k = n, \dots, 1$ положить
  - $x_k^* = 0$, если $F_k(\beta) = F_{k-1}(\beta)$,
  - а если $F_k(\beta) = F_{k-1}(\beta - a_k) + c_k$, то положить $x_k^* = 1$ и $\beta := \beta - a_k$.

Обратный ход

- Вычислив все значения $F_k(\beta)$, оптимальное решение x^* можно найти, выполнив следующий *обратный ход*.
- Начинаем с $\beta \in \arg\max\limits_{0 \le q \le b} F_n(q)$.
- Для $k = n, \dots, 1$ положить
  - $x_k^* = 0$, если $F_k(\beta) = F_{k-1}(\beta)$,
  - а если $F_k(\beta) = F_{k-1}(\beta - a_k) + c_k$, то положить $x_k^* = 1$ и $\beta := \beta - a_k$.

Числовой пример: прямой ход

$$\begin{aligned} 10x_1 + 7x_2 + 25x_3 + 24x_4 &\to \max, \\ 2x_1 + 1x_2 + \ \ 6x_3 + \ \ 5x_4 &\le 7, \\ x_1, x_2, x_3, x_4 &\in \{0, 1\}. \end{aligned}$$

β					
0					
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					

Числовой пример: прямой ход

$$\begin{aligned} 10x_1 + 7x_2 + 25x_3 + 24x_4 &\to \max, \\ 2x_1 + 1x_2 + \ \ 6x_3 + \ \ 5x_4 &\le 7, \\ x_1, x_2, x_3, x_4 &\in \{0, 1\}. \end{aligned}$$

β					
0					
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					

Числовой пример: прямой ход

$$\begin{aligned} 10x_1 + 7x_2 + 25x_3 + 24x_4 &\to \max, \\ 2x_1 + 1x_2 + \ \ 6x_3 + \ \ 5x_4 &\le 7, \\ x_1, x_2, x_3, x_4 &\in \{0, 1\}. \end{aligned}$$

β	F_0				
0	0				
1	$-\infty$				
2	$-\infty$				
3	$-\infty$				
4	$-\infty$				
5	$-\infty$				
6	$-\infty$				
7	$-\infty$				

Числовой пример: прямой ход

$$\begin{aligned} 10x_1 + 7x_2 + 25x_3 + 24x_4 &\to \max, \\ 2x_1 + 1x_2 + 6x_3 + 5x_4 &\le 7, \\ x_1, x_2, x_3, x_4 &\in \{0, 1\}. \end{aligned}$$

β	F_0	F_1			
0	0				
1	$-\infty$				
2	$-\infty$				
3	$-\infty$				
4	$-\infty$				
5	$-\infty$				
6	$-\infty$				
7	$-\infty$				

Числовой пример: прямой ход

$$\begin{aligned} 10x_1 + 7x_2 + 25x_3 + 24x_4 &\to \max, \\ 2x_1 + 1x_2 + 6x_3 + 5x_4 &\le 7, \\ x_1, x_2, x_3, x_4 &\in \{0, 1\}. \end{aligned}$$

β	F_0	F_1			
0	0	0			
1	$-\infty$	$-\infty$			
2	$-\infty$				
3	$-\infty$				
4	$-\infty$				
5	$-\infty$				
6	$-\infty$				
7	$-\infty$				

Числовой пример: прямой ход

$$\begin{aligned} 10x_1 + 7x_2 + 25x_3 + 24x_4 &\to \max, \\ 2x_1 + 1x_2 + \ \ 6x_3 + \ \ 5x_4 &\le 7, \\ x_1, x_2, x_3, x_4 &\in \{0, 1\}. \end{aligned}$$

β	F_0	F_1			
0	0	0			
1	$-\infty$	$-\infty$			
2	$-\infty$	10			
3	$-\infty$				
4	$-\infty$				
5	$-\infty$				
6	$-\infty$				
7	$-\infty$				

Числовой пример: прямой ход

$$\begin{aligned} 10x_1 + 7x_2 + 25x_3 + 24x_4 &\to \max, \\ 2x_1 + 1x_2 + \ \ 6x_3 + \ \ 5x_4 &\le 7, \\ x_1, x_2, x_3, x_4 &\in \{0, 1\}. \end{aligned}$$

β	F_0	F_1			
0	0	0			
1	$-\infty$	$-\infty$			
2	$-\infty$	10			
3	$-\infty$	$-\infty$			
4	$-\infty$				
5	$-\infty$				
6	$-\infty$				
7	$-\infty$				

Числовой пример: прямой ход

$$\begin{aligned} 10x_1 + 7x_2 + 25x_3 + 24x_4 &\to \max, \\ 2x_1 + 1x_2 + \ \ 6x_3 + \ \ 5x_4 &\le 7, \\ x_1, x_2, x_3, x_4 &\in \{0, 1\}. \end{aligned}$$

β	F_0	F_1			
0	0	0			
1	$-\infty$	$-\infty$			
2	$-\infty$	10			
3	$-\infty$	$-\infty$			
4	$-\infty$	$-\infty$			
5	$-\infty$				
6	$-\infty$				
7	$-\infty$				

Числовой пример: прямой ход

$$
\begin{aligned}
10x_1 + 7x_2 + 25x_3 + 24x_4 &\to \max,\\
2x_1 + 1x_2 + \ \ 6x_3 + \ \ 5x_4 &\le 7,\\
x_1, x_2, x_3, x_4 &\in \{0, 1\}.
\end{aligned}
$$

β	F_0	F_1			
0	0	0			
1	$-\infty$	$-\infty$			
2	$-\infty$	10			
3	$-\infty$	$-\infty$			
4	$-\infty$	$-\infty$			
5	$-\infty$	$-\infty$			
6	$-\infty$				
7	$-\infty$				

Числовой пример: прямой ход

$$
\begin{aligned}
{\color{red}10}x_1 + 7x_2 + 25x_3 + 24x_4 &\to \max,\\
{\color{red}2}x_1 + 1x_2 + \ \ 6x_3 + \ \ 5x_4 &\le 7,\\
x_1, x_2, x_3, x_4 &\in \{0,1\}.
\end{aligned}
$$

β	F_0	F_1			
0	0	0			
1	$-\infty$	$-\infty$			
2	$-\infty$	10			
3	$-\infty$	$-\infty$			
4	${\color{red}-\infty}$	$-\infty$			
5	$-\infty$	$-\infty$			
6	$-\infty$	${\color{red}-\infty}$			
7	$-\infty$				

Числовой пример: прямой ход

$$
\begin{aligned}
10x_1 + 7x_2 + 25x_3 + 24x_4 &\to \max,\\
2x_1 + 1x_2 + \ \ 6x_3 + \ \ 5x_4 &\le 7,\\
x_1, x_2, x_3, x_4 &\in \{0,1\}.
\end{aligned}
$$

β	F_0	F_1			
0	0	0			
1	$-\infty$	$-\infty$			
2	$-\infty$	10			
3	$-\infty$	$-\infty$			
4	$-\infty$	$-\infty$			
5	$-\infty$	$-\infty$			
6	$-\infty$	$-\infty$			
7	$-\infty$	$-\infty$			

Числовой пример: прямой ход

$$\begin{aligned} 10x_1 + 7x_2 + 25x_3 + 24x_4 &\to \max, \\ 2x_1 + 1x_2 + 6x_3 + 5x_4 &\le 7, \\ x_1, x_2, x_3, x_4 &\in \{0,1\}. \end{aligned}$$

β	F_0	F_1	F_2		
0	0	0			
1	$-\infty$	$-\infty$			
2	$-\infty$	10			
3	$-\infty$	$-\infty$			
4	$-\infty$	$-\infty$			
5	$-\infty$	$-\infty$			
6	$-\infty$	$-\infty$			
7	$-\infty$	$-\infty$			

Числовой пример: прямой ход

$$\begin{aligned} 10x_1 + 7x_2 + 25x_3 + 24x_4 &\to \max, \\ 2x_1 + 1x_2 + 6x_3 + 5x_4 &\le 7, \\ x_1, x_2, x_3, x_4 &\in \{0, 1\}. \end{aligned}$$

β	F_0	F_1	F_2		
0	0	0	0		
1	$-\infty$	$-\infty$			
2	$-\infty$	10			
3	$-\infty$	$-\infty$			
4	$-\infty$	$-\infty$			
5	$-\infty$	$-\infty$			
6	$-\infty$	$-\infty$			
7	$-\infty$	$-\infty$			

Числовой пример: прямой ход

$$\begin{aligned} 10x_1 + 7x_2 + 25x_3 + 24x_4 &\to \max, \\ 2x_1 + 1x_2 + 6x_3 + 5x_4 &\le 7, \\ x_1, x_2, x_3, x_4 &\in \{0, 1\}. \end{aligned}$$

β	F_0	F_1	F_2		
0	0	0	0		
1	$-\infty$	$-\infty$	7		
2	$-\infty$	10			
3	$-\infty$	$-\infty$			
4	$-\infty$	$-\infty$			
5	$-\infty$	$-\infty$			
6	$-\infty$	$-\infty$			
7	$-\infty$	$-\infty$			

Числовой пример: прямой ход

$$\begin{aligned} 10x_1 + 7x_2 + 25x_3 + 24x_4 &\to \max, \\ 2x_1 + 1x_2 + 6x_3 + 5x_4 &\le 7, \\ x_1, x_2, x_3, x_4 &\in \{0, 1\}. \end{aligned}$$

β	F_0	F_1	F_2		
0	0	0	0		
1	$-\infty$	$-\infty$	7		
2	$-\infty$	10	10		
3	$-\infty$	$-\infty$			
4	$-\infty$	$-\infty$			
5	$-\infty$	$-\infty$			
6	$-\infty$	$-\infty$			
7	$-\infty$	$-\infty$			

Числовой пример: прямой ход

$$\begin{aligned} 10x_1 + 7x_2 + 25x_3 + 24x_4 &\to \max, \\ 2x_1 + 1x_2 + \;\; 6x_3 + \;\; 5x_4 &\le 7, \\ x_1, x_2, x_3, x_4 &\in \{0, 1\}. \end{aligned}$$

β	F_0	F_1	F_2		
0	0	0	0		
1	$-\infty$	$-\infty$	7		
2	$-\infty$	10	10		
3	$-\infty$	$-\infty$	17		
4	$-\infty$	$-\infty$			
5	$-\infty$	$-\infty$			
6	$-\infty$	$-\infty$			
7	$-\infty$	$-\infty$			

Числовой пример: прямой ход

$$\begin{aligned} 10x_1 + 7x_2 + 25x_3 + 24x_4 &\to \max, \\ 2x_1 + 1x_2 + 6x_3 + 5x_4 &\le 7, \\ x_1, x_2, x_3, x_4 &\in \{0, 1\}. \end{aligned}$$

β	F_0	F_1	F_2		
0	0	0	0		
1	$-\infty$	$-\infty$	7		
2	$-\infty$	10	10		
3	$-\infty$	$-\infty$	17		
4	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$		
5	$-\infty$	$-\infty$			
6	$-\infty$	$-\infty$			
7	$-\infty$	$-\infty$			

Числовой пример: прямой ход

$$
\begin{aligned}
10x_1 + 7x_2 + 25x_3 + 24x_4 &\to \max, \\
2x_1 + 1x_2 + 6x_3 + 5x_4 &\le 7, \\
x_1, x_2, x_3, x_4 &\in \{0, 1\}.
\end{aligned}
$$

β	F_0	F_1	F_2		
0	0	0	0		
1	$-\infty$	$-\infty$	7		
2	$-\infty$	10	10		
3	$-\infty$	$-\infty$	17		
4	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$		
5	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$		
6	$-\infty$	$-\infty$			
7	$-\infty$	$-\infty$			

Числовой пример: прямой ход

$$\begin{aligned} 10x_1 + 7x_2 + 25x_3 + 24x_4 &\to \max, \\ 2x_1 + 1x_2 + \ \ 6x_3 + \ \ 5x_4 &\le 7, \\ x_1, x_2, x_3, x_4 &\in \{0, 1\}. \end{aligned}$$

β	F_0	F_1	F_2		
0	0	0	0		
1	$-\infty$	$-\infty$	7		
2	$-\infty$	10	10		
3	$-\infty$	$-\infty$	17		
4	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$		
5	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$		
6	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$		
7	$-\infty$	$-\infty$			

Числовой пример: прямой ход

$$\begin{aligned} 10x_1 + 7x_2 + 25x_3 + 24x_4 &\to \max, \\ 2x_1 + 1x_2 + \ 6x_3 + \ 5x_4 &\le 7, \\ x_1, x_2, x_3, x_4 &\in \{0, 1\}. \end{aligned}$$

β	F_0	F_1	F_2		
0	0	0	0		
1	$-\infty$	$-\infty$	7		
2	$-\infty$	10	10		
3	$-\infty$	$-\infty$	17		
4	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$		
5	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$		
6	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$		
7	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$		

Числовой пример: прямой ход

$$\begin{aligned} 10x_1 + 7x_2 + 25x_3 + 24x_4 &\to \max, \\ 2x_1 + 1x_2 + 6x_3 + 5x_4 &\le 7, \\ x_1, x_2, x_3, x_4 &\in \{0, 1\}. \end{aligned}$$

β	F_0	F_1	F_2	F_3	
0	0	0	0		
1	$-\infty$	$-\infty$	7		
2	$-\infty$	10	10		
3	$-\infty$	$-\infty$	17		
4	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$		
5	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$		
6	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$		
7	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$		

Числовой пример: прямой ход

$$\begin{aligned} 10x_1 + 7x_2 + 25x_3 + 24x_4 &\to \max, \\ 2x_1 + 1x_2 + 6x_3 + 5x_4 &\le 7, \\ x_1, x_2, x_3, x_4 &\in \{0, 1\}. \end{aligned}$$

β	F_0	F_1	F_2	F_3	
0	0	0	0	0	
1	$-\infty$	$-\infty$	7	7	
2	$-\infty$	10	10	10	
3	$-\infty$	$-\infty$	17	17	
4	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	
5	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	
6	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$		
7	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$		

Числовой пример: прямой ход

$$
\begin{aligned}
10x_1 + 7x_2 + 25x_3 + 24x_4 &\to \max,\\
2x_1 + 1x_2 + 6x_3 + 5x_4 &\le 7,\\
x_1, x_2, x_3, x_4 &\in \{0, 1\}.
\end{aligned}
$$

β	F_0	F_1	F_2	F_3	
0	0	0	0	0	
1	$-\infty$	$-\infty$	7	7	
2	$-\infty$	10	10	10	
3	$-\infty$	$-\infty$	17	17	
4	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	
5	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	
6	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	25	
7	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$		

Числовой пример: прямой ход

$$\begin{aligned} 10x_1 + 7x_2 + {\color{red}25}x_3 + 24x_4 &\to \max, \\ 2x_1 + 1x_2 + {\color{red}6}x_3 + 5x_4 &\le 7, \\ x_1, x_2, x_3, x_4 &\in \{0,1\}. \end{aligned}$$

β	F_0	F_1	F_2	F_3	
0	0	0	0	0	
1	$-\infty$	$-\infty$	7	7	
2	$-\infty$	10	10	10	
3	$-\infty$	$-\infty$	17	17	
4	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	
5	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	
6	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	25	
7	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	32	

Числовой пример: прямой ход

$$\begin{aligned} 10x_1 + 7x_2 + 25x_3 + 24x_4 &\to \max, \\ 2x_1 + 1x_2 + 6x_3 + 5x_4 &\le 7, \\ x_1, x_2, x_3, x_4 &\in \{0, 1\}. \end{aligned}$$

β	F_0	F_1	F_2	F_3	F_4
0	0	0	0	0	
1	$-\infty$	$-\infty$	7	7	
2	$-\infty$	10	10	10	
3	$-\infty$	$-\infty$	17	17	
4	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	
5	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	
6	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	25	
7	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	32	

Числовой пример: прямой ход

$$
\begin{aligned}
10x_1 + 7x_2 + 25x_3 + 24x_4 &\to \max,\\
2x_1 + 1x_2 + 6x_3 + 5x_4 &\le 7,\\
x_1, x_2, x_3, x_4 &\in \{0, 1\}.
\end{aligned}
$$

β	F_0	F_1	F_2	F_3	F_4
0	0	0	0	0	0
1	$-\infty$	$-\infty$	7	7	7
2	$-\infty$	10	10	10	10
3	$-\infty$	$-\infty$	17	17	17
4	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$
5	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	
6	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	25	
7	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	32	

Числовой пример: прямой ход

$$
\begin{aligned}
10x_1 + 7x_2 + 25x_3 + 24x_4 &\to \max,\\
2x_1 + 1x_2 + 6x_3 + 5x_4 &\le 7,\\
x_1, x_2, x_3, x_4 &\in \{0, 1\}.
\end{aligned}
$$

β	F_0	F_1	F_2	F_3	F_4
0	0	0	0	0	0
1	$-\infty$	$-\infty$	7	7	7
2	$-\infty$	10	10	10	10
3	$-\infty$	$-\infty$	17	17	17
4	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$
5	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	24
6	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	25	
7	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	32	

Числовой пример: прямой ход

$$\begin{aligned} 10x_1 + 7x_2 + 25x_3 + 24x_4 &\to \max, \\ 2x_1 + 1x_2 + 6x_3 + 5x_4 &\le 7, \\ x_1, x_2, x_3, x_4 &\in \{0, 1\}. \end{aligned}$$

β	F_0	F_1	F_2	F_3	F_4
0	0	0	0	0	0
1	$-\infty$	$-\infty$	7	7	7
2	$-\infty$	10	10	10	10
3	$-\infty$	$-\infty$	17	17	17
4	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$
5	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	24
6	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	25	31
7	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	32	

Числовой пример: прямой ход

$$\begin{aligned} 10x_1 + 7x_2 + 25x_3 + 24x_4 &\to \max, \\ 2x_1 + 1x_2 + 6x_3 + 5x_4 &\le 7, \\ x_1, x_2, x_3, x_4 &\in \{0, 1\}. \end{aligned}$$

β	F_0	F_1	F_2	F_3	F_4
0	0	0	0	0	0
1	$-\infty$	$-\infty$	7	7	7
2	$-\infty$	10	10	10	10
3	$-\infty$	$-\infty$	17	17	17
4	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$
5	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	24
6	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	25	31
7	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	32	34

Числовой пример: обратный ход

Решим задачу

$$\begin{aligned} 10x_1 + 7x_2 + 25x_3 + 24x_4 &\to \max, \\ 2x_1 + 1x_2 + \ 6x_3 + \ 5x_4 &\le 7, \\ x_1, x_2, x_3, x_4 &\in \{0, 1\}. \end{aligned}$$

β	F_0	F_1	F_2	F_3	F_4
0	0	0	0	0	0
1	$-\infty$	$-\infty$	7	7	7
2	$-\infty$	10	10	10	10
3	$-\infty$	$-\infty$	17	17	17
4	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$
5	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	24
6	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	25	31
7	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	32	34

$\max_{\bar\beta} F_4(\bar\beta) = 34$ в строке $\beta = 7$.

$F_4(7) \ne F_3(7) \ \Rightarrow \ x_4 = 1,$ $\beta = 7 - (a_4 = 5) = 2.$

$F_3(2) = F_2(2) \ \Rightarrow \ x_3 = 0.$

$F_2(2) = F_1(2) \ \Rightarrow \ x_2 = 0.$

$F_1(2) \ne F_0(2) \ \Rightarrow \ x_1 = 1,$ $\beta = 2 - (a_1 = 2) = 0.$

Ответ: $x^* = (1, 0, 0, 1)^T$.

Числовой пример: обратный ход

Решим задачу

$$
\begin{aligned}
10x_1 + 7x_2 + 25x_3 + 24x_4 &\to \max,\\
2x_1 + 1x_2 + 6x_3 + 5x_4 &\le 7,\\
x_1, x_2, x_3, x_4 &\in \{0,1\}.
\end{aligned}
$$

β	F_0	F_1	F_2	F_3	F_4
0	0	0	0	0	0
1	$-\infty$	$-\infty$	7	7	7
2	$-\infty$	10	10	10	10
3	$-\infty$	$-\infty$	17	17	17
4	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$
5	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	24
6	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	25	31
7	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	32	34

$\max_{\bar\beta} F_4(\bar\beta) = 34$ в строке $\beta = 7$.

$F_4(7) \ne F_3(7) \Rightarrow x_4 = 1,$

$\beta = 7 - (a_4 = 5) = 2.$

$F_3(2) = F_2(2) \Rightarrow x_3 = 0.$

$F_2(2) = F_1(2) \Rightarrow x_2 = 0.$

$F_1(2) \ne F_0(2) \Rightarrow x_1 = 1,$

$\beta = 2 - (a_1 = 2) = 0.$

Ответ: $x^* = (1,0,0,1)^T$.

Числовой пример: обратный ход

Решим задачу

$$
\begin{aligned}
10x_1 + 7x_2 + 25x_3 + 24x_4 &\to \max,\\
2x_1 + 1x_2 + \ \ 6x_3 + \ \ 5x_4 &\le 7,\\
x_1, x_2, x_3, x_4 &\in \{0,1\}.
\end{aligned}
$$

β	F_0	F_1	F_2	F_3	F_4
0	0	0	0	0	0
1	$-\infty$	$-\infty$	7	7	7
2	$-\infty$	10	10	10	10
3	$-\infty$	$-\infty$	17	17	17
4	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$
5	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	24
6	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	25	31
7	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	32	34

$\max_{\bar\beta} F_4(\bar\beta) = 34$ в строке $\beta = 7$.

$F_4(7) \ne F_3(7) \ \Rightarrow\ x_4 = 1,$

$\beta = 7 - (a_4 = 5) = 2.$

$F_3(2) = F_2(2) \ \Rightarrow\ x_3 = 0.$

$F_2(2) = F_1(2) \ \Rightarrow\ x_2 = 0.$

$F_1(2) \ne F_0(2) \ \Rightarrow\ x_1 = 1,$

$\beta = 2 - (a_1 = 2) = 0.$

Ответ: $x^* = (1,0,0,1)^T.$

Числовой пример: обратный ход

Решим задачу

$$\begin{aligned} 10x_1 + 7x_2 + 25x_3 + 24x_4 &\to \max, \\ 2x_1 + 1x_2 + \ 6x_3 + \ {\color{red}5}x_4 &\le 7, \\ x_1, x_2, x_3, x_4 &\in \{0, 1\}. \end{aligned}$$

β	F_0	F_1	F_2	F_3	F_4
0	0	0	0	0	0
1	$-\infty$	$-\infty$	7	7	7
2	$-\infty$	10	10	10	10
3	$-\infty$	$-\infty$	17	17	17
4	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$
5	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	24
6	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	25	31
7	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	32	34

$\max_{\bar\beta} F_4(\bar\beta) = 34$ в строке $\beta = 7$.

$F_4(7) \ne F_3(7) \ \Rightarrow\ x_4 = 1,$

${\color{red}\beta = 7 - (a_4 = 5) = 2.}$

$F_3(2) = F_2(2) \ \Rightarrow\ x_3 = 0.$

$F_2(2) = F_1(2) \ \Rightarrow\ x_2 = 0.$

$F_1(2) \ne F_0(2) \ \Rightarrow\ x_1 = 1,$

$\beta = 2 - (a_1 = 2) = 0.$

Ответ: $x^* = (1, 0, 0, 1)^T$.

Числовой пример: обратный ход

Решим задачу

$$\begin{aligned} 10x_1 + 7x_2 + 25x_3 + 24x_4 &\to \max, \\ 2x_1 + 1x_2 + \ \ 6x_3 + \ \ 5x_4 &\le 7, \\ x_1, x_2, x_3, x_4 &\in \{0, 1\}. \end{aligned}$$

β	F_0	F_1	F_2	F_3	F_4
0	0	0	0	0	0
1	$-\infty$	$-\infty$	7	7	7
2	$-\infty$	10	10	10	10
3	$-\infty$	$-\infty$	17	17	17
4	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$
5	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	24
6	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	25	31
7	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	32	34

$\max_{\bar\beta} F_4(\bar\beta) = 34$ в строке $\beta = 7$.

$F_4(7) \neq F_3(7) \ \Rightarrow\ x_4 = 1,$
$\beta = 7 - (a_4 = 5) = 2.$

$F_3(2) = F_2(2) \ \Rightarrow\ x_3 = 0.$

$F_2(2) = F_1(2) \ \Rightarrow\ x_2 = 0.$

$F_1(2) \neq F_0(2) \ \Rightarrow\ x_1 = 1,$
$\beta = 2 - (a_1 = 2) = 0.$

Ответ: $x^* = (1, 0, 0, 1)^T$.

Числовой пример: обратный ход

Решим задачу

$$
\begin{aligned}
10x_1 + 7x_2 + 25x_3 + 24x_4 &\to \max,\\
2x_1 + 1x_2 + \;\; 6x_3 + \;\; 5x_4 &\le 7,\\
x_1, x_2, x_3, x_4 &\in \{0,1\}.
\end{aligned}
$$

β	F_0	F_1	F_2	F_3	F_4
0	0	0	0	0	0
1	$-\infty$	$-\infty$	7	7	7
2	$-\infty$	10	10	10	10
3	$-\infty$	$-\infty$	17	17	17
4	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$
5	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	24
6	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	25	31
7	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	32	34

$\max_{\bar\beta} F_4(\bar\beta) = 34$ в строке $\beta = 7$.

$F_4(7) \ne F_3(7) \;\Rightarrow\; x_4 = 1,\quad \beta = 7 - (a_4 = 5) = 2.$

$F_3(2) = F_2(2) \;\Rightarrow\; x_3 = 0.$

$F_2(2) = F_1(2) \;\Rightarrow\; x_2 = 0.$

$F_1(2) \ne F_0(2) \;\Rightarrow\; x_1 = 1,\quad \beta = 2 - (a_1 = 2) = 0.$

Ответ: $x^* = (1,0,0,1)^T$.

Числовой пример: обратный ход

Решим задачу

$$
\begin{aligned}
10x_1 + 7x_2 + 25x_3 + 24x_4 &\to \max,\\
2x_1 + 1x_2 + \;\;6x_3 + \;\;5x_4 &\le 7,\\
x_1, x_2, x_3, x_4 &\in \{0,1\}.
\end{aligned}
$$

β	F_0	F_1	F_2	F_3	F_4
0	0	0	0	0	0
1	$-\infty$	$-\infty$	7	7	7
2	$-\infty$	10	10	10	10
3	$-\infty$	$-\infty$	17	17	17
4	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$
5	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	24
6	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	25	31
7	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	32	34

$\max_{\bar\beta} F_4(\bar\beta) = 34$ в строке $\beta = 7$.

$F_4(7) \ne F_3(7) \;\Rightarrow\; x_4 = 1,$

$\beta = 7 - (a_4 = 5) = 2.$

$F_3(2) = F_2(2) \;\Rightarrow\; x_3 = 0.$

$F_2(2) = F_1(2) \;\Rightarrow\; x_2 = 0.$

$F_1(2) \ne F_0(2) \;\Rightarrow\; x_1 = 1,$

$\beta = 2 - (a_1 = 2) = 0.$

Ответ: $x^* = (1,0,0,1)^T$.

Числовой пример: обратный ход

Решим задачу

$$\begin{aligned} 10x_1 + 7x_2 + 25x_3 + 24x_4 &\to \max,\\ 2x_1 + 1x_2 + \ \ 6x_3 + \ \ 5x_4 &\le 7,\\ x_1, x_2, x_3, x_4 &\in \{0,1\}. \end{aligned}$$

β	F_0	F_1	F_2	F_3	F_4
0	0	0	0	0	0
1	$-\infty$	$-\infty$	7	7	7
2	$-\infty$	10	10	10	10
3	$-\infty$	$-\infty$	17	17	17
4	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$
5	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	24
6	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	25	31
7	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	32	34

$\max_{\bar\beta} F_4(\bar\beta) = 34$ в строке

$\beta = 7.$

$F_4(7) \ne F_3(7) \ \Rightarrow\ x_4 = 1,$

$\beta = 7 - (a_4 = 5) = 2.$

$F_3(2) = F_2(2) \ \Rightarrow\ x_3 = 0.$

$F_2(2) = F_1(2) \ \Rightarrow\ x_2 = 0.$

$F_1(2) \ne F_0(2) \ \Rightarrow\ x_1 = 1,$

$\beta = 2 - (a_1 = 2) = 0.$

Ответ: $x^* = (1,0,0,1)^T.$

Числовой пример: обратный ход

Решим задачу

$$\begin{aligned} 10x_1 + 7x_2 + 25x_3 + 24x_4 &\to \max, \\ 2x_1 + 1x_2 + \ \ 6x_3 + \ \ 5x_4 &\le 7, \\ x_1, x_2, x_3, x_4 &\in \{0, 1\}. \end{aligned}$$

β	F_0	F_1	F_2	F_3	F_4
0	0	0	0	0	0
1	$-\infty$	$-\infty$	7	7	7
2	$-\infty$	10	10	10	10
3	$-\infty$	$-\infty$	17	17	17
4	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$
5	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	24
6	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	25	31
7	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$	32	34

$\max_{\bar\beta} F_4(\bar\beta) = 34$ в строке
$\beta = 7$.
$F_4(7) \ne F_3(7) \ \Rightarrow \ x_4 = 1,$
$\beta = 7 - (a_4 = 5) = 2.$
$F_3(2) = F_2(2) \ \Rightarrow \ x_3 = 0.$
$F_2(2) = F_1(2) \ \Rightarrow \ x_2 = 0.$
$F_1(2) \ne F_0(2) \ \Rightarrow \ x_1 = 1,$
$\beta = 2 - (a_1 = 2) = 0.$
Ответ: $x^* = (1, 0, 0, 1)^T$.

Постановка задачи

- Плановый горизонт состоит из T периодов.
- Для каждого периода $t = 1, \dots, T$ заданы:
  - d_t — потребность в некотором продукте;
  - u_t — емкость (в единицах продукта) производства;
  - f_t — фиксированная стоимость организации производства;
  - c_t — стоимость производства единицы продукта;
  - h_t — стоимость хранения единицы продукта;
  - S_t — емкость склада.
- Запасы продукта на складе перед началом планового горизонта равны s_0,
- а по завершению планового горизонта решено иметь в запасе s_T единиц продукта.
- Нужно определить,
  - сколько ед. продукта производить в каждом из периодов,
  - чтобы полностью удовлетворить спрос
  - и суммарные затраты на производство и хранение продукта были минимальны.

Постановка задачи

- Плановый горизонт состоит из T периодов.
- Для каждого периода $t = 1, \dots, T$ заданы:
  - d_t — потребность в некотором продукте;
  - u_t — емкость (в единицах продукта) производства;
  - f_t — фиксированная стоимость организации производства;
  - c_t — стоимость производства единицы продукта;
  - h_t — стоимость хранения единицы продукта;
  - S_t — емкость склада.
- Запасы продукта на складе перед началом планового горизонта равны s_0,
- а по завершению планового горизонта решено иметь в запасе s_T единиц продукта.
- Нужно определить,
  - сколько ед. продукта производить в каждом из периодов,
  - чтобы полностью удовлетворить спрос
  - и суммарные затраты на производство и хранение продукта были минимальны.

Постановка задачи

- Плановый горизонт состоит из T периодов.
- Для каждого периода $t = 1, \dots, T$ заданы:
  - d_t — потребность в некотором продукте;
  - u_t — емкость (в единицах продукта) производства;
  - f_t — фиксированная стоимость организации производства;
  - c_t — стоимость производства единицы продукта;
  - h_t — стоимость хранения единицы продукта;
  - S_t — емкость склада.
- Запасы продукта на складе перед началом планового горизонта равны s_0,
- а по завершению планового горизонта решено иметь в запасе s_T единиц продукта.
- Нужно определить,
  - сколько ед. продукта производить в каждом из периодов,
  - чтобы полностью удовлетворить спрос
  - и суммарные затраты на производство и хранение продукта были минимальны.

Постановка задачи

- Плановый горизонт состоит из T периодов.
- Для каждого периода $t = 1, \dots, T$ заданы:
  - d_t — потребность в некотором продукте;
  - u_t — емкость (в единицах продукта) производства;
  - f_t — фиксированная стоимость организации производства;
  - c_t — стоимость производства единицы продукта;
  - h_t — стоимость хранения единицы продукта;
  - S_t — емкость склада.
- Запасы продукта на складе перед началом планового горизонта равны s_0,
- а по завершению планового горизонта решено иметь в запасе s_T единиц продукта.
- Нужно определить,
  - сколько ед. продукта производить в каждом из периодов,
  - чтобы полностью удовлетворить спрос
  - и суммарные затраты на производство и хранение продукта были минимальны.

Постановка задачи

- Плановый горизонт состоит из T периодов.
- Для каждого периода $t = 1, \ldots, T$ заданы:
  - d_t — потребность в некотором продукте;
  - u_t — емкость (в единицах продукта) производства;
  - f_t — фиксированная стоимость организации производства;
  - c_t — стоимость производства единицы продукта;
  - h_t — стоимость хранения единицы продукта;
  - S_t — емкость склада.
- Запасы продукта на складе перед началом планового горизонта равны s_0,
- а по завершению планового горизонта решено иметь в запасе s_T единиц продукта.
- Нужно определить,
  - сколько ед. продукта производить в каждом из периодов,
  - чтобы полностью удовлетворить спрос
  - и суммарные затраты на производство и хранение продукта были минимальны.

Постановка задачи

- Плановый горизонт состоит из T периодов.
- Для каждого периода $t = 1, \dots, T$ заданы:
  - d_t — потребность в некотором продукте;
  - u_t — емкость (в единицах продукта) производства;
  - f_t — фиксированная стоимость организации производства;
  - c_t — стоимость производства единицы продукта;
  - h_t — стоимость хранения единицы продукта;
  - S_t — емкость склада.
- Запасы продукта на складе перед началом планового горизонта равны s_0,
- а по завершению планового горизонта решено иметь в запасе s_T единиц продукта.
- Нужно определить,
  - сколько ед. продукта производить в каждом из периодов,
  - чтобы полностью удовлетворить спрос
  - и суммарные затраты на производство и хранение продукта были минимальны.

Постановка задачи

- Плановый горизонт состоит из T периодов.
- Для каждого периода $t = 1, \ldots, T$ заданы:
  - d_t — потребность в некотором продукте;
  - u_t — емкость (в единицах продукта) производства;
  - f_t — фиксированная стоимость организации производства;
  - c_t — стоимость производства единицы продукта;
  - h_t — стоимость хранения единицы продукта;
  - S_t — емкость склада.
- Запасы продукта на складе перед началом планового горизонта равны s_0,
- а по завершению планового горизонта решено иметь в запасе s_T единиц продукта.
- Нужно определить,
  - сколько ед. продукта производить в каждом из периодов,
  - чтобы полностью удовлетворить спрос
  - и суммарные затраты на производство и хранение продукта были минимальны.

Постановка задачи

- Плановый горизонт состоит из T периодов.
- Для каждого периода $t = 1, \dots, T$ заданы:
  - d_t — потребность в некотором продукте;
  - u_t — емкость (в единицах продукта) производства;
  - f_t — фиксированная стоимость организации производства;
  - c_t — стоимость производства единицы продукта;
  - h_t — стоимость хранения единицы продукта;
  - S_t — емкость склада.
- Запасы продукта на складе перед началом планового горизонта равны s_0,
- а по завершению планового горизонта решено иметь в запасе s_T единиц продукта.
- Нужно определить,
  - сколько ед. продукта производить в каждом из периодов,
  - чтобы полностью удовлетворить спрос
  - и суммарные затраты на производство и хранение продукта были минимальны.

Постановка задачи

- Плановый горизонт состоит из T периодов.
- Для каждого периода $t = 1, \dots, T$ заданы:
  - d_t — потребность в некотором продукте;
  - u_t — емкость (в единицах продукта) производства;
  - f_t — фиксированная стоимость организации производства;
  - c_t — стоимость производства единицы продукта;
  - h_t — стоимость хранения единицы продукта;
  - S_t — емкость склада.
- Запасы продукта на складе перед началом планового горизонта равны s_0,
- а по завершению планового горизонта решено иметь в запасе s_T единиц продукта.
- Нужно определить,
  - сколько ед. продукта производить в каждом из периодов,
  - чтобы полностью удовлетворить спрос
  - и суммарные затраты на производство и хранение продукта были минимальны.

Постановка задачи

- Плановый горизонт состоит из T периодов.
- Для каждого периода $t = 1, \dots, T$ заданы:
  - d_t — потребность в некотором продукте;
  - u_t — емкость (в единицах продукта) производства;
  - f_t — фиксированная стоимость организации производства;
  - c_t — стоимость производства единицы продукта;
  - h_t — стоимость хранения единицы продукта;
  - S_t — емкость склада.
- Запасы продукта на складе перед началом планового горизонта равны s_0,
- а по завершению планового горизонта решено иметь в запасе s_T единиц продукта.
- Нужно определить,
  - сколько ед. продукта производить в каждом из периодов,
  - чтобы полностью удовлетворить спрос
  - и суммарные затраты на производство и хранение продукта были минимальны.

Постановка задачи

- Плановый горизонт состоит из T периодов.
- Для каждого периода $t = 1, \dots, T$ заданы:
  - d_t — потребность в некотором продукте;
  - u_t — емкость (в единицах продукта) производства;
  - f_t — фиксированная стоимость организации производства;
  - c_t — стоимость производства единицы продукта;
  - h_t — стоимость хранения единицы продукта;
  - S_t — емкость склада.
- Запасы продукта на складе перед началом планового горизонта равны s_0,
- а по завершению планового горизонта решено иметь в запасе s_T единиц продукта.
- Нужно определить,
  - сколько ед. продукта производить в каждом из периодов,
  - чтобы полностью удовлетворить спрос
  - и суммарные затраты на производство и хранение продукта были минимальны.

Постановка задачи

- Плановый горизонт состоит из T периодов.
- Для каждого периода $t = 1, \ldots, T$ заданы:
  - d_t — потребность в некотором продукте;
  - u_t — емкость (в единицах продукта) производства;
  - f_t — фиксированная стоимость организации производства;
  - c_t — стоимость производства единицы продукта;
  - h_t — стоимость хранения единицы продукта;
  - S_t — емкость склада.
- Запасы продукта на складе перед началом планового горизонта равны s_0,
- а по завершению планового горизонта решено иметь в запасе s_T единиц продукта.
- Нужно определить,
  - сколько ед. продукта производить в каждом из периодов,
  - чтобы полностью удовлетворить спрос
  - и суммарные затраты на производство и хранение продукта были минимальны.

Постановка задачи

- Плановый горизонт состоит из T периодов.
- Для каждого периода $t = 1, \dots, T$ заданы:
  - d_t — потребность в некотором продукте;
  - u_t — емкость (в единицах продукта) производства;
  - f_t — фиксированная стоимость организации производства;
  - c_t — стоимость производства единицы продукта;
  - h_t — стоимость хранения единицы продукта;
  - S_t — емкость склада.
- Запасы продукта на складе перед началом планового горизонта равны s_0,
- а по завершению планового горизонта решено иметь в запасе s_T единиц продукта.
- Нужно определить,
  - сколько ед. продукта производить в каждом из периодов,
  - чтобы полностью удовлетворить спрос
  - и суммарные затраты на производство и хранение продукта были минимальны.

Постановка задачи

- Плановый горизонт состоит из T периодов.
- Для каждого периода $t = 1, \dots, T$ заданы:
  - d_t — потребность в некотором продукте;
  - u_t — емкость (в единицах продукта) производства;
  - f_t — фиксированная стоимость организации производства;
  - c_t — стоимость производства единицы продукта;
  - h_t — стоимость хранения единицы продукта;
  - S_t — емкость склада.
- Запасы продукта на складе перед началом планового горизонта равны s_0,
- а по завершению планового горизонта решено иметь в запасе s_T единиц продукта.
- Нужно определить,
  - сколько ед. продукта производить в каждом из периодов,
  - чтобы полностью удовлетворить спрос
  - и суммарные затраты на производство и хранение продукта были минимальны.

План лекции

Сведение к задаче о кратчайшем пути

- Задача о размере партии с параметрами $(s_0, \{d_t, u_t, f_t, c_t, h_t, S_t\}_{t=1}^T, s_T)$ сводится к задаче
- поиска кратчайшего пути в орграфе $G = (V, E)$, где
- $V = \{[s,t] : s = 0, \dots, S_t;\ t = 0, 1, \dots, T\}$,
- $E = \{([\bar{s}, t-1], [s,t]) \in V \times V : 0 \le d_t + s - \bar{s} \le u_t,\ t = 1, \dots, T\}$,
- а стоимость дуги $([\bar{s}, t-1], [s,t]) \in E$ равна
$$c([\bar{s}, t-1], [s,t]) \stackrel{\text{def}}{=} \begin{cases} f_t + c_t(d_t + s - \bar{s}) + h_t s, & d_t + s > \bar{s}, \\ 0, & d_t + s = \bar{s}. \end{cases}$$
- Пути $P = ((s_0, 0), (s_1, 1), \dots, (s_T, T))$ в графе G из $(s_0, 0)$ в (s_T, T) соответствует произв. план x^P, компоненты которого определяются по правилу:
$$x_t^P = d_t + s_t - s_{t-1}, \quad t = 1, \dots, T.$$
- Причем, стоимость этого плана равна стоимости пути P.

Сведение к задаче о кратчайшем пути

- Задача о размере партии с параметрами $(s_0, \{d_t, u_t, f_t, c_t, h_t, S_t\}_{t=1}^T, s_T)$ сводится к задаче
- поиска кратчайшего пути в орграфе $G = (V, E)$, где
- $V = \{[s, t] : s = 0, \dots, S_t;\ t = 0, 1, \dots, T\}$,
- $E = \{([\bar{s}, t-1], [s, t]) \in V \times V : 0 \le d_t + s - \bar{s} \le u_t,\ t = 1, \dots, T\}$,
- а стоимость дуги $([\bar{s}, t-1], [s, t]) \in E$ равна

$$c([\bar{s}, t-1], [s, t]) \stackrel{\text{def}}{=} \begin{cases} f_t + c_t(d_t + s - \bar{s}) + h_t s, & d_t + s > \bar{s}, \\ 0, & d_t + s = \bar{s}. \end{cases}$$

- Пути $P = ((s_0, 0), (s_1, 1), \dots, (s_T, T))$ в графе G из $(s_0, 0)$ в (s_T, T) соответствует произв. план x^P, компоненты которого определяются по правилу:

$$x_t^P = d_t + s_t - s_{t-1}, \quad t = 1, \dots, T.$$

- Причем, стоимость этого плана равна стоимости пути P.

Сведение к задаче о кратчайшем пути

- Задача о размере партии с параметрами $(s_0, \{d_t, u_t, f_t, c_t, h_t, S_t\}_{t=1}^T, s_T)$ сводится к задаче
- поиска кратчайшего пути в орграфе $G = (V, E)$, где
- $V = \{[s,t] : s = 0, \dots, S_t;\ t = 0, 1, \dots, T\}$,
- $E = \{([\bar{s}, t-1], [s,t]) \in V \times V : 0 \le d_t + s - \bar{s} \le u_t,\ t = 1, \dots, T\}$,
- а стоимость дуги $([\bar{s}, t-1], [s,t]) \in E$ равна

$$c([\bar{s}, t-1], [s,t]) \stackrel{\text{def}}{=} \begin{cases} f_t + c_t(d_t + s - \bar{s}) + h_t s, & d_t + s > \bar{s}, \\ 0, & d_t + s = \bar{s}. \end{cases}$$

- Пути $P = ((s_0, 0), (s_1, 1), \dots, (s_T, T))$ в графе G из $(s_0, 0)$ в (s_T, T) соответствует произв. план x^P, компоненты которого определяются по правилу:

$$x_t^P = d_t + s_t - s_{t-1}, \quad t = 1, \dots, T.$$

- Причем, стоимость этого плана равна стоимости пути P.

Сведение к задаче о кратчайшем пути

- Задача о размере партии с параметрами $(s_0, \{d_t, u_t, f_t, c_t, h_t, S_t\}_{t=1}^T, s_T)$ сводится к задаче
- поиска кратчайшего пути в орграфе $G = (V, E)$, где
- $V = \{[s,t] : s = 0, \dots, S_t;\ t = 0, 1, \dots, T\}$,
- $E = \{([\bar{s}, t-1], [s,t]) \in V \times V : 0 \le d_t + s - \bar{s} \le u_t,\ t = 1, \dots, T\}$,
- а стоимость дуги $([\bar{s}, t-1], [s,t]) \in E$ равна
$$c([\bar{s}, t-1], [s,t]) \stackrel{\text{def}}{=} \begin{cases} f_t + c_t(d_t + s - \bar{s}) + h_t s, & d_t + s > \bar{s}, \\ 0, & d_t + s = \bar{s}. \end{cases}$$
- Пути $P = ((s_0, 0), (s_1, 1), \dots, (s_T, T))$ в графе G из $(s_0, 0)$ в (s_T, T) соответствует произв. план x^P, компоненты которого определяются по правилу:
$$x_t^P = d_t + s_t - s_{t-1}, \quad t = 1, \dots, T.$$
- Причем, стоимость этого плана равна стоимости пути P.

Сведение к задаче о кратчайшем пути

- Задача о размере партии с параметрами $(s_0, \{d_t, u_t, f_t, c_t, h_t, S_t\}_{t=1}^T, s_T)$ сводится к задаче
- поиска кратчайшего пути в орграфе $G = (V, E)$, где
- $V = \{[s, t] : s = 0, \ldots, S_t;\ t = 0, 1, \ldots, T\}$,
- $E = \{([\bar{s}, t-1], [s, t]) \in V \times V : 0 \le d_t + s - \bar{s} \le u_t,\ t = 1, \ldots, T\}$,
- а стоимость дуги $([\bar{s}, t-1], [s, t]) \in E$ равна

$$c([\bar{s}, t-1], [s, t]) \stackrel{\text{def}}{=} \begin{cases} f_t + c_t(d_t + s - \bar{s}) + h_t s, & d_t + s > \bar{s}, \\ 0, & d_t + s = \bar{s}. \end{cases}$$

- Пути $P = ((s_0, 0), (s_1, 1), \ldots, (s_T, T))$ в графе G из $(s_0, 0)$ в (s_T, T) соответствует произв. план x^P, компоненты которого определяются по правилу:

$$x_t^P = d_t + s_t - s_{t-1}, \quad t = 1, \ldots, T.$$

- Причем, стоимость этого плана равна стоимости пути P.

Сведение к задаче о кратчайшем пути

- Задача о размере партии с параметрами $(s_0, \{d_t, u_t, f_t, c_t, h_t, S_t\}_{t=1}^{T}, s_T)$ сводится к задаче
- поиска кратчайшего пути в орграфе $G = (V, E)$, где
- $V = \{[s, t] : s = 0, \dots, S_t;\ t = 0, 1, \dots, T\}$,
- $E = \{([\bar{s}, t-1], [s, t]) \in V \times V : 0 \le d_t + s - \bar{s} \le u_t,\ t = 1, \dots, T\}$,
- а стоимость дуги $([\bar{s}, t-1], [s, t]) \in E$ равна

$$c([\bar{s}, t-1], [s, t]) \stackrel{\text{def}}{=} \begin{cases} f_t + c_t(d_t + s - \bar{s}) + h_t s, & d_t + s > \bar{s}, \\ 0, & d_t + s = \bar{s}. \end{cases}$$

- Пути $P = ((s_0, 0), (s_1, 1), \dots, (s_T, T))$ в графе G из $(s_0, 0)$ в (s_T, T) соответствует произв. план x^P, компоненты которого определяются по правилу:

$$x_t^P = d_t + s_t - s_{t-1}, \quad t = 1, \dots, T.$$

- Причем, стоимость этого плана равна стоимости пути P.

Сведение к задаче о кратчайшем пути

- Задача о размере партии с параметрами $(s_0, \{d_t, u_t, f_t, c_t, h_t, S_t\}_{t=1}^{T}, s_T)$ сводится к задаче
- поиска кратчайшего пути в орграфе $G = (V, E)$, где
- $V = \{[s, t] : s = 0, \ldots, S_t;\ t = 0, 1, \ldots, T\}$,
- $E = \{([\bar{s}, t-1], [s, t]) \in V \times V : 0 \le d_t + s - \bar{s} \le u_t,\ t = 1, \ldots, T\}$,
- а стоимость дуги $([\bar{s}, t-1], [s, t]) \in E$ равна
$$c([\bar{s}, t-1], [s, t]) \stackrel{\text{def}}{=} \begin{cases} f_t + c_t(d_t + s - \bar{s}) + h_t s, & d_t + s > \bar{s}, \\ 0, & d_t + s = \bar{s}. \end{cases}$$
- Пути $P = ((s_0, 0), (s_1, 1), \ldots, (s_T, T))$ в графе G из $(s_0, 0)$ в (s_T, T) соответствует произв. план x^P, компоненты которого определяются по правилу:
$$x_t^P = d_t + s_t - s_{t-1}, \quad t = 1, \ldots, T.$$
- Причем, стоимость этого плана равна стоимости пути P.

Сведение к задаче о кратчайшем пути

- Задача о размере партии с параметрами $(s_0, \{d_t, u_t, f_t, c_t, h_t, S_t\}_{t=1}^T, s_T)$ сводится к задаче
- поиска кратчайшего пути в орграфе $G = (V, E)$, где
- $V = \{[s, t] : s = 0, \dots, S_t;\ t = 0, 1, \dots, T\}$,
- $E = \{([\bar{s}, t-1], [s, t]) \in V \times V : 0 \le d_t + s - \bar{s} \le u_t,\ t = 1, \dots, T\}$,
- а стоимость дуги $([\bar{s}, t-1], [s, t]) \in E$ равна

$$c([\bar{s}, t-1], [s, t]) \stackrel{\text{def}}{=} \begin{cases} f_t + c_t(d_t + s - \bar{s}) + h_t s, & d_t + s > \bar{s}, \\ 0, & d_t + s = \bar{s}. \end{cases}$$

- Следовательно, кратчайшему пути P^* в графе G из $(s_0, 0)$ в (s_T, T) соответствует оптимальный план производства $x^* = x^{P^*}$, когда начальный запас продукта равен s_0, а конечный (после завершения планового горизонта) равен s_T.

Рекуррентная формула

- Для $t = 0, 1, \ldots, T$ пусть $H_t(s)$ обозначает стоимость кратчайшего пути в графе G из вершины $[s_0, 0]$ в вершину $[s, t]$.
- Для $t > 0$ величина $H_t(s)$ есть стоимость оптимального плана для задачи о размере партии с параметрами $(s_0, \{d_\tau, u_\tau, f_\tau, c_\tau, h_\tau, S_\tau\}_{\tau=1}^{t}, s)$, в которой
  - плановый горизонт включает только t первых периода,
  - начальный запас продукта равен s_0,
  - а конечный — s.

Рекуррентная формула

- Для $t = 0, 1, \ldots, T$ пусть $H_t(s)$ обозначает стоимость кратчайшего пути в графе G из вершины $[s_0, 0]$ в вершину $[s, t]$.
- Для $t > 0$ величина $H_t(s)$ есть стоимость оптимального плана для задачи о размере партии с параметрами $(s_0, \{d_\tau, u_\tau, f_\tau, c_\tau, h_\tau, S_\tau\}_{\tau=1}^{t}, s)$, в которой
  - плановый горизонт включает только t первых периода,
  - начальный запас продукта равен s_0,
  - а конечный — s.

Рекуррентная формула

- Для $t = 0, 1, \dots, T$ пусть $H_t(s)$ обозначает стоимость кратчайшего пути в графе G из вершины $[s_0, 0]$ в вершину $[s, t]$.
- Для $t > 0$ величина $H_t(s)$ есть стоимость оптимального плана для задачи о размере партии с параметрами $(s_0, \{d_\tau, u_\tau, f_\tau, c_\tau, h_\tau, S_\tau\}_{\tau=1}^{t}, s)$, в которой
  - плановый горизонт включает только t первых периода,
  - начальный запас продукта равен s_0,
  - а конечный — s.

Рекуррентная формула

- Для $t = 0, 1, \ldots, T$ пусть $H_t(s)$ обозначает стоимость кратчайшего пути в графе G из вершины $[s_0, 0]$ в вершину $[s, t]$.
- Для $t > 0$ величина $H_t(s)$ есть стоимость оптимального плана для задачи о размере партии с параметрами $(s_0, \{d_\tau, u_\tau, f_\tau, c_\tau, h_\tau, S_\tau\}_{\tau=1}^{t}, s)$, в которой
  - плановый горизонт включает только t первых периода,
  - начальный запас продукта равен s_0,
  - а конечный — s.

Рекуррентная формула

- Для $t = 0, 1, \dots, T$ пусть $H_t(s)$ обозначает стоимость кратчайшего пути в графе G из вершины $[s_0, 0]$ в вершину $[s, t]$.
- Для $t > 0$ величина $H_t(s)$ есть стоимость оптимального плана для задачи о размере партии с параметрами $(s_0, \{d_\tau, u_\tau, f_\tau, c_\tau, h_\tau, S_\tau\}_{\tau=1}^{t}, s)$, в которой
  - плановый горизонт включает только t первых периода,
  - начальный запас продукта равен s_0,
  - а конечный — s.

Рекуррентная формула

- Для $t = 0, 1, \dots, T$ пусть $H_t(s)$ обозначает стоимость кратчайшего пути в графе G из вершины $[s_0, 0]$ в вершину $[s, t]$.
- Для $t > 0$ величина $H_t(s)$ есть стоимость оптимального плана для задачи о размере партии с параметрами $(s_0, \{d_\tau, u_\tau, f_\tau, c_\tau, h_\tau, S_\tau\}_{\tau=1}^{t}, s)$, в которой
  - плановый горизонт включает только t первых периода,
  - начальный запас продукта равен s_0,
  - а конечный — s.

Рекуррентная формула

- Для $t = 0, 1, \ldots, T$ пусть $H_t(s)$ обозначает стоимость кратчайшего пути в графе G из вершины $[s_0, 0]$ в вершину $[s, t]$.
- Для $t > 0$ величина $H_t(s)$ есть стоимость оптимального плана для задачи о размере партии с параметрами $(s_0, \{d_\tau, u_\tau, f_\tau, c_\tau, h_\tau, S_\tau\}_{\tau=1}^{t}, s)$, в которой
  - плановый горизонт включает только t первых периода,
  - начальный запас продукта равен s_0,
  - а конечный — s.

Рекуррентная формула

- Для $t = 0, 1, \ldots, T$ пусть $H_t(s)$ обозначает стоимость кратчайшего пути в графе G из вершины $[s_0, 0]$ в вершину $[s, t]$.
- Используя формулу для вычисления длин кратчайших путей в ациклическом графе, получаем следующее рекуррентное соотношение:

$$H_0(s_0) = 0, \quad H_0(s) = \infty \ \text{ для } \ s \in S_0 \setminus \{s_0\},$$

$$H_t(s) = \min_{\substack{0 \le \bar{s} \le S_{t-1}, \\ 0 \le d_t + s - \bar{s} \le u_t}} \{H_{t-1}(\bar{s}) + f_t \cdot \operatorname{sign}(d_t + s - \bar{s}) + c_t(d_t + s - \bar{s}) + h_t s\},$$

$$s \in S_t, \ t = 1, \ldots, T.$$

Рекуррентная формула

- Для $t = 0, 1, \ldots, T$ пусть $H_t(s)$ обозначает стоимость кратчайшего пути в графе G из вершины $[s_0, 0]$ в вершину $[s, t]$.
- Используя формулу для вычисления длин кратчайших путей в ациклическом графе, получаем следующее рекуррентное соотношение:

$$H_0(s_0) = 0, \quad H_0(s) = \infty \text{ для } s \in S_0 \setminus \{s_0\},$$

$$H_t(s) = \min_{\substack{0 \le \bar{s} \le S_{t-1}, \\ 0 \le d_t + s - \bar{s} \le u_t}} \{H_{t-1}(\bar{s}) + f_t \cdot \operatorname{sign}(d_t + s - \bar{s}) + c_t(d_t + s - \bar{s}) + h_t s\},$$
$$s \in S_t, \; t = 1, \ldots, T.$$

Рекуррентная формула

- Для $t = 0, 1, \dots, T$ пусть $H_t(s)$ обозначает стоимость кратчайшего пути в графе G из вершины $[s_0, 0]$ в вершину $[s, t]$.
- Используя формулу для вычисления длин кратчайших путей в ациклическом графе, получаем следующее рекуррентное соотношение:

$$H_0(s_0) = 0, \quad H_0(s) = \infty \text{ для } s \in S_0 \setminus \{s_0\},$$

$$H_t(s) = \min_{\substack{0 \le \bar{s} \le S_{t-1}, \\ 0 \le d_t + s - \bar{s} \le u_t}} \{H_{t-1}(\bar{s}) + f_t \cdot \operatorname{sign}(d_t + s - \bar{s}) + c_t(d_t + s - \bar{s}) + h_t s\},$$

$$s \in S_t, \ t = 1, \dots, T.$$

Числовой пример: прямой ход

t	d	u	f	c	h	S_t
1	3	7	6	1	1/4	3
2	3	7	6	1	1/4	3
3	3	6	8	1	1/4	3
4	5	3	10	1	1/4	3
5	4	5	8	1	1/4	3

- $s_0 = s_5 = 1$.
- Инициализация.
- Заполняем табл. по рекур. формуле.

$s \setminus t$	0	1	$\bar{s}$	2	$\bar{s}$	3	$\bar{s}$	4	$\bar{s}$	5	$\bar{s}$
0	∞	8	1	$11\frac{3}{4}$	3	$20\frac{3}{4}$	3	$38\frac{1}{4}$	2	$50\frac{1}{4}$	0
1	0	$9\frac{1}{4}$	1	$18\frac{1}{4}$	0	24	0	$39\frac{3}{4}$	3	$51\frac{1}{2}$	0
2	∞	$10\frac{1}{2}$	1	$19\frac{1}{2}$	0	$25\frac{1}{4}$	0	∞	—	$53\frac{1}{4}$	1
3	∞	$11\frac{3}{4}$	1	$20\frac{3}{4}$	0	$26\frac{1}{2}$	0	∞	—	∞	—

Числовой пример: прямой ход

t	d	u	f	c	h	S_t
1	3	7	6	1	1/4	3
2	3	7	6	1	1/4	3
3	3	6	8	1	1/4	3
4	5	3	10	1	1/4	3
5	4	5	8	1	1/4	3

- $s_0 = s_5 = 1$.
- Инициализация.
- Заполняем табл. по рекур. формуле.

$s \setminus t$	0	1	$\bar{s}$	2	$\bar{s}$	3	$\bar{s}$	4	$\bar{s}$	5	$\bar{s}$
0	∞	8	1	$11\frac{3}{4}$	3	$20\frac{3}{4}$	3	$38\frac{1}{4}$	2	$50\frac{1}{4}$	0
1	0	$9\frac{1}{4}$	1	$18\frac{1}{4}$	0	24	0	$39\frac{3}{4}$	3	$51\frac{1}{2}$	0
2	∞	$10\frac{1}{2}$	1	$19\frac{1}{2}$	0	$25\frac{1}{4}$	0	∞	–	$53\frac{1}{4}$	1
3	∞	$11\frac{3}{4}$	1	$20\frac{3}{4}$	0	$26\frac{1}{2}$	0	∞	–	∞	–

Числовой пример: прямой ход

t	d	u	f	c	h	S_t
1	3	7	6	1	1/4	3
2	3	7	6	1	1/4	3
3	3	6	8	1	1/4	3
4	5	3	10	1	1/4	3
5	4	5	8	1	1/4	3

- $s_0 = s_5 = 1$.
- Инициализация.
- Заполняем табл. по рекур. формуле.

$s \setminus t$	0	1	$\bar{s}$	2	$\bar{s}$	3	$\bar{s}$	4	$\bar{s}$	5	$\bar{s}$
0	∞	8	1	$11\frac{3}{4}$	3	$20\frac{3}{4}$	3	$38\frac{1}{4}$	2	$50\frac{1}{4}$	0
1	0	$9\frac{1}{4}$	1	$18\frac{1}{4}$	0	24	0	$39\frac{3}{4}$	3	$51\frac{1}{2}$	0
2	∞	$10\frac{1}{2}$	1	$19\frac{1}{2}$	0	$25\frac{1}{4}$	0	∞	–	$53\frac{1}{4}$	1
3	∞	$11\frac{3}{4}$	1	$20\frac{3}{4}$	0	$26\frac{1}{2}$	0	∞	–	∞	–

Числовой пример: прямой ход

t	d	u	f	c	h	S_t
1	3	7	6	1	1/4	3
2	3	7	6	1	1/4	3
3	3	6	8	1	1/4	3
4	5	3	10	1	1/4	3
5	4	5	8	1	1/4	3

- $s_0 = s_5 = 1$.
- Инициализация.
- Заполняем табл. по рекур. формуле.

$s \setminus t$	0	1	$\bar{s}$	2	$\bar{s}$	3	$\bar{s}$	4	$\bar{s}$	5	$\bar{s}$
0	∞	8	1	$11\frac{3}{4}$	3	$20\frac{3}{4}$	3	$38\frac{1}{4}$	2	$50\frac{1}{4}$	0
1	0	$9\frac{1}{4}$	1	$18\frac{1}{4}$	0	24	0	$39\frac{3}{4}$	3	$51\frac{1}{2}$	0
2	∞	$10\frac{1}{2}$	1	$19\frac{1}{2}$	0	$25\frac{1}{4}$	0	∞	—	$53\frac{1}{4}$	1
3	∞	$11\frac{3}{4}$	1	$20\frac{3}{4}$	0	$26\frac{1}{2}$	0	∞	—	∞	—

$$H_t(s) = \min_{\substack{0 \le \bar{s} \le S_{t-1}, \\ 0 \le d_t + s - \bar{s} \le u_t}} \{H_{t-1}(\bar{s}) + f_t \cdot \mathrm{sign}(d_t + s - \bar{s}) + c_t(d_t + s - \bar{s}) + h_t s\}$$

Числовой пример: прямой ход

t	d	u	f	c	h	S_t
1	3	7	6	1	1/4	3
2	3	7	6	1	1/4	3
3	3	6	8	1	1/4	3
4	5	3	10	1	1/4	3
5	4	5	8	1	1/4	3

- $s_0 = s_5 = 1$.
- Инициализация.
- Заполняем табл. по рекур. формуле.

$s \setminus t$	0	1	$\bar{s}$	2	$\bar{s}$	3	$\bar{s}$	4	$\bar{s}$	5	$\bar{s}$
0	∞	8	1	$11\frac{3}{4}$	3	$20\frac{3}{4}$	3	$38\frac{1}{4}$	2	$50\frac{1}{4}$	0
1	0	$9\frac{1}{4}$	1	$18\frac{1}{4}$	0	24	0	$39\frac{3}{4}$	3	$51\frac{1}{2}$	0
2	∞	$10\frac{1}{2}$	1	$19\frac{1}{2}$	0	$25\frac{1}{4}$	0	∞	–	$53\frac{1}{4}$	1
3	∞	$11\frac{3}{4}$	1	$20\frac{3}{4}$	0	$26\frac{1}{2}$	0	∞	–	∞	–

$$H_t(s) = \min_{\substack{0 \le \bar{s} \le S_{t-1}, \\ 0 \le d_t + s - \bar{s} \le u_t}} \{H_{t-1}(\bar{s}) + f_t \cdot \mathrm{sign}(d_t + s - \bar{s}) + c_t(d_t + s - \bar{s}) + h_t s\}$$

Числовой пример: прямой ход

t	d	u	f	c	h	S_t
1	3	7	6	1	1/4	3
2	3	7	6	1	1/4	3
3	3	6	8	1	1/4	3
4	5	3	10	1	1/4	3
5	4	5	8	1	1/4	3

- $s_0 = s_5 = 1$.
- Инициализация.
- Заполняем табл. по рекур. формуле.

$s \setminus t$	0	1	$\bar{s}$	2	$\bar{s}$	3	$\bar{s}$	4	$\bar{s}$	5	$\bar{s}$
0	∞	8	1	$11\frac{3}{4}$	3	$20\frac{3}{4}$	3	$38\frac{1}{4}$	2	$50\frac{1}{4}$	0
1	0	$9\frac{1}{4}$	1	$18\frac{1}{4}$	0	24	0	$39\frac{3}{4}$	3	$51\frac{1}{2}$	0
2	∞	$10\frac{1}{2}$	1	$19\frac{1}{2}$	0	$25\frac{1}{4}$	0	∞	–	$53\frac{1}{4}$	1
3	∞	$11\frac{3}{4}$	1	$20\frac{3}{4}$	0	$26\frac{1}{2}$	0	∞	–	∞	–

$$H_t(s) = \min_{\substack{0 \le \bar{s} \le S_{t-1}, \\ 0 \le d_t + s - \bar{s} \le u_t}} \{H_{t-1}(\bar{s}) + f_t \cdot \mathrm{sign}(d_t + s - \bar{s}) + c_t(d_t + s - \bar{s}) + h_t s\}$$

Числовой пример: прямой ход

t	d	u	f	c	h	S_t
1	3	7	6	1	1/4	3
2	3	7	6	1	1/4	3
3	3	6	8	1	1/4	3
4	5	3	10	1	1/4	3
5	4	5	8	1	1/4	3

- $s_0 = s_5 = 1$.
- Инициализация.
- Заполняем табл. по рекур. формуле.

$s \setminus t$	0	1	$\bar{s}$	2	$\bar{s}$	3	$\bar{s}$	4	$\bar{s}$	5	$\bar{s}$
0	∞	8	1	$11\frac{3}{4}$	3	$20\frac{3}{4}$	3	$38\frac{1}{4}$	2	$50\frac{1}{4}$	0
1	0	$9\frac{1}{4}$	1	$18\frac{1}{4}$	0	24	0	$39\frac{3}{4}$	3	$51\frac{1}{2}$	0
2	∞	$10\frac{1}{2}$	1	$19\frac{1}{2}$	0	$25\frac{1}{4}$	0	∞	–	$53\frac{1}{4}$	1
3	∞	$11\frac{3}{4}$	1	$20\frac{3}{4}$	0	$26\frac{1}{2}$	0	∞	–	∞	–

$$H_t(s) = \min_{\substack{0 \le \bar{s} \le S_{t-1}, \\ 0 \le d_t + s - \bar{s} \le u_t}} \{H_{t-1}(\bar{s}) + f_t \cdot \mathrm{sign}(d_t + s - \bar{s}) + c_t(d_t + s - \bar{s}) + h_t s\}$$

Числовой пример: прямой ход

t	d	u	f	c	h	S_t
1	3	7	6	1	1/4	3
2	3	7	6	1	1/4	3
3	3	6	8	1	1/4	3
4	5	3	10	1	1/4	3
5	4	5	8	1	1/4	3

- $s_0 = s_5 = 1$.
- Инициализация.
- Заполняем табл. по рекур. формуле.

$s \setminus t$	0	1	$\bar{s}$	2	$\bar{s}$	3	$\bar{s}$	4	$\bar{s}$	5	$\bar{s}$
0	∞	8	1	$11\frac{3}{4}$	3	$20\frac{3}{4}$	3	$38\frac{1}{4}$	2	$50\frac{1}{4}$	0
1	0	$9\frac{1}{4}$	1	$18\frac{1}{4}$	0	24	0	$39\frac{3}{4}$	3	$51\frac{1}{2}$	0
2	∞	$10\frac{1}{2}$	1	$19\frac{1}{2}$	0	$25\frac{1}{4}$	0	∞	—	$53\frac{1}{4}$	1
3	∞	$11\frac{3}{4}$	1	$20\frac{3}{4}$	0	$26\frac{1}{2}$	0	∞	—	∞	—

$$H_4(s) = \min_{\substack{0\le\bar{s}\le 3,\\ 0\le 5+s-\bar{s}\le 3}} \{H_3(\bar{s}) + 10\cdot \operatorname{sign}(5+s-\bar{s}) + 1\cdot(5+s-\bar{s}) + \frac{1}{4}s\}$$

Числовой пример: прямой ход

t	d	u	f	c	h	S_t
1	3	7	6	1	1/4	3
2	3	7	6	1	1/4	3
3	3	6	8	1	1/4	3
4	5	3	10	1	1/4	3
5	4	5	8	1	1/4	3

- $s_0 = s_5 = 1$.
- Инициализация.
- Заполняем табл. по рекур. формуле.

$s \setminus t$	0	1	$\bar{s}$	2	$\bar{s}$	3	$\bar{s}$	4	$\bar{s}$	5	$\bar{s}$
0	∞	8	1	$11\frac{3}{4}$	3	$20\frac{3}{4}$	3	$38\frac{1}{4}$	2	$50\frac{1}{4}$	0
1	0	$9\frac{1}{4}$	1	$18\frac{1}{4}$	0	24	0	$39\frac{3}{4}$	3	$51\frac{1}{2}$	0
2	∞	$10\frac{1}{2}$	1	$19\frac{1}{2}$	0	$25\frac{1}{4}$	0	∞	–	$53\frac{1}{4}$	1
3	∞	$11\frac{3}{4}$	1	$20\frac{3}{4}$	0	$26\frac{1}{2}$	0	∞	–	∞	–

$$H_4(0) = \min\{H_3(2) + 10 \cdot \mathrm{sign}(5+0-2) + (5+0-2) = 38\tfrac{1}{4},\; H_3(3) + 10 \cdot \mathrm{sign}(5+0-3) + (5+0-3) = 38\tfrac{1}{2}\} = 38\tfrac{1}{4}$$

Числовой пример: прямой ход

t	d	u	f	c	h	S_t
1	3	7	6	1	1/4	3
2	3	7	6	1	1/4	3
3	3	6	8	1	1/4	3
4	5	3	10	1	1/4	3
5	4	5	8	1	1/4	3

- $s_0 = s_5 = 1$.
- Инициализация.
- Заполняем табл. по рекур. формуле.

$s \setminus t$	0	1	$\bar{s}$	2	$\bar{s}$	3	$\bar{s}$	4	$\bar{s}$	5	$\bar{s}$
0	∞	8	1	$11\frac{3}{4}$	3	$20\frac{3}{4}$	3	$38\frac{1}{4}$	2	$50\frac{1}{4}$	0
1	0	$9\frac{1}{4}$	1	$18\frac{1}{4}$	0	24	0	$39\frac{3}{4}$	3	$51\frac{1}{2}$	0
2	∞	$10\frac{1}{2}$	1	$19\frac{1}{2}$	0	$25\frac{1}{4}$	0	∞	–	$53\frac{1}{4}$	1
3	∞	$11\frac{3}{4}$	1	$20\frac{3}{4}$	0	$26\frac{1}{2}$	0	∞	–	∞	–

$$H_4(0) = \min\{H_3(2) + 10 \cdot \mathrm{sign}(5+0-2) + (5+0-2) = 38\tfrac{1}{4},$$
$$H_3(3) + 10 \cdot \mathrm{sign}(5+0-3) + (5+0-3) = 38\tfrac{1}{2}\} = 38\tfrac{1}{4}$$

Числовой пример: прямой ход

t	d	u	f	c	h	S_t
1	3	7	6	1	1/4	3
2	3	7	6	1	1/4	3
3	3	6	8	1	1/4	3
4	5	3	10	1	1/4	3
5	4	5	8	1	1/4	3

- $s_0 = s_5 = 1$.
- Инициализация.
- Заполняем табл. по рекур. формуле.

$s \setminus t$	0	1	$\bar{s}$	2	$\bar{s}$	3	$\bar{s}$	4	$\bar{s}$	5	$\bar{s}$
0	∞	8	1	$11\frac{3}{4}$	3	$20\frac{3}{4}$	3	$38\frac{1}{4}$	2	$50\frac{1}{4}$	0
1	0	$9\frac{1}{4}$	1	$18\frac{1}{4}$	0	24	0	$39\frac{3}{4}$	3	$51\frac{1}{2}$	0
2	∞	$10\frac{1}{2}$	1	$19\frac{1}{2}$	0	$25\frac{1}{4}$	0	∞	–	$53\frac{1}{4}$	1
3	∞	$11\frac{3}{4}$	1	$20\frac{3}{4}$	0	$26\frac{1}{2}$	0	∞	–	∞	–

$$H_4(0) = \min\{H_3(2) + 10 \cdot \mathrm{sign}(5+0-2) + (5+0-2) = 38\tfrac{1}{4},$$
$$H_3(3) + 10 \cdot \mathrm{sign}(5+0-3) + (5+0-3) = 38\tfrac{1}{2}\} = 38\tfrac{1}{4}$$

Числовой пример: прямой ход

t	d	u	f	c	h	S_t
1	3	7	6	1	1/4	3
2	3	7	6	1	1/4	3
3	3	6	8	1	1/4	3
4	5	3	10	1	1/4	3
5	4	5	8	1	1/4	3

- $s_0 = s_5 = 1$.
- Инициализация.
- Заполняем табл. по рекур. формуле.

$s \setminus t$	0	1	$\bar{s}$	2	$\bar{s}$	3	$\bar{s}$	4	$\bar{s}$	5	$\bar{s}$
0	∞	8	1	$11\frac{3}{4}$	3	$20\frac{3}{4}$	3	$38\frac{1}{4}$	2	$50\frac{1}{4}$	0
1	0	$9\frac{1}{4}$	1	$18\frac{1}{4}$	0	24	0	$39\frac{3}{4}$	3	$51\frac{1}{2}$	0
2	∞	$10\frac{1}{2}$	1	$19\frac{1}{2}$	0	$25\frac{1}{4}$	0	∞	–	$53\frac{1}{4}$	1
3	∞	$11\frac{3}{4}$	1	$20\frac{3}{4}$	0	$26\frac{1}{2}$	0	∞	–	∞	–

$$H_4(0) = \min\{H_3(2) + 10 \cdot \mathrm{sign}(5+0-2) + (5+0-2) = 38\tfrac{1}{4},\ H_3(3) + 10 \cdot \mathrm{sign}(5+0-3) + (5+0-3) = 38\tfrac{1}{2}\} = 38\tfrac{1}{4}$$

Числовой пример: прямой ход

t	d	u	f	c	h	S_t
1	3	7	6	1	1/4	3
2	3	7	6	1	1/4	3
3	3	6	8	1	1/4	3
4	5	3	10	1	1/4	3
5	4	5	8	1	1/4	3

- $s_0 = s_5 = 1$.
- Инициализация.
- Заполняем табл. по рекур. формуле.

$s \setminus t$	0	1	$\bar{s}$	2	$\bar{s}$	3	$\bar{s}$	4	$\bar{s}$	5	$\bar{s}$
0	∞	8	1	$11\frac{3}{4}$	3	$20\frac{3}{4}$	3	$38\frac{1}{4}$	2	$50\frac{1}{4}$	0
1	0	$9\frac{1}{4}$	1	$18\frac{1}{4}$	0	24	0	$39\frac{3}{4}$	3	$51\frac{1}{2}$	0
2	∞	$10\frac{1}{2}$	1	$19\frac{1}{2}$	0	$25\frac{1}{4}$	0	∞	–	$53\frac{1}{4}$	1
3	∞	$11\frac{3}{4}$	1	$20\frac{3}{4}$	0	$26\frac{1}{2}$	0	∞	–	∞	–

$$H_4(1) = \min\{H_3(3) + 10 \cdot \mathrm{sign}(5+1-3) + (5+1-3) = 39\tfrac{3}{4}\} = 39\tfrac{3}{4}$$

Числовой пример: прямой ход

t	d	u	f	c	h	S_t
1	3	7	6	1	1/4	3
2	3	7	6	1	1/4	3
3	3	6	8	1	1/4	3
4	5	3	10	1	1/4	3
5	4	5	8	1	1/4	3

- $s_0 = s_5 = 1$.
- Инициализация.
- Заполняем табл. по рекур. формуле.

$s \setminus t$	0	1	$\bar{s}$	2	$\bar{s}$	3	$\bar{s}$	4	$\bar{s}$	5	$\bar{s}$
0	∞	8	1	$11\frac{3}{4}$	3	$20\frac{3}{4}$	3	$38\frac{1}{4}$	2	$50\frac{1}{4}$	0
1	0	$9\frac{1}{4}$	1	$18\frac{1}{4}$	0	24	0	$39\frac{3}{4}$	3	$51\frac{1}{2}$	0
2	∞	$10\frac{1}{2}$	1	$19\frac{1}{2}$	0	$25\frac{1}{4}$	0	∞	–	$53\frac{1}{4}$	1
3	∞	$11\frac{3}{4}$	1	$20\frac{3}{4}$	0	$26\frac{1}{2}$	0	∞	–	∞	–

$$H_4(1) = \min\{H_3(3) + 10 \cdot \mathrm{sign}(5+1-3) + (5+1-3) = 39\tfrac{3}{4}\} = 39\tfrac{3}{4}$$

Числовой пример: прямой ход

t	d	u	f	c	h	S_t
1	3	7	6	1	1/4	3
2	3	7	6	1	1/4	3
3	3	6	8	1	1/4	3
4	5	3	10	1	1/4	3
5	4	5	8	1	1/4	3

- $s_0 = s_5 = 1$.
- Инициализация.
- Заполняем табл. по рекур. формуле.

$s \setminus t$	0	1	$\bar{s}$	2	$\bar{s}$	3	$\bar{s}$	4	$\bar{s}$	5	$\bar{s}$
0	∞	8	1	$11\frac{3}{4}$	3	$20\frac{3}{4}$	3	$38\frac{1}{4}$	2	$50\frac{1}{4}$	0
1	0	$9\frac{1}{4}$	1	$18\frac{1}{4}$	0	24	0	$39\frac{3}{4}$	3	$51\frac{1}{2}$	0
2	∞	$10\frac{1}{2}$	1	$19\frac{1}{2}$	0	$25\frac{1}{4}$	0	∞	–	$53\frac{1}{4}$	1
3	∞	$11\frac{3}{4}$	1	$20\frac{3}{4}$	0	$26\frac{1}{2}$	0	∞	–	∞	–

$$H_4(1) = \min\{H_3(3) + 10 \cdot \mathrm{sign}(5+1-3) + (5+1-3) = 39\tfrac{3}{4}\} = 39\tfrac{3}{4}$$

Числовой пример: прямой ход

t	d	u	f	c	h	S_t
1	3	7	6	1	1/4	3
2	3	7	6	1	1/4	3
3	3	6	8	1	1/4	3
4	5	3	10	1	1/4	3
5	4	5	8	1	1/4	3

- $s_0 = s_5 = 1$.
- Инициализация.
- Заполняем табл. по рекур. формуле.

$s \setminus t$	0	1	$\bar{s}$	2	$\bar{s}$	3	$\bar{s}$	4	$\bar{s}$	5	$\bar{s}$
0	∞	8	1	$11\frac{3}{4}$	3	$20\frac{3}{4}$	3	$38\frac{1}{4}$	2	$50\frac{1}{4}$	0
1	0	$9\frac{1}{4}$	1	$18\frac{1}{4}$	0	24	0	$39\frac{3}{4}$	3	$51\frac{1}{2}$	0
2	∞	$10\frac{1}{2}$	1	$19\frac{1}{2}$	0	$25\frac{1}{4}$	0	∞	–	$53\frac{1}{4}$	1
3	∞	$11\frac{3}{4}$	1	$20\frac{3}{4}$	0	$26\frac{1}{2}$	0	∞	–	∞	–

$d_4 + s - \bar{s} \le u_4 \quad \Rightarrow \quad \bar{s} \ge d_4 - u_4 + s = 5 - 3 + s > 3 = S_3$ для $s \ge 2$

$\Rightarrow \quad H_4(2) = \infty$ и $H_4(3) = \infty$

Числовой пример: прямой ход

t	d	u	f	c	h	S_t
1	3	7	6	1	1/4	3
2	3	7	6	1	1/4	3
3	3	6	8	1	1/4	3
4	5	3	10	1	1/4	3
5	4	5	8	1	1/4	3

- $s_0 = s_5 = 1$.
- Инициализация.
- Заполняем табл. по рекур. формуле.

$s \setminus t$	0	1	$\bar{s}$	2	$\bar{s}$	3	$\bar{s}$	4	$\bar{s}$	5	$\bar{s}$
0	∞	8	1	$11\frac{3}{4}$	3	$20\frac{3}{4}$	3	$38\frac{1}{4}$	2	$50\frac{1}{4}$	0
1	0	$9\frac{1}{4}$	1	$18\frac{1}{4}$	0	24	0	$39\frac{3}{4}$	3	$51\frac{1}{2}$	0
2	∞	$10\frac{1}{2}$	1	$19\frac{1}{2}$	0	$25\frac{1}{4}$	0	∞	–	$53\frac{1}{4}$	1
3	∞	$11\frac{3}{4}$	1	$20\frac{3}{4}$	0	$26\frac{1}{2}$	0	∞	–	∞	–

$d_4+s-\bar{s} \le u_4 \quad \Rightarrow \quad \bar{s} \ge d_4-u_4+s = 5-3+s > 3 = S_3$ для $s \ge 2$

$\Rightarrow \quad H_4(2) = \infty$ и $H_4(3) = \infty$

Числовой пример: прямой ход

t	d	u	f	c	h	S_t
1	3	7	6	1	1/4	3
2	3	7	6	1	1/4	3
3	3	6	8	1	1/4	3
4	5	3	10	1	1/4	3
5	4	5	8	1	1/4	3

- $s_0 = s_5 = 1$.
- Инициализация.
- Заполняем табл. по рекур. формуле.

$s \setminus t$	0	1	$\bar{s}$	2	$\bar{s}$	3	$\bar{s}$	4	$\bar{s}$	5	$\bar{s}$
0	∞	8	1	$11\frac{3}{4}$	3	$20\frac{3}{4}$	3	$38\frac{1}{4}$	2	$50\frac{1}{4}$	0
1	0	$9\frac{1}{4}$	1	$18\frac{1}{4}$	0	24	0	$39\frac{3}{4}$	3	$51\frac{1}{2}$	0
2	∞	$10\frac{1}{2}$	1	$19\frac{1}{2}$	0	$25\frac{1}{4}$	0	∞	–	$53\frac{1}{4}$	1
3	∞	$11\frac{3}{4}$	1	$20\frac{3}{4}$	0	$26\frac{1}{2}$	0	∞	–	∞	–

$$d_4 + s - \bar{s} \le u_4 \quad \Rightarrow \quad \bar{s} \ge d_4 - u_4 + s = 5 - 3 + s > 3 = S_3 \text{ для } s \ge 2$$

$$\Rightarrow \quad H_4(2) = \infty \quad \text{и} \quad H_4(3) = \infty$$

Числовой пример: прямой ход

t	d	u	f	c	h	S_t
1	3	7	6	1	1/4	3
2	3	7	6	1	1/4	3
3	3	6	8	1	1/4	3
4	5	3	10	1	1/4	3
5	4	5	8	1	1/4	3

- $s_0 = s_5 = 1$.
- Инициализация.
- Заполняем табл. по рекур. формуле.

$s \setminus t$	0	1	$\bar{s}$	2	$\bar{s}$	3	$\bar{s}$	4	$\bar{s}$	5	$\bar{s}$
0	∞	8	1	$11\frac{3}{4}$	3	$20\frac{3}{4}$	3	$38\frac{1}{4}$	2	$50\frac{1}{4}$	0
1	0	$9\frac{1}{4}$	1	$18\frac{1}{4}$	0	24	0	$39\frac{3}{4}$	3	$51\frac{1}{2}$	0
2	∞	$10\frac{1}{2}$	1	$19\frac{1}{2}$	0	$25\frac{1}{4}$	0	∞	–	$53\frac{1}{4}$	1
3	∞	$11\frac{3}{4}$	1	$20\frac{3}{4}$	0	$26\frac{1}{2}$	0	∞	–	∞	–

$d_4 + s - \bar{s} \le u_4 \quad \Rightarrow \quad \bar{s} \ge d_4 - u_4 + s = 5 - 3 + s > 3 = S_3$ для $s \ge 2$

$\Rightarrow \quad H_4(2) = \infty$ и $H_4(3) = \infty$

Числовой пример: прямой ход

t	d	u	f	c	h	S_t
1	3	7	6	1	1/4	3
2	3	7	6	1	1/4	3
3	3	6	8	1	1/4	3
4	5	3	10	1	1/4	3
5	4	5	8	1	1/4	3

- $s_0 = s_5 = 1$.
- Инициализация.
- Заполняем табл. по рекур. формуле.

$s \setminus t$	0	1	$\bar{s}$	2	$\bar{s}$	3	$\bar{s}$	4	$\bar{s}$	5	$\bar{s}$
0	∞	8	1	$11\frac{3}{4}$	3	$20\frac{3}{4}$	3	$38\frac{1}{4}$	2	$50\frac{1}{4}$	0
1	0	$9\frac{1}{4}$	1	$18\frac{1}{4}$	0	24	0	$39\frac{3}{4}$	3	$51\frac{1}{2}$	0
2	∞	$10\frac{1}{2}$	1	$19\frac{1}{2}$	0	$25\frac{1}{4}$	0	∞	–	$53\frac{1}{4}$	1
3	∞	$11\frac{3}{4}$	1	$20\frac{3}{4}$	0	$26\frac{1}{2}$	0	∞	–	∞	–

$d_4+s-\bar{s} \le u_4 \quad \Rightarrow \quad \bar{s} \ge d_4-u_4+s = 5-3+s > 3 = S_3$ для $s \ge 2$

$\Rightarrow \quad H_4(2) = \infty$ и $H_4(3) = \infty$

Числовой пример: прямой ход

t	d	u	f	c	h	S_t
1	3	7	6	1	1/4	3
2	3	7	6	1	1/4	3
3	3	6	8	1	1/4	3
4	5	3	10	1	1/4	3
5	4	5	8	1	1/4	3

- $s_0 = s_5 = 1$.
- Инициализация.
- Заполняем табл. по рекур. формуле.

$s \setminus t$	0	1	$\bar{s}$	2	$\bar{s}$	3	$\bar{s}$	4	$\bar{s}$	5	$\bar{s}$
0	∞	8	1	$11\frac{3}{4}$	3	$20\frac{3}{4}$	3	$38\frac{1}{4}$	2	$50\frac{1}{4}$	0
1	0	$9\frac{1}{4}$	1	$18\frac{1}{4}$	0	24	0	$39\frac{3}{4}$	3	$51\frac{1}{2}$	0
2	∞	$10\frac{1}{2}$	1	$19\frac{1}{2}$	0	$25\frac{1}{4}$	0	∞	–	$53\frac{1}{4}$	1
3	∞	$11\frac{3}{4}$	1	$20\frac{3}{4}$	0	$26\frac{1}{2}$	0	∞	–	∞	–

Числовой пример: обратный ход

t	1	2	3	4	5
d	3	3	3	5	4

$s_0 = s_5 = 1.$

$s \setminus t$	0	1	$\bar{s}$	2	$\bar{s}$	3	$\bar{s}$	4	$\bar{s}$	5	$\bar{s}$
0	∞	8	1	$11\frac{3}{4}$	3	$20\frac{3}{4}$	3	$38\frac{1}{4}$	2	$50\frac{1}{4}$	0
1	0	$9\frac{1}{4}$	1	$18\frac{1}{4}$	0	24	0	$39\frac{3}{4}$	3	$51\frac{1}{2}$	0
2	∞	$10\frac{1}{2}$	1	$19\frac{1}{2}$	0	$25\frac{1}{4}$	0	∞	–	$53\frac{1}{4}$	1
3	∞	$11\frac{3}{4}$	1	$20\frac{3}{4}$	0	$26\frac{1}{2}$	0	∞	–	∞	–

- $F_5(1) = 51\frac{1}{2}$, когда $\bar{s} = 0$, $\Rightarrow x_5 = 4 + 1 - 0 = 5.$
- $F_4(0) = 38\frac{1}{4}$, когда $\bar{s} = 2$, $\Rightarrow x_4 = 5 + 0 - 2 = 3.$
- $F_3(2) = 25\frac{1}{4}$, когда $\bar{s} = 0$, $\Rightarrow x_3 = 3 + 2 - 0 = 5.$
- $F_2(0) = 11\frac{3}{4}$, когда $\bar{s} = 3$, $\Rightarrow x_2 = 3 + 0 - 3 = 0.$
- $F_1(3) = 11\frac{3}{4}$, когда $\bar{s} = 1$, $\Rightarrow x_1 = 3 + 3 - 1 = 5.$
- Оптимальное решение: $x^* = (5, 0, 5, 3, 5)^T$.

Числовой пример: обратный ход

t	1	2	3	4	5
d	3	3	3	5	4

$s_0 = s_5 = 1.$

$s \setminus t$	0	1	$\bar{s}$	2	$\bar{s}$	3	$\bar{s}$	4	$\bar{s}$	5	$\bar{s}$
0	∞	8	1	$11\frac{3}{4}$	3	$20\frac{3}{4}$	3	$38\frac{1}{4}$	2	$50\frac{1}{4}$	0
1	0	$9\frac{1}{4}$	1	$18\frac{1}{4}$	0	24	0	$39\frac{3}{4}$	3	$51\frac{1}{2}$	0
2	∞	$10\frac{1}{2}$	1	$19\frac{1}{2}$	0	$25\frac{1}{4}$	0	∞	–	$53\frac{1}{4}$	1
3	∞	$11\frac{3}{4}$	1	$20\frac{3}{4}$	0	$26\frac{1}{2}$	0	∞	–	∞	–

- $F_5(1) = 51\frac{1}{2}$, когда $\bar{s} = 0$, $\Rightarrow x_5 = 4 + 1 - 0 = 5.$
- $F_4(0) = 38\frac{1}{4}$, когда $\bar{s} = 2$, $\Rightarrow x_4 = 5 + 0 - 2 = 3.$
- $F_3(2) = 25\frac{1}{4}$, когда $\bar{s} = 0$, $\Rightarrow x_3 = 3 + 2 - 0 = 5.$
- $F_2(0) = 11\frac{3}{4}$, когда $\bar{s} = 3$, $\Rightarrow x_2 = 3 + 0 - 3 = 0.$
- $F_1(3) = 11\frac{3}{4}$, когда $\bar{s} = 1$, $\Rightarrow x_1 = 3 + 3 - 1 = 5.$
- Оптимальное решение: $x^* = (5, 0, 5, 3, 5)^T$.

Числовой пример: обратный ход

t	1	2	3	4	5
d	3	3	3	5	4

$s_0 = s_5 = 1.$

$s \setminus t$	0	1	$\bar{s}$	2	$\bar{s}$	3	$\bar{s}$	4	$\bar{s}$	5	$\bar{s}$
0	∞	8	1	$11\frac{3}{4}$	3	$20\frac{3}{4}$	3	$38\frac{1}{4}$	2	$50\frac{1}{4}$	0
1	0	$9\frac{1}{4}$	1	$18\frac{1}{4}$	0	24	0	$39\frac{3}{4}$	3	$51\frac{1}{2}$	0
2	∞	$10\frac{1}{2}$	1	$19\frac{1}{2}$	0	$25\frac{1}{4}$	0	∞	–	$53\frac{1}{4}$	1
3	∞	$11\frac{3}{4}$	1	$20\frac{3}{4}$	0	$26\frac{1}{2}$	0	∞	–	∞	–

- $F_5(1) = 51\frac{1}{2}$, когда $\bar{s} = 0$, $\Rightarrow x_5 = 4 + 1 - 0 = 5$.
- $F_4(0) = 38\frac{1}{4}$, когда $\bar{s} = 2$, $\Rightarrow x_4 = 5 + 0 - 2 = 3$.
- $F_3(2) = 25\frac{1}{4}$, когда $\bar{s} = 0$, $\Rightarrow x_3 = 3 + 2 - 0 = 5$.
- $F_2(0) = 11\frac{3}{4}$, когда $\bar{s} = 3$, $\Rightarrow x_2 = 3 + 0 - 3 = 0$.
- $F_1(3) = 11\frac{3}{4}$, когда $\bar{s} = 1$, $\Rightarrow x_1 = 3 + 3 - 1 = 5$.
- Оптимальное решение: $x^* = (5, 0, 5, 3, 5)^T$.

Числовой пример: обратный ход

t	1	2	3	4	5
d	3	3	3	5	4

$s_0 = s_5 = 1.$

$s \setminus t$	0	1	$\bar{s}$	2	$\bar{s}$	3	$\bar{s}$	4	$\bar{s}$	5	$\bar{s}$
0	∞	8	1	$11\frac{3}{4}$	3	$20\frac{3}{4}$	3	$38\frac{1}{4}$	2	$50\frac{1}{4}$	0
1	0	$9\frac{1}{4}$	1	$18\frac{1}{4}$	0	24	0	$39\frac{3}{4}$	3	$51\frac{1}{2}$	0
2	∞	$10\frac{1}{2}$	1	$19\frac{1}{2}$	0	$25\frac{1}{4}$	0	∞	–	$53\frac{1}{4}$	1
3	∞	$11\frac{3}{4}$	1	$20\frac{3}{4}$	0	$26\frac{1}{2}$	0	∞	–	∞	–

- $F_5(1) = 51\frac{1}{2}$, когда $\bar{s} = 0$, $\Rightarrow x_5 = 4 + 1 - 0 = 5.$
- $F_4(0) = 38\frac{1}{4}$, когда $\bar{s} = 2$, $\Rightarrow x_4 = 5 + 0 - 2 = 3.$
- $F_3(2) = 25\frac{1}{4}$, когда $\bar{s} = 0$, $\Rightarrow x_3 = 3 + 2 - 0 = 5.$
- $F_2(0) = 11\frac{3}{4}$, когда $\bar{s} = 3$, $\Rightarrow x_2 = 3 + 0 - 3 = 0.$
- $F_1(3) = 11\frac{3}{4}$, когда $\bar{s} = 1$, $\Rightarrow x_1 = 3 + 3 - 1 = 5.$
- Оптимальное решение: $x^* = (5, 0, 5, 3, 5)^T$.

Числовой пример: обратный ход

t	1	2	3	4	5
d	3	3	3	5	4

$s_0 = s_5 = 1.$

$s \setminus t$	0	1	$\bar{s}$	2	$\bar{s}$	3	$\bar{s}$	4	$\bar{s}$	5	$\bar{s}$
0	∞	8	1	$11\frac{3}{4}$	3	$20\frac{3}{4}$	3	$38\frac{1}{4}$	2	$50\frac{1}{4}$	0
1	0	$9\frac{1}{4}$	1	$18\frac{1}{4}$	0	24	0	$39\frac{3}{4}$	3	$51\frac{1}{2}$	0
2	∞	$10\frac{1}{2}$	1	$19\frac{1}{2}$	0	$25\frac{1}{4}$	0	∞	–	$53\frac{1}{4}$	1
3	∞	$11\frac{3}{4}$	1	$20\frac{3}{4}$	0	$26\frac{1}{2}$	0	∞	–	∞	–

- $F_5(1) = 51\frac{1}{2}$, когда $\bar{s} = 0$, $\Rightarrow x_5 = 4 + 1 - 0 = 5$.
- $F_4(0) = 38\frac{1}{4}$, когда $\bar{s} = 2$, $\Rightarrow x_4 = 5 + 0 - 2 = 3$.
- $F_3(2) = 25\frac{1}{4}$, когда $\bar{s} = 0$, $\Rightarrow x_3 = 3 + 2 - 0 = 5$.
- $F_2(0) = 11\frac{3}{4}$, когда $\bar{s} = 3$, $\Rightarrow x_2 = 3 + 0 - 3 = 0$.
- $F_1(3) = 11\frac{3}{4}$, когда $\bar{s} = 1$, $\Rightarrow x_1 = 3 + 3 - 1 = 5$.
- Оптимальное решение: $x^* = (5, 0, 5, 3, 5)^T$.

Числовой пример: обратный ход

t	1	2	3	4	5
d	3	3	3	5	4

$s_0 = s_5 = 1.$

$s \setminus t$	0	1	$\bar{s}$	2	$\bar{s}$	3	$\bar{s}$	4	$\bar{s}$	5	$\bar{s}$
0	∞	8	1	$11\frac{3}{4}$	3	$20\frac{3}{4}$	3	$38\frac{1}{4}$	2	$50\frac{1}{4}$	0
1	0	$9\frac{1}{4}$	1	$18\frac{1}{4}$	0	24	0	$39\frac{3}{4}$	3	$51\frac{1}{2}$	0
2	∞	$10\frac{1}{2}$	1	$19\frac{1}{2}$	0	$25\frac{1}{4}$	0	∞	–	$53\frac{1}{4}$	1
3	∞	$11\frac{3}{4}$	1	$20\frac{3}{4}$	0	$26\frac{1}{2}$	0	∞	–	∞	–

- $F_5(1) = 51\frac{1}{2}$, когда $\bar{s} = 0$, $\Rightarrow x_5 = 4 + 1 - 0 = 5.$
- $F_4(0) = 38\frac{1}{4}$, когда $\bar{s} = 2$, $\Rightarrow x_4 = 5 + 0 - 2 = 3.$
- $F_3(2) = 25\frac{1}{4}$, когда $\bar{s} = 0$, $\Rightarrow x_3 = 3 + 2 - 0 = 5.$
- $F_2(0) = 11\frac{3}{4}$, когда $\bar{s} = 3$, $\Rightarrow x_2 = 3 + 0 - 3 = 0.$
- $F_1(3) = 11\frac{3}{4}$, когда $\bar{s} = 1$, $\Rightarrow x_1 = 3 + 3 - 1 = 5.$
- Оптимальное решение: $x^* = (5, 0, 5, 3, 5)^T$.

Числовой пример: обратный ход

t	1	2	3	4	5
d	3	3	3	5	4

$s_0 = s_5 = 1.$

$s \setminus t$	0	1	$\bar{s}$	2	$\bar{s}$	3	$\bar{s}$	4	$\bar{s}$	5	$\bar{s}$
0	∞	8	1	$11\frac{3}{4}$	3	$20\frac{3}{4}$	3	$38\frac{1}{4}$	2	$50\frac{1}{4}$	0
1	0	$9\frac{1}{4}$	1	$18\frac{1}{4}$	0	24	0	$39\frac{3}{4}$	3	$51\frac{1}{2}$	0
2	∞	$10\frac{1}{2}$	1	$19\frac{1}{2}$	0	$25\frac{1}{4}$	0	∞	–	$53\frac{1}{4}$	1
3	∞	$11\frac{3}{4}$	1	$20\frac{3}{4}$	0	$26\frac{1}{2}$	0	∞	–	∞	–

- $F_5(1) = 51\frac{1}{2}$, когда $\bar{s} = 0$, $\Rightarrow x_5 = 4 + 1 - 0 = 5$.
- $F_4(0) = 38\frac{1}{4}$, когда $\bar{s} = 2$, $\Rightarrow x_4 = 5 + 0 - 2 = 3$.
- $F_3(2) = 25\frac{1}{4}$, когда $\bar{s} = 0$, $\Rightarrow x_3 = 3 + 2 - 0 = 5$.
- $F_2(0) = 11\frac{3}{4}$, когда $\bar{s} = 3$, $\Rightarrow x_2 = 3 + 0 - 3 = 0$.
- $F_1(3) = 11\frac{3}{4}$, когда $\bar{s} = 1$, $\Rightarrow x_1 = 3 + 3 - 1 = 5$.
- Оптимальное решение: $x^* = (5, 0, 5, 3, 5)^T$.

Числовой пример: обратный ход

t	1	2	3	4	5
d	3	3	3	5	4

$s_0 = s_5 = 1.$

$s \setminus t$	0	1	$\bar{s}$	2	$\bar{s}$	3	$\bar{s}$	4	$\bar{s}$	5	$\bar{s}$
0	∞	8	1	$11\frac{3}{4}$	3	$20\frac{3}{4}$	3	$38\frac{1}{4}$	2	$50\frac{1}{4}$	0
1	0	$9\frac{1}{4}$	1	$18\frac{1}{4}$	0	24	0	$39\frac{3}{4}$	3	$51\frac{1}{2}$	0
2	∞	$10\frac{1}{2}$	1	$19\frac{1}{2}$	0	$25\frac{1}{4}$	0	∞	–	$53\frac{1}{4}$	1
3	∞	$11\frac{3}{4}$	1	$20\frac{3}{4}$	0	$26\frac{1}{2}$	0	∞	–	∞	–

- $F_5(1) = 51\frac{1}{2}$, когда $\bar{s} = 0$, $\Rightarrow x_5 = 4 + 1 - 0 = 5.$
- $F_4(0) = 38\frac{1}{4}$, когда $\bar{s} = 2$, $\Rightarrow x_4 = 5 + 0 - 2 = 3.$
- $F_3(2) = 25\frac{1}{4}$, когда $\bar{s} = 0$, $\Rightarrow x_3 = 3 + 2 - 0 = 5.$
- $F_2(0) = 11\frac{3}{4}$, когда $\bar{s} = 3$, $\Rightarrow x_2 = 3 + 0 - 3 = 0.$
- $F_1(3) = 11\frac{3}{4}$, когда $\bar{s} = 1$, $\Rightarrow x_1 = 3 + 3 - 1 = 5.$
- Оптимальное решение: $x^* = (5, 0, 5, 3, 5)^T$.

Числовой пример: обратный ход

t	1	2	3	4	5
d	3	3	3	5	4

$s_0 = s_5 = 1.$

$s \setminus t$	0	1	$\bar{s}$	2	$\bar{s}$	3	$\bar{s}$	4	$\bar{s}$	5	$\bar{s}$
0	∞	8	1	$11\frac{3}{4}$	3	$20\frac{3}{4}$	3	$38\frac{1}{4}$	2	$50\frac{1}{4}$	0
1	0	$9\frac{1}{4}$	1	$18\frac{1}{4}$	0	24	0	$39\frac{3}{4}$	3	$51\frac{1}{2}$	0
2	∞	$10\frac{1}{2}$	1	$19\frac{1}{2}$	0	$25\frac{1}{4}$	0	∞	–	$53\frac{1}{4}$	1
3	∞	$11\frac{3}{4}$	1	$20\frac{3}{4}$	0	$26\frac{1}{2}$	0	∞	–	∞	–

- $F_5(1) = 51\frac{1}{2}$, когда $\bar{s} = 0$, $\Rightarrow x_5 = 4 + 1 - 0 = 5$.
- $F_4(0) = 38\frac{1}{4}$, когда $\bar{s} = 2$, $\Rightarrow x_4 = 5 + 0 - 2 = 3$.
- $F_3(2) = 25\frac{1}{4}$, когда $\bar{s} = 0$, $\Rightarrow x_3 = 3 + 2 - 0 = 5$.
- $F_2(0) = 11\frac{3}{4}$, когда $\bar{s} = 3$, $\Rightarrow x_2 = 3 + 0 - 3 = 0$.
- $F_1(3) = 11\frac{3}{4}$, когда $\bar{s} = 1$, $\Rightarrow x_1 = 3 + 3 - 1 = 5$.
- Оптимальное решение: $x^* = (5, 0, 5, 3, 5)^T$.

Числовой пример: обратный ход

t	1	2	3	4	5
d	3	3	3	5	4

$s_0 = s_5 = 1.$

$s \setminus t$	0	1	$\bar{s}$	2	$\bar{s}$	3	$\bar{s}$	4	$\bar{s}$	5	$\bar{s}$
0	∞	8	1	$11\frac{3}{4}$	3	$20\frac{3}{4}$	3	$38\frac{1}{4}$	2	$50\frac{1}{4}$	0
1	0	$9\frac{1}{4}$	1	$18\frac{1}{4}$	0	24	0	$39\frac{3}{4}$	3	$51\frac{1}{2}$	0
2	∞	$10\frac{1}{2}$	1	$19\frac{1}{2}$	0	$25\frac{1}{4}$	0	∞	–	$53\frac{1}{4}$	1
3	∞	$11\frac{3}{4}$	1	$20\frac{3}{4}$	0	$26\frac{1}{2}$	0	∞	–	∞	–

- $F_5(1) = 51\frac{1}{2}$, когда $\bar{s} = 0$, $\Rightarrow x_5 = 4 + 1 - 0 = 5$.
- $F_4(0) = 38\frac{1}{4}$, когда $\bar{s} = 2$, $\Rightarrow x_4 = 5 + 0 - 2 = 3$.
- $F_3(2) = 25\frac{1}{4}$, когда $\bar{s} = 0$, $\Rightarrow x_3 = 3 + 2 - 0 = 5$.
- $F_2(0) = 11\frac{3}{4}$, когда $\bar{s} = 3$, $\Rightarrow x_2 = 3 + 0 - 3 = 0$.
- $F_1(3) = 11\frac{3}{4}$, когда $\bar{s} = 1$, $\Rightarrow x_1 = 3 + 3 - 1 = 5$.
- Оптимальное решение: $x^* = (5, 0, 5, 3, 5)^T$.

Числовой пример: обратный ход

t	1	2	3	4	5
d	3	3	3	5	4

$s_0 = s_5 = 1.$

$s \setminus t$	0	1	$\bar{s}$	2	$\bar{s}$	3	$\bar{s}$	4	$\bar{s}$	5	$\bar{s}$
0	∞	8	1	$11\frac{3}{4}$	3	$20\frac{3}{4}$	3	$38\frac{1}{4}$	2	$50\frac{1}{4}$	0
1	0	$9\frac{1}{4}$	1	$18\frac{1}{4}$	0	24	0	$39\frac{3}{4}$	3	$51\frac{1}{2}$	0
2	∞	$10\frac{1}{2}$	1	$19\frac{1}{2}$	0	$25\frac{1}{4}$	0	∞	–	$53\frac{1}{4}$	1
3	∞	$11\frac{3}{4}$	1	$20\frac{3}{4}$	0	$26\frac{1}{2}$	0	∞	–	∞	–

- $F_5(1) = 51\frac{1}{2}$, когда $\bar{s} = 0$, $\Rightarrow x_5 = 4 + 1 - 0 = 5$.
- $F_4(0) = 38\frac{1}{4}$, когда $\bar{s} = 2$, $\Rightarrow x_4 = 5 + 0 - 2 = 3$.
- $F_3(2) = 25\frac{1}{4}$, когда $\bar{s} = 0$, $\Rightarrow x_3 = 3 + 2 - 0 = 5$.
- $F_2(0) = 11\frac{3}{4}$, когда $\bar{s} = 3$, $\Rightarrow x_2 = 3 + 0 - 3 = 0$.
- $F_1(3) = 11\frac{3}{4}$, когда $\bar{s} = 1$, $\Rightarrow x_1 = 3 + 3 - 1 = 5$.
- Оптимальное решение: $x^* = (5, 0, 5, 3, 5)^T$.

Числовой пример: обратный ход

t	1	2	3	4	5
d	3	3	3	5	4

$s_0 = s_5 = 1.$

$s \setminus t$	0	1	$\bar{s}$	2	$\bar{s}$	3	$\bar{s}$	4	$\bar{s}$	5	$\bar{s}$
0	∞	8	1	$11\frac{3}{4}$	3	$20\frac{3}{4}$	3	$38\frac{1}{4}$	2	$50\frac{1}{4}$	0
1	0	$9\frac{1}{4}$	1	$18\frac{1}{4}$	0	24	0	$39\frac{3}{4}$	3	$51\frac{1}{2}$	0
2	∞	$10\frac{1}{2}$	1	$19\frac{1}{2}$	0	$25\frac{1}{4}$	0	∞	–	$53\frac{1}{4}$	1
3	∞	$11\frac{3}{4}$	1	$20\frac{3}{4}$	0	$26\frac{1}{2}$	0	∞	–	∞	–

- $F_5(1) = 51\frac{1}{2}$, когда $\bar{s} = 0$, $\Rightarrow x_5 = 4 + 1 - 0 = 5$.
- $F_4(0) = 38\frac{1}{4}$, когда $\bar{s} = 2$, $\Rightarrow x_4 = 5 + 0 - 2 = 3$.
- $F_3(2) = 25\frac{1}{4}$, когда $\bar{s} = 0$, $\Rightarrow x_3 = 3 + 2 - 0 = 5$.
- $F_2(0) = 11\frac{3}{4}$, когда $\bar{s} = 3$, $\Rightarrow x_2 = 3 + 0 - 3 = 0$.
- $F_1(3) = 11\frac{3}{4}$, когда $\bar{s} = 1$, $\Rightarrow x_1 = 3 + 3 - 1 = 5$.
- Оптимальное решение: $x^* = (5, 0, 5, 3, 5)^T$.

План лекции

1. Задача о рюкзаке
   - Целочисленный рюкзак
   - 0,1-рюкзак
2. Размер партии: однопродуктовая модель
   - Общий случай
   - Неограниченные производственные мощности
3. Контроль качества продукции, производимой на конвейере

Предположения

- Предположим, что производственные мощности и емкость склада в любой из периодов $t = 1, \dots, T$ превосходят спрос до конца планового горизонта:

$$u_t \geq d_{t,T} + s_T \quad \text{и} \quad S_t \geq d_{t,T} + s_T, \quad t = 1, \dots, T,$$

где $d_{t_1,t_2} \stackrel{\text{def}}{=} \sum_{\tau=t_1}^{t_2} d_\tau$.

- Без ограничения общности можно также считать, что
- запас продукта в начале и конце планового горизонта нулевой, т. е. $s_0 = s_T = 0$.
- Если это не так, то мы можем уменьшить спрос в один или несколько начальных периодов суммарно на величину s_0 и увеличить спрос в период T на s_T.

Предположения

- Предположим, что производственные мощности и емкость склада в любой из периодов $t = 1, \dots, T$ превосходят спрос до конца планового горизонта:
$$u_t \geq d_{t,T} + s_T \quad \text{и} \quad S_t \geq d_{t,T} + s_T, \quad t = 1, \dots, T,$$
где $d_{t_1,t_2} \stackrel{\text{def}}{=} \sum_{\tau=t_1}^{t_2} d_\tau$.
- Без ограничения общности можно также считать, что
- запас продукта в начале и конце планового горизонта нулевой, т. е. $s_0 = s_T = 0$.
- Если это не так, то мы можем уменьшить спрос в один или несколько начальных периодов суммарно на величину s_0 и увеличить спрос в период T на s_T.

Предположения

- Предположим, что производственные мощности и емкость склада в любой из периодов $t = 1, \dots, T$ превосходят спрос до конца планового горизонта:
$$u_t \geq d_{t,T} + s_T \quad \text{и} \quad S_t \geq d_{t,T} + s_T, \quad t = 1, \dots, T,$$
где $d_{t_1,t_2} \stackrel{\text{def}}{=} \sum_{\tau=t_1}^{t_2} d_\tau$.
- Без ограничения общности можно также считать, что
- запас продукта в начале и конце планового горизонта нулевой, т. е. $s_0 = s_T = 0$.
- Если это не так, то мы можем уменьшить спрос в один или несколько начальных периодов суммарно на величину s_0 и увеличить спрос в период T на s_T.

Предположения

- Предположим, что производственные мощности и емкость склада в любой из периодов $t = 1, \dots, T$ превосходят спрос до конца планового горизонта:
$$u_t \geq d_{t,T} + s_T \quad \text{и} \quad S_t \geq d_{t,T} + s_T, \quad t = 1, \dots, T,$$
где $d_{t_1,t_2} \stackrel{\text{def}}{=} \sum_{\tau=t_1}^{t_2} d_\tau$.
- Без ограничения общности можно также считать, что
- запас продукта в начале и конце планового горизонта нулевой, т. е. $s_0 = s_T = 0$.
- Если это не так, то мы можем уменьшить спрос в один или несколько начальных периодов суммарно на величину s_0 и увеличить спрос в период T на s_T.

Предположения

- Предположим, что производственные мощности и емкость склада в любой из периодов $t = 1, \ldots, T$ превосходят спрос до конца планового горизонта:
$$u_t \geq d_{t,T} + s_T \quad \text{и} \quad S_t \geq d_{t,T} + s_T, \quad t = 1, \ldots, T,$$
где $d_{t_1,t_2} \stackrel{\text{def}}{=} \sum_{\tau=t_1}^{t_2} d_\tau$.
- Без ограничения общности можно также считать, что
- запас продукта в начале и конце планового горизонта нулевой, т. е. $s_0 = s_T = 0$.
- Если это не так, то мы можем уменьшить спрос в один или несколько начальных периодов суммарно на величину s_0 и увеличить спрос в период T на s_T.

Предположения

- Предположим, что производственные мощности и емкость склада в любой из периодов $t = 1, \dots, T$ превосходят спрос до конца планового горизонта:

$$u_t \ge d_{t,T} + s_T \quad \text{и} \quad S_t \ge d_{t,T} + s_T, \quad t = 1, \dots, T,$$

где $d_{t_1,t_2} \overset{\text{def}}{=} \sum_{\tau=t_1}^{t_2} d_\tau$.

- Без ограничения общности можно также считать, что
- запас продукта в начале и конце планового горизонта нулевой, т. е. $s_0 = s_T = 0$.
- Если это не так, то мы можем уменьшить спрос в один или несколько начальных периодов суммарно на величину s_0 и увеличить спрос в период T на s_T.

Свойства оптимального плана

Утверждение 1

- *Если* $s_0 = s_T = 0$ *и* $u_t \geq d_{t,T}$, $S_t \geq d_{t,T}$, $t = 1, \ldots, T$,
- *то существует такой оптимальный план* $x^* = (x_1^*, \ldots, x_T^*)^T$, *когда продукт производится только в том случае, если запасы продукта на складе нулевые.*
- *Пусть* $x_{t_1}^*, x_{t_2}^*, \ldots, x_{t_k}^*$, *где* $t_1 < t_2 < \cdots < t_k$, *есть все ненулевые компоненты вектора* x^*.
- *Тогда* $x_{t_i}^* = d_{t_i, t_{i+1}-1}$ *для* $i = 1, \ldots, k$, *где* $t_{k+1} \stackrel{\text{def}}{=} T + 1$.

Свойства оптимального плана

Утверждение 1

- *Если* $s_0 = s_T = 0$ *и* $u_t \ge d_{t,T}$, $S_t \ge d_{t,T}$, $t = 1, \dots, T$,
- *то существует такой оптимальный план* $x^* = (x_1^*, \dots, x_T^*)^T$, *когда продукт производится только в том случае, если запасы продукта на складе нулевые.*
- *Пусть* $x_{t_1}^*, x_{t_2}^*, \dots, x_{t_k}^*$, *где* $t_1 < t_2 < \dots < t_k$, *есть все ненулевые компоненты вектора* x^*.
- *Тогда* $x_{t_i}^* = d_{t_i, t_{i+1}-1}$ *для* $i = 1, \dots, k$, *где* $t_{k+1} \overset{\text{def}}{=} T + 1$.

Свойства оптимального плана

Утверждение 1

- *Если* $s_0 = s_T = 0$ *и* $u_t \geq d_{t,T}$, $S_t \geq d_{t,T}$, $t = 1, \ldots, T$,
- *то существует такой оптимальный план* $x^* = (x_1^*, \ldots, x_T^*)^T$, *когда продукт производится только в том случае, если запасы продукта на складе нулевые.*
- *Пусть* $x_{t_1}^*, x_{t_2}^*, \ldots, x_{t_k}^*$, *где* $t_1 < t_2 < \cdots < t_k$, *есть все ненулевые компоненты вектора* x^*.
- *Тогда* $x_{t_i}^* = d_{t_i, t_{i+1}-1}$ *для* $i = 1, \ldots, k$, *где* $t_{k+1} \stackrel{\text{def}}{=} T + 1$.

Свойства оптимального плана

Утверждение 1

- *Если* $s_0 = s_T = 0$ *и* $u_t \geq d_{t,T},\ S_t \geq d_{t,T}, \quad t = 1, \dots, T,$
- *то существует такой оптимальный план* $x^* = (x_1^*, \dots, x_T^*)^T$, *когда продукт производится только в том случае, если запасы продукта на складе нулевые.*
- *Пусть* $x^*_{t_1}, x^*_{t_2}, \dots, x^*_{t_k}$, *где* $t_1 < t_2 < \dots < t_k$, *есть все ненулевые компоненты вектора* x^*.
- *Тогда* $x^*_{t_i} = d_{t_i, t_{i+1}-1}$ *для* $i = 1, \dots, k$, *где* $t_{k+1} \stackrel{\text{def}}{=} T + 1$.

Нулевые стоимости хранения

- Поскольку для плана $x = (x_1, \dots, x_T)^T$ кол-во продукта на складе в конце периода t равно $s_t = \sum_{\tau=1}^t x_\tau - d_{1t}$,
- то стоимость плана x равна

$$\sum_{t=1}^T (f_t \operatorname{sign}(x_t) + c_t x_t + h_t s_t) =$$

$$\sum_{t=1}^T f_t \operatorname{sign}(x_t) + \sum_{t=1}^T \left(c_t x_t + h_t \left(\sum_{\tau=1}^t x_\tau - d_{1t} \right) \right)$$

$$\sum_{t=1}^T (f_t \operatorname{sign}(x_t) + w_t x_t) - \sum_{t=1}^T h_t d_{1t},$$

- где $w_t \stackrel{\text{def}}{=} c_t + \sum_{\tau=t}^T h_\tau$.
- Это равенство позволяет свести задачу о размере партии с параметрами $\{d_t, f_t, c_t, h_t\}_{t=1}^T$
- к задаче с параметрами $\{\hat{d}_t = d_t, \hat{f}_t = f_t, \hat{c}_t = w_t, \hat{h}_t = 0\}_{t=1}^T$,
- в которой все стоимости хранения продукта равны нулю.

Нулевые стоимости хранения

- Поскольку для плана $x = (x_1, \ldots, x_T)^T$ кол-во продукта на складе в конце периода t равно $s_t = \sum_{\tau=1}^{t} x_\tau - d_{1t}$,
- то стоимость плана x равна

$$\sum_{t=1}^{T}(f_t \operatorname{sign}(x_t) + c_t x_t + h_t s_t) =$$
$$\sum_{t=1}^{T} f_t \operatorname{sign}(x_t) + \sum_{t=1}^{T}\left(c_t x_t + h_t\left(\sum_{\tau=1}^{t} x_\tau - d_{1t}\right)\right)$$
$$\sum_{t=1}^{T}(f_t \operatorname{sign}(x_t) + w_t x_t) - \sum_{t=1}^{T} h_t d_{1t},$$

- где $w_t \stackrel{\text{def}}{=} c_t + \sum_{\tau=t}^{T} h_\tau$.
- Это равенство позволяет свести задачу о размере партии с параметрами $\{d_t, f_t, c_t, h_t\}_{t=1}^T$
- к задаче с параметрами $\{\hat{d}_t = d_t, \hat{f}_t = f_t, \hat{c}_t = w_t, \hat{h}_t = 0\}_{t=1}^T$,
- в которой все стоимости хранения продукта равны нулю.

Нулевые стоимости хранения

- Поскольку для плана $x = (x_1, \dots, x_T)^T$ кол-во продукта на складе в конце периода t равно $s_t = \sum_{\tau=1}^{t} x_\tau - d_{1t}$,
- то стоимость плана x равна

$$\sum_{t=1}^{T} (f_t \operatorname{sign}(x_t) + c_t x_t + h_t s_t) =$$

$$\sum_{t=1}^{T} f_t \operatorname{sign}(x_t) + \sum_{t=1}^{T} \left(c_t x_t + h_t \left(\sum_{\tau=1}^{t} x_\tau - d_{1t} \right) \right)$$

$$\sum_{t=1}^{T} (f_t \operatorname{sign}(x_t) + w_t x_t) - \sum_{t=1}^{T} h_t d_{1t},$$

- где $w_t \stackrel{\text{def}}{=} c_t + \sum_{\tau=t}^{T} h_\tau$.
- Это равенство позволяет свести задачу о размере партии с параметрами $\{d_t, f_t, c_t, h_t\}_{t=1}^T$
- к задаче с параметрами $\{\hat{d}_t = d_t, \hat{f}_t = f_t, \hat{c}_t = w_t, \hat{h}_t = 0\}_{t=1}^T$,
- в которой все стоимости хранения продукта равны нулю.

Нулевые стоимости хранения

- Поскольку для плана $x = (x_1, \dots, x_T)^T$ кол-во продукта на складе в конце периода t равно $s_t = \sum_{\tau=1}^{t} x_\tau - d_{1t}$,
- то стоимость плана x равна

$$\sum_{t=1}^{T}(f_t \operatorname{sign}(x_t) + c_t x_t + h_t s_t) =$$

$$\sum_{t=1}^{T} f_t \operatorname{sign}(x_t) + \sum_{t=1}^{T}\left(c_t x_t + h_t\left(\sum_{\tau=1}^{t} x_\tau - d_{1t}\right)\right)$$

$$\sum_{t=1}^{T}(f_t \operatorname{sign}(x_t) + w_t x_t) - \sum_{t=1}^{T} h_t d_{1t},$$

- где $w_t \stackrel{\text{def}}{=} c_t + \sum_{\tau=t}^{T} h_\tau$.
- Это равенство позволяет свести задачу о размере партии с параметрами $\{d_t, f_t, c_t, h_t\}_{t=1}^{T}$
- к задаче с параметрами $\{\hat{d}_t = d_t, \hat{f}_t = f_t, \hat{c}_t = w_t, \hat{h}_t = 0\}_{t=1}^{T}$,
- в которой все стоимости хранения продукта равны нулю.

Нулевые стоимости хранения

- Поскольку для плана $x = (x_1, \dots, x_T)^T$ кол-во продукта на складе в конце периода t равно $s_t = \sum_{\tau=1}^{t} x_\tau - d_{1t}$,
- то стоимость плана x равна

$$\sum_{t=1}^{T}(f_t \operatorname{sign}(x_t) + c_t x_t + h_t s_t) =$$

$$\sum_{t=1}^{T} f_t \operatorname{sign}(x_t) + \sum_{t=1}^{T}\left(c_t x_t + h_t\left(\sum_{\tau=1}^{t} x_\tau - d_{1t}\right)\right)$$

$$\sum_{t=1}^{T}(f_t \operatorname{sign}(x_t) + w_t x_t) - \sum_{t=1}^{T} h_t d_{1t},$$

- где $w_t \stackrel{\text{def}}{=} c_t + \sum_{\tau=t}^{T} h_\tau$.
- Это равенство позволяет свести задачу о размере партии с параметрами $\{d_t, f_t, c_t, h_t\}_{t=1}^{T}$
- к задаче с параметрами $\{\hat{d}_t = d_t, \hat{f}_t = f_t, \hat{c}_t = w_t, \hat{h}_t = 0\}_{t=1}^{T}$,
- в которой все стоимости хранения продукта равны нулю.

Нулевые стоимости хранения

- Поскольку для плана $x = (x_1, \dots, x_T)^T$ кол-во продукта на складе в конце периода t равно $s_t = \sum_{\tau=1}^{t} x_\tau - d_{1t}$,
- то стоимость плана x равна

$$\sum_{t=1}^{T}(f_t \text{sign}(x_t) + c_t x_t + h_t s_t) =$$

$$\sum_{t=1}^{T} f_t \text{sign}(x_t) + \sum_{t=1}^{T}\left(c_t x_t + h_t\left(\sum_{\tau=1}^{t} x_\tau - d_{1t}\right)\right)$$

$$\sum_{t=1}^{T}(f_t \text{sign}(x_t) + w_t x_t) - \sum_{t=1}^{T} h_t d_{1t},$$

- где $w_t \stackrel{\text{def}}{=} c_t + \sum_{\tau=t}^{T} h_\tau$.
- Это равенство позволяет свести задачу о размере партии с параметрами $\{d_t, f_t, c_t, h_t\}_{t=1}^{T}$
- к задаче с параметрами $\{\hat{d}_t = d_t, \hat{f}_t = f_t, \hat{c}_t = w_t, \hat{h}_t = 0\}_{t=1}^{T}$,
- в которой все стоимости хранения продукта равны нулю.

Нулевые стоимости хранения

- Поскольку для плана $x = (x_1, \ldots, x_T)^T$ кол-во продукта на складе в конце периода t равно $s_t = \sum_{\tau=1}^{t} x_\tau - d_{1t}$,
- то стоимость плана x равна

$$\sum_{t=1}^{T}(f_t \operatorname{sign}(x_t) + c_t x_t + h_t s_t) =$$

$$\sum_{t=1}^{T} f_t \operatorname{sign}(x_t) + \sum_{t=1}^{T}\left(c_t x_t + h_t\left(\sum_{\tau=1}^{t} x_\tau - d_{1t}\right)\right)$$

$$\sum_{t=1}^{T}(f_t \operatorname{sign}(x_t) + w_t x_t) - \sum_{t=1}^{T} h_t d_{1t},$$

- где $w_t \stackrel{\text{def}}{=} c_t + \sum_{\tau=t}^{T} h_\tau$.
- Это равенство позволяет свести задачу о размере партии с параметрами $\{d_t, f_t, c_t, h_t\}_{t=1}^{T}$
- к задаче с параметрами $\{\hat{d}_t = d_t, \hat{f}_t = f_t, \hat{c}_t = w_t, \hat{h}_t = 0\}_{t=1}^{T}$,
- в которой все стоимости хранения продукта равны нулю.

Нулевые стоимости хранения

- Поскольку для плана $x = (x_1, \dots, x_T)^T$ кол-во продукта на складе в конце периода t равно $s_t = \sum_{\tau=1}^{t} x_\tau - d_{1t}$,
- то стоимость плана x равна

$$\sum_{t=1}^{T}(f_t \mathrm{sign}(x_t) + c_t x_t + h_t s_t) =$$

$$\sum_{t=1}^{T} f_t \mathrm{sign}(x_t) + \sum_{t=1}^{T}\left(c_t x_t + h_t\left(\sum_{\tau=1}^{t} x_\tau - d_{1t}\right)\right)$$

$$\sum_{t=1}^{T}(f_t \mathrm{sign}(x_t) + w_t x_t) - \sum_{t=1}^{T} h_t d_{1t},$$

- где $w_t \stackrel{\text{def}}{=} c_t + \sum_{\tau=t}^{T} h_\tau$.
- Это равенство позволяет свести задачу о размере партии с параметрами $\{d_t, f_t, c_t, h_t\}_{t=1}^T$
- к задаче с параметрами $\{\hat{d}_t = d_t, \hat{f}_t = f_t, \hat{c}_t = w_t, \hat{h}_t = 0\}_{t=1}^T$,
- в которой все стоимости хранения продукта равны нулю.

Нулевые стоимости хранения

- Поскольку для плана $x = (x_1, \dots, x_T)^T$ кол-во продукта на складе в конце периода t равно $s_t = \sum_{\tau=1}^{t} x_\tau - d_{1t}$,
- то стоимость плана x равна

$$\sum_{t=1}^{T}(f_t \mathrm{sign}(x_t) + c_t x_t + h_t s_t) =$$

$$\sum_{t=1}^{T} f_t \mathrm{sign}(x_t) + \sum_{t=1}^{T}\left(c_t x_t + h_t\left(\sum_{\tau=1}^{t} x_\tau - d_{1t}\right)\right)$$

$$\sum_{t=1}^{T}(f_t \mathrm{sign}(x_t) + w_t x_t) - \sum_{t=1}^{T} h_t d_{1t},$$

- где $w_t \stackrel{\mathrm{def}}{=} c_t + \sum_{\tau=t}^{T} h_\tau$.
- Это равенство позволяет свести задачу о размере партии с параметрами $\{d_t, f_t, c_t, h_t\}_{t=1}^{T}$
- к задаче с параметрами $\{\hat{d}_t = d_t, \hat{f}_t = f_t, \hat{c}_t = w_t, \hat{h}_t = 0\}_{t=1}^{T}$,
- в которой все стоимости хранения продукта равны нулю.

Сведение к задаче о кратчайшем пути

- Задача о размере партии с параметрами $\{\hat{d}_t = d_t, \hat{f}_t = f_t, \hat{c}_t = w_t, \hat{h}_t = 0\}_{t=1}^{T}$
- сводится к задаче поиска кратчайшего пути в ациклическом графе $G = (V, E)$, где

$$V = \{0, 1, \dots, T\},$$
$$E = \{(\tau, t) : \ \tau = 0, \dots, t-1; \ t = 1, \dots, T\}.$$

- Стоимость дуги $(\tau, t) \in E$ равна стоимости производства $d_{\tau+1,t}$ ед. продукта в период τ: $c(\tau, t) \stackrel{\text{def}}{=} f_{\tau+1} + w_{\tau+1} d_{\tau+1,t}$.
- Пути $P = (t_0 = 0, t_1, \dots, t_k = T)$ в графе G из вершины 0 в вершину T соответствует план пр-ва x^P, ненулевые компоненты которого определяются по правилу:

$$x^P_{t_i} = d_{t_{i-1}+1, t_i}, \quad i = 1, \dots, k.$$

- Причем, стоимость этого плана равна стоимости пути P.
- Следовательно, кратчайшему пути P^* в графе G из 0 в T соответствует оптимальный план производства $x^* = x^{P^*}$.

Сведение к задаче о кратчайшем пути

- Задача о размере партии с параметрами $\{\hat{d}_t = d_t, \hat{f}_t = f_t, \hat{c}_t = w_t, \hat{h}_t = 0\}_{t=1}^T$
- сводится к задаче поиска кратчайшего пути в ациклическом графе $G = (V, E)$, где
$$V = \{0, 1, \dots, T\},$$
$$E = \{(\tau, t) : \tau = 0, \dots, t-1;\ t = 1, \dots, T\}.$$
- Стоимость дуги $(\tau, t) \in E$ равна стоимости производства $d_{\tau+1,t}$ ед. продукта в период τ: $c(\tau, t) \stackrel{\text{def}}{=} f_{\tau+1} + w_{\tau+1} d_{\tau+1,t}$.
- Пути $P = (t_0 = 0, t_1, \dots, t_k = T)$ в графе G из вершины 0 в вершину T соответствует план пр-ва x^P, ненулевые компоненты которого определяются по правилу:
$$x^P_{t_i} = d_{t_{i-1}+1, t_i}, \quad i = 1, \dots, k.$$
- Причем, стоимость этого плана равна стоимости пути P.
- Следовательно, кратчайшему пути P^* в графе G из 0 в T соответствует оптимальный план производства $x^* = x^{P^*}$.

Сведение к задаче о кратчайшем пути

- Задача о размере партии с параметрами $\{\hat{d}_t = d_t, \hat{f}_t = f_t, \hat{c}_t = w_t, \hat{h}_t = 0\}_{t=1}^{T}$
- сводится к задаче поиска кратчайшего пути в ациклическом графе $G = (V, E)$, где

$$V = \{0, 1, \dots, T\},$$
$$E = \{(\tau, t) : \tau = 0, \dots, t-1;\ t = 1, \dots, T\}.$$

- Стоимость дуги $(\tau, t) \in E$ равна стоимости производства $d_{\tau+1,t}$ ед. продукта в период τ: $c(\tau, t) \stackrel{\text{def}}{=} f_{\tau+1} + w_{\tau+1} d_{\tau+1,t}$.
- Пути $P = (t_0 = 0, t_1, \dots, t_k = T)$ в графе G из вершины 0 в вершину T соответствует план пр-ва x^P, ненулевые компоненты которого определяются по правилу:

$$x^P_{t_i} = d_{t_{i-1}+1, t_i}, \quad i = 1, \dots, k.$$

- Причем, стоимость этого плана равна стоимости пути P.
- Следовательно, кратчайшему пути P^* в графе G из 0 в T соответствует оптимальный план производства $x^* = x^{P^*}$.

Сведение к задаче о кратчайшем пути

- Задача о размере партии с параметрами $\{\hat{d}_t = d_t, \hat{f}_t = f_t, \hat{c}_t = w_t, \hat{h}_t = 0\}_{t=1}^T$
- сводится к задаче поиска кратчайшего пути в ациклическом графе $G = (V, E)$, где
$$V = \{0, 1, \dots, T\},$$
$$E = \{(\tau, t) : \ \tau = 0, \dots, t-1; \ t = 1, \dots, T\}.$$
- Стоимость дуги $(\tau, t) \in E$ равна стоимости производства $d_{\tau+1,t}$ ед. продукта в период τ: $c(\tau, t) \stackrel{\text{def}}{=} f_{\tau+1} + w_{\tau+1} d_{\tau+1,t}$.
- Пути $P = (t_0 = 0, t_1, \dots, t_k = T)$ в графе G из вершины 0 в вершину T соответствует план пр-ва x^P, ненулевые компоненты которого определяются по правилу:
$$x^P_{t_i} = d_{t_{i-1}+1, t_i}, \quad i = 1, \dots, k.$$
- Причем, стоимость этого плана равна стоимости пути P.
- Следовательно, кратчайшему пути P^* в графе G из 0 в T соответствует оптимальный план производства $x^* = x^{P^*}$.

Сведение к задаче о кратчайшем пути

- Задача о размере партии с параметрами $\{\hat{d}_t = d_t, \hat{f}_t = f_t, \hat{c}_t = w_t, \hat{h}_t = 0\}_{t=1}^T$
- сводится к задаче поиска кратчайшего пути в ациклическом графе $G = (V, E)$, где
$$V = \{0, 1, \dots, T\},$$
$$E = \{(\tau, t) : \tau = 0, \dots, t-1;\ t = 1, \dots, T\}.$$
- Стоимость дуги $(\tau, t) \in E$ равна стоимости производства $d_{\tau+1,t}$ ед. продукта в период τ: $c(\tau, t) \stackrel{\text{def}}{=} f_{\tau+1} + w_{\tau+1} d_{\tau+1,t}$.
- Пути $P = (t_0 = 0, t_1, \dots, t_k = T)$ в графе G из вершины 0 в вершину T соответствует план пр-ва x^P, ненулевые компоненты которого определяются по правилу:
$$x^P_{t_i} = d_{t_{i-1}+1, t_i}, \quad i = 1, \dots, k.$$
- Причем, стоимость этого плана равна стоимости пути P.
- Следовательно, кратчайшему пути P^* в графе G из 0 в T соответствует оптимальный план производства $x^* = x^{P^*}$.

Сведение к задаче о кратчайшем пути

- Задача о размере партии с параметрами $\{\hat{d}_t = d_t, \hat{f}_t = f_t, \hat{c}_t = w_t, \hat{h}_t = 0\}_{t=1}^{T}$
- сводится к задаче поиска кратчайшего пути в ациклическом графе $G = (V, E)$, где
$$V = \{0, 1, \dots, T\},$$
$$E = \{(\tau, t) : \tau = 0, \dots, t-1;\ t = 1, \dots, T\}.$$
- Стоимость дуги $(\tau, t) \in E$ равна стоимости производства $d_{\tau+1,t}$ ед. продукта в период τ: $c(\tau, t) \stackrel{\text{def}}{=} f_{\tau+1} + w_{\tau+1} d_{\tau+1,t}$.
- Пути $P = (t_0 = 0, t_1, \dots, t_k = T)$ в графе G из вершины 0 в вершину T соответствует план пр-ва x^P, ненулевые компоненты которого определяются по правилу:
$$x^P_{t_i} = d_{t_{i-1}+1, t_i}, \quad i = 1, \dots, k.$$
- Причем, стоимость этого плана равна стоимости пути P.
- Следовательно, кратчайшему пути P^* в графе G из 0 в T соответствует оптимальный план производства $x^* = x^{P^*}$.

Сведение к задаче о кратчайшем пути

- Задача о размере партии с параметрами $\{\hat{d}_t = d_t, \hat{f}_t = f_t, \hat{c}_t = w_t, \hat{h}_t = 0\}_{t=1}^{T}$
- сводится к задаче поиска кратчайшего пути в ациклическом графе $G = (V, E)$, где
$$V = \{0, 1, \dots, T\},$$
$$E = \{(\tau, t) :\ \tau = 0, \dots, t-1;\ t = 1, \dots, T\}.$$
- Стоимость дуги $(\tau, t) \in E$ равна стоимости производства $d_{\tau+1,t}$ ед. продукта в период τ: $c(\tau, t) \stackrel{\text{def}}{=} f_{\tau+1} + w_{\tau+1} d_{\tau+1,t}$.
- Пути $P = (t_0 = 0, t_1, \dots, t_k = T)$ в графе G из вершины 0 в вершину T соответствует план пр-ва x^P, ненулевые компоненты которого определяются по правилу:
$$x^P_{t_i} = d_{t_{i-1}+1, t_i}, \quad i = 1, \dots, k.$$
- Причем, стоимость этого плана равна стоимости пути P.
- Следовательно, кратчайшему пути P^* в графе G из 0 в T соответствует оптимальный план производства $x^* = x^{P^*}$.

Сведение к задаче о кратчайшем пути

- Задача о размере партии с параметрами $\{\hat{d}_t = d_t, \hat{f}_t = f_t, \hat{c}_t = w_t, \hat{h}_t = 0\}_{t=1}^{T}$
- сводится к задаче поиска кратчайшего пути в ациклическом графе $G = (V, E)$, где

$$V = \{0, 1, \dots, T\},$$
$$E = \{(\tau, t) : \tau = 0, \dots, t-1;\ t = 1, \dots, T\}.$$

- Стоимость дуги $(\tau, t) \in E$ равна стоимости производства $d_{\tau+1,t}$ ед. продукта в период τ: $c(\tau, t) \stackrel{\text{def}}{=} f_{\tau+1} + w_{\tau+1} d_{\tau+1,t}$.
- Пути $P = (t_0 = 0, t_1, \dots, t_k = T)$ в графе G из вершины 0 в вершину T соответствует план пр-ва x^P, ненулевые компоненты которого определяются по правилу:

$$x^P_{t_i} = d_{t_{i-1}+1, t_i}, \quad i = 1, \dots, k.$$

- Причем, стоимость этого плана равна стоимости пути P.
- Следовательно, кратчайшему пути P^* в графе G из 0 в T соответствует оптимальный план производства $x^* = x^{P^*}$.

Сведение к задаче о кратчайшем пути

- Задача о размере партии с параметрами $\{\hat{d}_t = d_t, \hat{f}_t = f_t, \hat{c}_t = w_t, \hat{h}_t = 0\}_{t=1}^T$
- сводится к задаче поиска кратчайшего пути в ациклическом графе $G = (V, E)$, где
$$V = \{0, 1, \dots, T\},$$
$$E = \{(\tau, t) : \tau = 0, \dots, t-1;\ t = 1, \dots, T\}.$$
- Стоимость дуги $(\tau, t) \in E$ равна стоимости производства $d_{\tau+1,t}$ ед. продукта в период τ: $c(\tau, t) \stackrel{\text{def}}{=} f_{\tau+1} + w_{\tau+1} d_{\tau+1,t}$.
- Пути $P = (t_0 = 0, t_1, \dots, t_k = T)$ в графе G из вершины 0 в вершину T соответствует план пр-ва x^P, ненулевые компоненты которого определяются по правилу:
$$x^P_{t_i} = d_{t_{i-1}+1, t_i}, \quad i = 1, \dots, k.$$
- Причем, стоимость этого плана равна стоимости пути P.
- Следовательно, кратчайшему пути P^* в графе G из 0 в T соответствует оптимальный план производства $x^* = x^{P^*}$.

Рекуррентная формула

- Для $t = 0, 1, \ldots, T$ пусть H_t обозначает стоимость кратчайшего пути в графе G из вершины 0 в вершину t.
- Заметим, для $t > 0$ величина H_t есть стоимость оптимального решения для задачи о размере партии с параметрами $\{f_\tau, \hat{c}_\tau = w_\tau, \hat{h}_\tau = 0\}_{\tau=1}^{t}$, в которой плановый горизонт включает только t первых периода.
- Используя формулу для вычисления длин кратчайших путей в ациклическом графе, получаем следующее рекуррентное соотношение:

$$H_0 = 0,$$
$$H_t = \min_{1 \le \tau \le t}\{H_{\tau-1} + f_\tau + w_\tau d_{\tau t}\}, \quad t = 1, \ldots, T.$$

Рекуррентная формула

- Для $t = 0, 1, \ldots, T$ пусть H_t обозначает стоимость кратчайшего пути в графе G из вершины 0 в вершину t.
- Заметим, для $t > 0$ величина H_t есть стоимость оптимального решения для задачи о размере партии с параметрами $\{f_\tau, \hat{c}_\tau = w_\tau, \hat{h}_\tau = 0\}_{\tau=1}^{t}$, в которой плановый горизонт включает только t первых периода.
- Используя формулу для вычисления длин кратчайших путей в ациклическом графе, получаем следующее рекуррентное соотношение:

$$H_0 = 0,$$
$$H_t = \min_{1 \le \tau \le t}\{H_{\tau-1} + f_\tau + w_\tau d_{\tau t}\}, \quad t = 1, \ldots, T.$$

Рекуррентная формула

- Для $t = 0, 1, \ldots, T$ пусть H_t обозначает стоимость кратчайшего пути в графе G из вершины 0 в вершину t.
- Заметим, для $t > 0$ величина H_t есть стоимость оптимального решения для задачи о размере партии с параметрами $\{f_\tau, \hat{c}_\tau = w_\tau, \hat{h}_\tau = 0\}_{\tau=1}^{t}$, в которой плановый горизонт включает только t первых периода.
- Используя формулу для вычисления длин кратчайших путей в ациклическом графе, получаем следующее рекуррентное соотношение:

$$H_0 = 0,$$
$$H_t = \min_{1 \le \tau \le t} \{H_{\tau-1} + f_\tau + w_\tau d_{\tau t}\}, \quad t = 1, \ldots, T.$$

Рекуррентная формула

- Для $t = 0, 1, \ldots, T$ пусть H_t обозначает стоимость кратчайшего пути в графе G из вершины 0 в вершину t.
- Заметим, для $t > 0$ величина H_t есть стоимость оптимального решения для задачи о размере партии с параметрами $\{f_\tau, \hat{c}_\tau = w_\tau, \hat{h}_\tau = 0\}_{\tau=1}^{t}$, в которой плановый горизонт включает только t первых периода.
- Используя формулу для вычисления длин кратчайших путей в ациклическом графе, получаем следующее рекуррентное соотношение:

$$H_0 = 0,$$
$$H_t = \min_{1 \le \tau \le t} \{H_{\tau-1} + f_\tau + w_\tau d_{\tau t}\}, \quad t = 1, \ldots, T.$$

Рекуррентная формула

- Для $t = 0, 1, \ldots, T$ пусть H_t обозначает стоимость кратчайшего пути в графе G из вершины 0 в вершину t.
- Заметим, для $t > 0$ величина H_t есть стоимость оптимального решения для задачи о размере партии с параметрами $\{f_\tau, \hat{c}_\tau = w_\tau, \hat{h}_\tau = 0\}_{\tau=1}^t$, в которой плановый горизонт включает только t первых периода.
- Используя формулу для вычисления длин кратчайших путей в ациклическом графе, получаем следующее рекуррентное соотношение:

$$H_0 = 0,$$
$$H_t = \min_{1 \le \tau \le t}\{H_{\tau-1} + f_\tau + w_\tau d_{\tau t}\}, \quad t = 1, \ldots, T.$$

Рекуррентная формула

- Для $t = 0, 1, \ldots, T$ пусть H_t обозначает стоимость кратчайшего пути в графе G из вершины 0 в вершину t.
- Заметим, для $t > 0$ величина H_t есть стоимость оптимального решения для задачи о размере партии с параметрами $\{f_\tau, \hat{c}_\tau = w_\tau, \hat{h}_\tau = 0\}_{\tau=1}^t$, в которой плановый горизонт включает только t первых периода.
- Используя формулу для вычисления длин кратчайших путей в ациклическом графе, получаем следующее рекуррентное соотношение:

$$H_0 = 0,$$
$$H_t = \min_{1 \le \tau \le t} \{H_{\tau-1} + f_\tau + w_\tau d_{\tau t}\}, \quad t = 1, \ldots, T.$$

Рекуррентная формула

- Для $t = 0, 1, \ldots, T$ пусть H_t обозначает стоимость кратчайшего пути в графе G из вершины 0 в вершину t.
- Заметим, для $t > 0$ величина H_t есть стоимость оптимального решения для задачи о размере партии с параметрами $\{f_\tau, \hat{c}_\tau = w_\tau, \hat{h}_\tau = 0\}_{\tau=1}^t$, в которой плановый горизонт включает только t первых периода.
- Используя формулу для вычисления длин кратчайших путей в ациклическом графе, получаем следующее рекуррентное соотношение:

$$H_0 = 0,$$
$$H_t = \min_{1 \le \tau \le t}\{H_{\tau-1} + f_\tau + w_\tau d_{\tau t}\}, \quad t = 1, \ldots, T.$$

Числовой пример: прямой ход

t	d	f	c	h	w
1	2	10	3	1	8
2	4	20	2	2	6
3	4	16	2	1	4
4	2	10	3	1	4

- Решим пример.
- Вычислим $w_t = c_t + \sum_{\tau=t}^{4} h_\tau$.
- Вычислим $H_t = \min_{1\le\tau\le t} \{H_{\tau-1} + f_\tau + w_\tau d_{\tau t}\}$.

Числовой пример: прямой ход

t	d	f	c	h	w
1	2	10	3	1	8
2	4	20	2	2	6
3	4	16	2	1	4
4	2	10	3	1	4

- Решим пример.
- Вычислим $w_t = c_t + \sum_{\tau=t}^{4} h_\tau$.
- Вычислим $H_t = \min_{1\le\tau\le t} \{H_{\tau-1} + f_\tau + w_\tau d_{\tau t}\}$.

Числовой пример: прямой ход

t	d	f	c	h	w
1	2	10	3	1	8
2	4	20	2	2	6
3	4	16	2	1	4
4	2	10	3	1	4

- Решим пример.
- Вычислим $w_t = c_t + \sum_{\tau=t}^{4} h_\tau$.
- Вычислим $H_t = \min\limits_{1\le\tau\le t} \{H_{\tau-1} + f_\tau + w_\tau d_{\tau t}\}$.

Числовой пример: прямой ход

t	d	f	c	h	w
1	2	10	3	1	8
2	4	20	2	2	6
3	4	16	2	1	4
4	2	10	3	1	4

- Решим пример.
- Вычислим $w_t = c_t + \sum_{\tau=t}^{4} h_\tau$.
- Вычислим $H_t = \min_{1\le\tau\le t} \{H_{\tau-1} + f_\tau + w_\tau d_{\tau t}\}$.

Числовой пример: прямой ход

t	d	f	c	h	w
1	2	10	3	1	8
2	4	20	2	2	6
3	4	16	2	1	4
4	2	10	3	1	4

- Решим пример.
- Вычислим $w_t = c_t + \sum_{\tau=t}^{4} h_\tau$.
- Вычислим
$$H_t = \min_{1 \le \tau \le t} \{H_{\tau-1} + f_\tau + w_\tau d_{\tau t}\}.$$

Числовой пример: прямой ход

t	d	f	c	h	w
1	2	10	3	1	8
2	4	20	2	2	6
3	4	16	2	1	4
4	2	10	3	1	4

- Решим пример.
- Вычислим $w_t = c_t + \sum_{\tau=t}^{4} h_\tau$.
- Вычислим $H_t = \min\limits_{1\le\tau\le t} \{H_{\tau-1} + f_\tau + w_\tau d_{\tau t}\}$.

Числовой пример: прямой ход

t	d	f	c	h	w
1	2	10	3	1	8
2	4	20	2	2	6
3	4	16	2	1	4
4	2	10	3	1	4

- Решим пример.
- Вычислим $w_t = c_t + \sum_{\tau=t}^{4} h_\tau$.
- Вычислим $H_t = \min\limits_{1\le\tau\le t} \{H_{\tau-1} + f_\tau + w_\tau d_{\tau t}\}$.

Числовой пример: прямой ход

t	d	f	c	h	w
1	2	10	3	1	8
2	4	20	2	2	6
3	4	16	2	1	4
4	2	10	3	1	4

- Решим пример.
- Вычислим $w_t = c_t + \sum_{\tau=t}^{4} h_\tau$.
- Вычислим $H_t = \min\limits_{1\le\tau\le t} \{H_{\tau-1} + f_\tau + w_\tau d_{\tau t}\}$.

$H_0 = 0;$

Числовой пример: прямой ход

t	d	f	c	h	w
1	2	10	3	1	8
2	4	20	2	2	6
3	4	16	2	1	4
4	2	10	3	1	4

- Решим пример.
- Вычислим $w_t = c_t + \sum_{\tau=t}^{4} h_\tau$.
- Вычислим $H_t = \min\limits_{1 \le \tau \le t} \{H_{\tau-1} + f_\tau + w_\tau d_{\tau t}\}$.

$H_0 = 0;$

$H_1 = H_0 + f_1 + w_1 d_1 = 0 + 10 + 8 \cdot 2 = 26, \quad \tau_1 = 1$

Числовой пример: прямой ход

t	d	f	c	h	w
1	2	10	3	1	8
2	4	20	2	2	6
3	4	16	2	1	4
4	2	10	3	1	4

- Решим пример.
- Вычислим $w_t = c_t + \sum_{\tau=t}^{4} h_\tau$.
- Вычислим $H_t = \min\limits_{1\le\tau\le t} \{H_{\tau-1} + f_\tau + w_\tau d_{\tau t}\}$.

$H_0 = 0$;

$H_1 = H_0 + f_1 + w_1 d_1 = 0 + 10 + 8 \cdot 2 = 26, \quad \tau_1 = 1$

Числовой пример: прямой ход

t	d	f	c	h	w
1	2	10	3	1	8
2	4	20	2	2	6
3	4	16	2	1	4
4	2	10	3	1	4

- Решим пример.
- Вычислим $w_t = c_t + \sum_{\tau=t}^{4} h_\tau$.
- Вычислим $H_t = \min_{1\le\tau\le t} \{H_{\tau-1} + f_\tau + w_\tau d_{\tau t}\}$.

$H_0 = 0;$

$H_1 = H_0 + f_1 + w_1 d_1 = 0 + 10 + 8 \cdot 2 = 26, \quad \tau_1 = 1$

Числовой пример: прямой ход

t	d	f	c	h	w
1	2	10	3	1	8
2	4	20	2	2	6
3	4	16	2	1	4
4	2	10	3	1	4

- Решим пример.
- Вычислим $w_t = c_t + \sum_{\tau=t}^{4} h_\tau$.
- Вычислим $H_t = \min_{1\le\tau\le t} \{H_{\tau-1} + f_\tau + w_\tau d_{\tau t}\}$.

$H_0 = 0;$

$H_1 = H_0 + f_1 + w_1 d_1 = 0 + 10 + 8 \cdot 2 = 26, \quad \tau_1 = 1$

Числовой пример: прямой ход

t	d	f	c	h	w
1	2	10	3	1	8
2	4	20	2	2	6
3	4	16	2	1	4
4	2	10	3	1	4

- Решим пример.
- Вычислим $w_t = c_t + \sum_{\tau=t}^{4} h_\tau$.
- Вычислим $H_t = \min_{1 \le \tau \le t} \{H_{\tau-1} + f_\tau + w_\tau d_{\tau t}\}$.

$H_0 = 0$; $H_1 = 26$, $\tau_1 = 1$;

$$H_1 = H_0 + f_1 + w_1 d_1 = 0 + 10 + 8 \cdot 2 = 26, \quad \tau_1 = 1$$

Числовой пример: прямой ход

t	d	f	c	h	w
1	2	10	3	1	8
2	4	20	2	2	6
3	4	16	2	1	4
4	2	10	3	1	4

- Решим пример.
- Вычислим $w_t = c_t + \sum_{\tau=t}^{4} h_\tau$.
- Вычислим $H_t = \min\limits_{1\le\tau\le t} \{H_{\tau-1} + f_\tau + w_\tau d_{\tau t}\}$.

$H_0 = 0$; $H_1 = 26$, $\tau_1 = 1$;

$$H_2 = \min\{H_0 + f_1 + w_1(d_1 + d_2) = 0 + 10 + 8\cdot(2+4) = 58,$$
$$H_1 + f_2 + w_2 d_2 = 26 + 20 + 6\cdot 4 = 70\}$$
$$= 58, \quad \tau_2 = 1$$

Числовой пример: прямой ход

t	d	f	c	h	w
1	2	10	3	1	8
2	4	20	2	2	6
3	4	16	2	1	4
4	2	10	3	1	4

- Решим пример.
- Вычислим $w_t = c_t + \sum_{\tau=t}^{4} h_\tau$.
- Вычислим $H_t = \min_{1 \le \tau \le t} \{H_{\tau-1} + f_\tau + w_\tau d_{\tau t}\}$.

$H_0 = 0$; $H_1 = 26$, $\tau_1 = 1$;

$$H_2 = \min\{H_0 + f_1 + w_1(d_1 + d_2) = 0 + 10 + 8 \cdot (2+4) = 58, \quad H_1 + f_2 + w_2 d_2 = 26 + 20 + 6 \cdot 4 = 70\} = 58, \quad \tau_2 = 1$$

Числовой пример: прямой ход

t	d	f	c	h	w
1	2	10	3	1	8
2	4	20	2	2	6
3	4	16	2	1	4
4	2	10	3	1	4

- Решим пример.
- Вычислим $w_t = c_t + \sum_{\tau=t}^{4} h_\tau$.
- Вычислим $H_t = \min\limits_{1\le\tau\le t} \{H_{\tau-1} + f_\tau + w_\tau d_{\tau t}\}$.

$H_0 = 0;\ H_1 = 26,\ \tau_1 = 1;$

$$H_2 = \min\{H_0 + f_1 + w_1(d_1 + d_2) = 0 + 10 + 8 \cdot (2+4) = 58,$$
$$H_1 + f_2 + w_2 d_2 = 26 + 20 + 6 \cdot 4 = 70\}$$
$$= 58, \quad \tau_2 = 1$$

Числовой пример: прямой ход

t	d	f	c	h	w
1	2	10	3	1	8
2	4	20	2	2	6
3	4	16	2	1	4
4	2	10	3	1	4

- Решим пример.
- Вычислим $w_t = c_t + \sum_{\tau=t}^{4} h_\tau$.
- Вычислим $H_t = \min\limits_{1\le\tau\le t} \{H_{\tau-1} + f_\tau + w_\tau d_{\tau t}\}$.

$H_0 = 0$; $H_1 = 26$, $\tau_1 = 1$;

$$H_2 = \min\{H_0 + f_1 + w_1(d_1 + d_2) = 0 + 10 + 8 \cdot (2 + 4) = 58,$$
$$H_1 + f_2 + w_2 d_2 = 26 + 20 + 6 \cdot 4 = 70\}$$
$$= 58, \quad \tau_2 = 1$$

Числовой пример: прямой ход

t	d	f	c	h	w
1	2	10	3	1	8
2	4	20	2	2	6
3	4	16	2	1	4
4	2	10	3	1	4

- Решим пример.
- Вычислим $w_t = c_t + \sum_{\tau=t}^{4} h_\tau$.
- Вычислим $H_t = \min\limits_{1\le\tau\le t}\{H_{\tau-1} + f_\tau + w_\tau d_{\tau t}\}$.

$H_0 = 0$; $H_1 = 26$, $\tau_1 = 1$;

$$H_2 = \min\{H_0 + f_1 + w_1(d_1 + d_2) = 0 + 10 + 8\cdot(2+4) = 58,$$
$$H_1 + f_2 + w_2 d_2 = 26 + 20 + 6\cdot 4 = 70\}$$
$$= 58, \quad \tau_2 = 1$$

Числовой пример: прямой ход

t	d	f	c	h	w
1	2	10	3	1	8
2	4	20	2	2	6
3	4	16	2	1	4
4	2	10	3	1	4

- Решим пример.
- Вычислим $w_t = c_t + \sum_{\tau=t}^{4} h_\tau$.
- Вычислим $H_t = \min_{1\le\tau\le t} \{H_{\tau-1} + f_\tau + w_\tau d_{\tau t}\}$.

$H_0 = 0$; $H_1 = 26$, $\tau_1 = 1$;

$$H_2 = \min\{H_0 + f_1 + w_1(d_1 + d_2) = 0 + 10 + 8 \cdot (2+4) = 58,$$
$$H_1 + f_2 + w_2 d_2 = 26 + 20 + 6 \cdot 4 = 70\}$$
$$= 58, \quad \tau_2 = 1$$

Числовой пример: прямой ход

t	d	f	c	h	w
1	2	10	3	1	8
2	4	20	2	2	6
3	4	16	2	1	4
4	2	10	3	1	4

- Решим пример.
- Вычислим $w_t = c_t + \sum_{\tau=t}^{4} h_\tau$.
- Вычислим $H_t = \min_{1\le\tau\le t} \{H_{\tau-1} + f_\tau + w_\tau d_{\tau t}\}$.

$H_0 = 0$; $H_1 = 26$, $\tau_1 = 1$;

$$H_2 = \min\{H_0 + f_1 + w_1(d_1 + d_2) = 0 + 10 + 8 \cdot (2+4) = 58,$$
$$H_1 + f_2 + w_2 d_2 = 26 + 20 + 6 \cdot 4 = 70\}$$
$$= 58, \quad \tau_2 = 1$$

Числовой пример: прямой ход

t	d	f	c	h	w
1	2	10	3	1	8
2	4	20	2	2	6
3	4	16	2	1	4
4	2	10	3	1	4

- Решим пример.
- Вычислим $w_t = c_t + \sum_{\tau=t}^{4} h_\tau$.
- Вычислим $H_t = \min_{1\le\tau\le t} \{H_{\tau-1} + f_\tau + w_\tau d_{\tau t}\}$.

$H_0 = 0$; $H_1 = 26$, $\tau_1 = 1$;

$$H_2 = \min\{H_0 + f_1 + w_1(d_1 + d_2) = 0 + 10 + 8 \cdot (2 + 4) = 58,$$
$$H_1 + f_2 + w_2 d_2 = 26 + 20 + 6 \cdot 4 = 70\}$$
$$= 58, \quad \tau_2 = 1$$

Числовой пример: прямой ход

t	d	f	c	h	w
1	2	10	3	1	8
2	4	20	2	2	6
3	4	16	2	1	4
4	2	10	3	1	4

- Решим пример.
- Вычислим $w_t = c_t + \sum_{\tau=t}^{4} h_\tau$.
- Вычислим $H_t = \min\limits_{1\le\tau\le t} \{H_{\tau-1} + f_\tau + w_\tau d_{\tau t}\}$.

$H_0 = 0$; $H_1 = 26$, $\tau_1 = 1$;

$$H_2 = \min\{H_0 + f_1 + w_1(d_1 + d_2) = 0 + 10 + 8 \cdot (2+4) = 58,$$
$$H_1 + f_2 + w_2 d_2 = 26 + 20 + 6 \cdot 4 = 70\}$$
$$= 58, \quad \tau_2 = 1$$

Числовой пример: прямой ход

t	d	f	c	h	w
1	2	10	3	1	8
2	4	20	2	2	6
3	4	16	2	1	4
4	2	10	3	1	4

- Решим пример.
- Вычислим $w_t = c_t + \sum_{\tau=t}^{4} h_\tau$.
- Вычислим $H_t = \min_{1 \le \tau \le t} \{H_{\tau-1} + f_\tau + w_\tau d_{\tau t}\}$.

$H_0 = 0$; $H_1 = 26$, $\tau_1 = 1$;

$$H_2 = \min\{H_0 + f_1 + w_1(d_1 + d_2) = 0 + 10 + 8 \cdot (2 + 4) = 58,$$
$$H_1 + f_2 + w_2 d_2 = 26 + 20 + 6 \cdot 4 = 70\}$$
$$= 58, \quad \tau_2 = 1$$

Числовой пример: прямой ход

t	d	f	c	h	w
1	2	10	3	1	8
2	4	20	2	2	6
3	4	16	2	1	4
4	2	10	3	1	4

- Решим пример.
- Вычислим $w_t = c_t + \sum_{\tau=t}^{4} h_\tau$.
- Вычислим $H_t = \min\limits_{1\le\tau\le t} \{H_{\tau-1} + f_\tau + w_\tau d_{\tau t}\}$.

$H_0 = 0;\ H_1 = 26,\ \tau_1 = 1;\ H_2 = 58,\ \tau_2 = 1;$

$$H_2 = \min\{H_0 + f_1 + w_1(d_1 + d_2) = 0 + 10 + 8\cdot(2+4) = 58,$$
$$H_1 + f_2 + w_2 d_2 = 26 + 20 + 6\cdot 4 = 70\}$$
$$= 58, \quad \tau_2 = 1$$

Числовой пример: прямой ход

t	d	f	c	h	w
1	2	10	3	1	8
2	4	20	2	2	6
3	4	16	2	1	4
4	2	10	3	1	4

- Решим пример.
- Вычислим $w_t = c_t + \sum_{\tau=t}^{4} h_\tau$.
- Вычислим $H_t = \min\limits_{1\le\tau\le t} \{H_{\tau-1} + f_\tau + w_\tau d_{\tau t}\}$.

$H_0 = 0$; $H_1 = 26$, $\tau_1 = 1$; $H_2 = 58$, $\tau_2 = 1$;

$$H_3 = \min\{H_0 + f_1 + w_1(d_1 + d_2 + d_3) = 0 + 10 + 8\cdot(2+4+4) = 90,$$
$$H_1 + f_2 + w_2(d_2 + d_3) = 26 + 20 + 6\cdot(4+4) = 94,$$
$$H_2 + f_3 + w_3 d_3 = 58 + 16 + 4\cdot 4 = 90\}$$
$$= 90, \quad \tau_3 = 1$$

Числовой пример: прямой ход

t	d	f	c	h	w
1	2	10	3	1	8
2	4	20	2	2	6
3	4	16	2	1	4
4	2	10	3	1	4

- Решим пример.
- Вычислим $w_t = c_t + \sum_{\tau=t}^{4} h_\tau$.
- Вычислим $H_t = \min\limits_{1\le\tau\le t} \{H_{\tau-1} + f_\tau + w_\tau d_{\tau t}\}$.

$H_0 = 0$; $H_1 = 26,\ \tau_1 = 1$; $H_2 = 58,\ \tau_2 = 1$;

$$\begin{aligned} H_3 = \min\{&H_0 + f_1 + w_1(d_1 + d_2 + d_3) = 0 + 10 + 8\cdot(2+4+4) = 90,\\ &H_1 + f_2 + w_2(d_2 + d_3) = 26 + 20 + 6\cdot(4+4) = 94,\\ &H_2 + f_3 + w_3 d_3 = 58 + 16 + 4\cdot 4 = 90\}\\ = 90,\quad &\tau_3 = 1 \end{aligned}$$

Числовой пример: прямой ход

t	d	f	c	h	w
1	2	10	3	1	8
2	4	20	2	2	6
3	4	16	2	1	4
4	2	10	3	1	4

- Решим пример.
- Вычислим $w_t = c_t + \sum_{\tau=t}^{4} h_\tau$.
- Вычислим $H_t = \min\limits_{1\le\tau\le t} \{H_{\tau-1} + f_\tau + w_\tau d_{\tau t}\}$.

$H_0 = 0$; $H_1 = 26$, $\tau_1 = 1$; $H_2 = 58$, $\tau_2 = 1$;

$$H_3 = \min\{H_0 + f_1 + w_1(d_1 + d_2 + d_3) = 0 + 10 + 8 \cdot (2 + 4 + 4) = 90,$$
$$H_1 + f_2 + w_2(d_2 + d_3) = 26 + 20 + 6 \cdot (4 + 4) = 94,$$
$$H_2 + f_3 + w_3 d_3 = 58 + 16 + 4 \cdot 4 = 90\}$$
$$= 90, \quad \tau_3 = 1$$

Числовой пример: прямой ход

t	d	f	c	h	w
1	2	10	3	1	8
2	4	20	2	2	6
3	4	16	2	1	4
4	2	10	3	1	4

- Решим пример.
- Вычислим $w_t = c_t + \sum_{\tau=t}^{4} h_\tau$.
- Вычислим $H_t = \min\limits_{1\le\tau\le t} \{H_{\tau-1} + f_\tau + w_\tau d_{\tau t}\}$.

$H_0 = 0$; $H_1 = 26$, $\tau_1 = 1$; $H_2 = 58$, $\tau_2 = 1$;

$$\begin{aligned} H_3 = \min\{&H_0 + f_1 + w_1(d_1 + d_2 + d_3) = 0 + 10 + 8 \cdot (2 + 4 + 4) = 90, \\ &H_1 + f_2 + w_2(d_2 + d_3) = 26 + 20 + 6 \cdot (4 + 4) = 94, \\ &H_2 + f_3 + w_3 d_3 = 58 + 16 + 4 \cdot 4 = 90\} \\ = 90, \quad &\tau_3 = 1 \end{aligned}$$

Числовой пример: прямой ход

t	d	f	c	h	w
1	2	10	3	1	8
2	4	20	2	2	6
3	4	16	2	1	4
4	2	10	3	1	4

- Решим пример.
- Вычислим $w_t = c_t + \sum_{\tau=t}^{4} h_\tau$.
- Вычислим $H_t = \min_{1\le\tau\le t}\{H_{\tau-1} + f_\tau + w_\tau d_{\tau t}\}$.

$H_0 = 0;\ H_1 = 26,\ \tau_1 = 1;\ H_2 = 58,\ \tau_2 = 1;$

$$H_3 = \min\{H_0 + f_1 + w_1(d_1 + d_2 + d_3) = 0 + 10 + 8\cdot(2+4+4) = 90,$$
$$H_1 + f_2 + w_2(d_2 + d_3) = 26 + 20 + 6\cdot(4+4) = 94,$$
$$H_2 + f_3 + w_3 d_3 = 58 + 16 + 4\cdot 4 = 90\}$$
$$= 90, \quad \tau_3 = 1$$

Числовой пример: прямой ход

t	d	f	c	h	w
1	2	10	3	1	8
2	4	20	2	2	6
3	4	16	2	1	4
4	2	10	3	1	4

- Решим пример.
- Вычислим $w_t = c_t + \sum_{\tau=t}^{4} h_\tau$.
- Вычислим $H_t = \min\limits_{1\le\tau\le t} \{H_{\tau-1} + f_\tau + w_\tau d_{\tau t}\}$.

$H_0 = 0$; $H_1 = 26$, $\tau_1 = 1$; $H_2 = 58$, $\tau_2 = 1$;

$$H_3 = \min\{H_0 + f_1 + w_1(d_1 + d_2 + d_3) = 0 + 10 + 8\cdot(2+4+4) = 90,$$
$$H_1 + f_2 + w_2(d_2 + d_3) = 26 + 20 + 6\cdot(4+4) = 94,$$
$$H_2 + f_3 + w_3 d_3 = 58 + 16 + 4\cdot 4 = 90\}$$
$$= 90, \quad \tau_3 = 1$$

Числовой пример: прямой ход

t	d	f	c	h	w
1	2	10	3	1	8
2	4	20	2	2	6
3	4	16	2	1	4
4	2	10	3	1	4

- Решим пример.
- Вычислим $w_t = c_t + \sum_{\tau=t}^{4} h_\tau$.
- Вычислим $H_t = \min\limits_{1\le\tau\le t} \{H_{\tau-1} + f_\tau + w_\tau d_{\tau t}\}$.

$H_0 = 0$; $H_1 = 26$, $\tau_1 = 1$; $H_2 = 58$, $\tau_2 = 1$;

$$H_3 = \min\{H_0 + f_1 + w_1(d_1 + d_2 + d_3) = 0 + 10 + 8 \cdot (2 + 4 + 4) = 90,$$
$$H_1 + f_2 + w_2(d_2 + d_3) = 26 + 20 + 6 \cdot (4 + 4) = 94,$$
$$H_2 + f_3 + w_3 d_3 = 58 + 16 + 4 \cdot 4 = 90\}$$
$$= 90, \quad \tau_3 = 1$$

Числовой пример: прямой ход

t	d	f	c	h	w
1	2	10	3	1	8
2	4	20	2	2	6
3	4	16	2	1	4
4	2	10	3	1	4

- Решим пример.
- Вычислим $w_t = c_t + \sum_{\tau=t}^{4} h_\tau$.
- Вычислим $H_t = \min\limits_{1\le\tau\le t}\{H_{\tau-1} + f_\tau + w_\tau d_{\tau t}\}$.

$H_0 = 0$; $H_1 = 26$, $\tau_1 = 1$; $H_2 = 58$, $\tau_2 = 1$;

$$\begin{aligned} H_3 = \min\{ & H_0 + f_1 + w_1(d_1 + d_2 + d_3) = 0 + 10 + 8\cdot(2+4+4) = 90, \\ & H_1 + f_2 + w_2(d_2 + d_3) = 26 + 20 + 6\cdot(4+4) = 94, \\ & H_2 + f_3 + w_3 d_3 = 58 + 16 + 4\cdot 4 = 90\} \\ = 90, \quad & \tau_3 = 1 \end{aligned}$$

Числовой пример: прямой ход

t	d	f	c	h	w
1	2	10	3	1	8
2	4	20	2	2	6
3	4	16	2	1	4
4	2	10	3	1	4

- Решим пример.
- Вычислим $w_t = c_t + \sum_{\tau=t}^{4} h_\tau$.
- Вычислим $H_t = \min\limits_{1 \le \tau \le t} \{H_{\tau-1} + f_\tau + w_\tau d_{\tau t}\}$.

$H_0 = 0$; $H_1 = 26$, $\tau_1 = 1$; $H_2 = 58$, $\tau_2 = 1$;

$$H_3 = \min\{H_0 + f_1 + w_1(d_1 + d_2 + d_3) = 0 + 10 + 8 \cdot (2 + 4 + 4) = 90,$$
$$H_1 + f_2 + w_2(d_2 + d_3) = 26 + 20 + 6 \cdot (4 + 4) = 94,$$
$$H_2 + f_3 + w_3 d_3 = 58 + 16 + 4 \cdot 4 = 90\}$$
$$= 90, \quad \tau_3 = 1$$

Числовой пример: прямой ход

t	d	f	c	h	w
1	2	10	3	1	8
2	4	20	2	2	6
3	4	16	2	1	4
4	2	10	3	1	4

- Решим пример.
- Вычислим $w_t = c_t + \sum_{\tau=t}^{4} h_\tau$.
- Вычислим $H_t = \min\limits_{1\le\tau\le t} \{H_{\tau-1} + f_\tau + w_\tau d_{\tau t}\}$.

$H_0 = 0$; $H_1 = 26$, $\tau_1 = 1$; $H_2 = 58$, $\tau_2 = 1$;

$$\begin{aligned} H_3 = \min\{&H_0 + f_1 + w_1(d_1 + d_2 + d_3) = 0 + 10 + 8\cdot(2+4+4) = 90,\\ &H_1 + f_2 + w_2(d_2 + d_3) = 26 + 20 + 6\cdot(4+4) = 94,\\ &H_2 + f_3 + w_3 d_3 = 58 + 16 + 4\cdot 4 = 90\}\\ = 90,\quad &\tau_3 = 1 \end{aligned}$$

Числовой пример: прямой ход

t	d	f	c	h	w
1	2	10	3	1	8
2	4	20	2	2	6
3	4	16	2	1	4
4	2	10	3	1	4

- Решим пример.
- Вычислим $w_t = c_t + \sum_{\tau=t}^{4} h_\tau$.
- Вычислим $H_t = \min\limits_{1\le\tau\le t} \{H_{\tau-1} + f_\tau + w_\tau d_{\tau t}\}$.

$H_0 = 0$; $H_1 = 26$, $\tau_1 = 1$; $H_2 = 58$, $\tau_2 = 1$;

$$H_3 = \min\{H_0 + f_1 + w_1(d_1 + d_2 + d_3) = 0 + 10 + 8 \cdot (2 + 4 + 4) = 90,$$
$$H_1 + f_2 + w_2(d_2 + d_3) = 26 + 20 + 6 \cdot (4 + 4) = 94,$$
$$H_2 + f_3 + w_3 d_3 = 58 + 16 + 4 \cdot 4 = 90\}$$
$$= 90, \quad \tau_3 = 1$$

Числовой пример: прямой ход

t	d	f	c	h	w
1	2	10	3	1	8
2	4	20	2	2	6
3	4	16	2	1	4
4	2	10	3	1	4

- Решим пример.
- Вычислим $w_t = c_t + \sum_{\tau=t}^{4} h_\tau$.
- Вычислим $H_t = \min\limits_{1\le\tau\le t} \{H_{\tau-1} + f_\tau + w_\tau d_{\tau t}\}$.

$H_0 = 0$; $H_1 = 26$, $\tau_1 = 1$; $H_2 = 58$, $\tau_2 = 1$;

$$H_3 = \min\{H_0 + f_1 + w_1(d_1+d_2+d_3) = 0+10+8\cdot(2+4+4) = 90,$$
$$H_1 + f_2 + w_2(d_2+d_3) = 26+20+6\cdot(4+4) = 94,$$
$$H_2 + f_3 + w_3 d_3 = 58 + 16 + 4\cdot 4 = 90\}$$
$$= 90, \quad \tau_3 = 1$$

Числовой пример: прямой ход

t	d	f	c	h	w
1	2	10	3	1	8
2	4	20	2	2	6
3	4	16	2	1	4
4	2	10	3	1	4

- Решим пример.
- Вычислим $w_t = c_t + \sum_{\tau=t}^{4} h_\tau$.
- Вычислим $H_t = \min\limits_{1 \le \tau \le t} \{H_{\tau-1} + f_\tau + w_\tau d_{\tau t}\}$.

$H_0 = 0$; $H_1 = 26$, $\tau_1 = 1$; $H_2 = 58$, $\tau_2 = 1$;

$$H_3 = \min\{H_0 + f_1 + w_1(d_1 + d_2 + d_3) = 0 + 10 + 8 \cdot (2 + 4 + 4) = 90,$$
$$H_1 + f_2 + w_2(d_2 + d_3) = 26 + 20 + 6 \cdot (4 + 4) = 94,$$
$$H_2 + f_3 + w_3 d_3 = 58 + 16 + 4 \cdot 4 = 90\}$$
$$= 90, \quad \tau_3 = 1$$

Числовой пример: прямой ход

t	d	f	c	h	w
1	2	10	3	1	8
2	4	20	2	2	6
3	4	16	2	1	4
4	2	10	3	1	4

- Решим пример.
- Вычислим $w_t = c_t + \sum_{\tau=t}^{4} h_\tau$.
- Вычислим $H_t = \min\limits_{1\le\tau\le t}\{H_{\tau-1} + f_\tau + w_\tau d_{\tau t}\}$.

$H_0 = 0$; $H_1 = 26,\ \tau_1 = 1$; $H_2 = 58,\ \tau_2 = 1$;

$$\begin{aligned} H_3 = \min\{ & H_0 + f_1 + w_1(d_1 + d_2 + d_3) = 0 + 10 + 8\cdot(2+4+4) = 90,\\ & H_1 + f_2 + w_2(d_2 + d_3) = 26 + 20 + 6\cdot(4+4) = 94,\\ & H_2 + f_3 + w_3 d_3 = 58 + 16 + 4\cdot 4 = 90\} \end{aligned}$$

$= 90,\quad \tau_3 = 1$

Числовой пример: прямой ход

t	d	f	c	h	w
1	2	10	3	1	8
2	4	20	2	2	6
3	4	16	2	1	4
4	2	10	3	1	4

- Решим пример.
- Вычислим $w_t = c_t + \sum_{\tau=t}^{4} h_\tau$.
- Вычислим $H_t = \min\limits_{1\le\tau\le t} \{H_{\tau-1} + f_\tau + w_\tau d_{\tau t}\}$.

$H_0 = 0$; $H_1 = 26$, $\tau_1 = 1$; $H_2 = 58$, $\tau_2 = 1$;

$$
\begin{aligned}
H_3 = \min\{ & H_0 + f_1 + w_1(d_1 + d_2 + d_3) = 0 + 10 + 8 \cdot (2 + 4 + 4) = 90, \\
& H_1 + f_2 + w_2(d_2 + d_3) = 26 + 20 + 6 \cdot (4 + 4) = 94, \\
& H_2 + f_3 + w_3 d_3 = 58 + 16 + 4 \cdot 4 = 90\}
\end{aligned}
$$

$= 90, \quad \tau_3 = 1$

Числовой пример: прямой ход

t	d	f	c	h	w
1	2	10	3	1	8
2	4	20	2	2	6
3	4	16	2	1	4
4	2	10	3	1	4

- Решим пример.
- Вычислим $w_t = c_t + \sum_{\tau=t}^{4} h_\tau$.
- Вычислим $H_t = \min_{1\le\tau\le t}\{H_{\tau-1} + f_\tau + w_\tau d_{\tau t}\}$.

$H_0 = 0$; $H_1 = 26$, $\tau_1 = 1$; $H_2 = 58$, $\tau_2 = 1$; $H_3 = 90$, $\tau_3 = 1$;

$$\begin{aligned} H_3 = \min\{&H_0 + f_1 + w_1(d_1 + d_2 + d_3) = 0 + 10 + 8\cdot(2+4+4) = 90,\\ &H_1 + f_2 + w_2(d_2 + d_3) = 26 + 20 + 6\cdot(4+4) = 94,\\ &H_2 + f_3 + w_3 d_3 = 58 + 16 + 4\cdot 4 = 90\}\\ = 90,\quad &\tau_3 = 1 \end{aligned}$$

Числовой пример: прямой ход

t	d	f	c	h	w
1	2	10	3	1	8
2	4	20	2	2	6
3	4	16	2	1	4
4	2	10	3	1	4

- Решим пример.
- Вычислим $w_t = c_t + \sum_{\tau=t}^{4} h_\tau$.
- Вычислим $H_t = \min\limits_{1 \le \tau \le t} \{H_{\tau-1} + f_\tau + w_\tau d_{\tau t}\}$.

$H_0 = 0$; $H_1 = 26$, $\tau_1 = 1$; $H_2 = 58$, $\tau_2 = 1$; $H_3 = 90$, $\tau_3 = 1$;

$$
\begin{aligned}
H_4 = \min\{&H_0 + f_1 + w_1(d_1 + d_2 + d_3 + d_4) = \\
&\qquad 0 + 10 + 8 \cdot (2 + 4 + 4 + 2) = 106, \\
&H_1 + f_2 + w_2(d_2 + d_3 + d_4) = \\
&\qquad 26 + 20 + 6 \cdot (4 + 4 + 2) = 106, \\
&H_2 + f_3 + w_3(d_3 + d_4) = 58 + 16 + 4 \cdot (4 + 2) = 98, \\
&H_3 + f_4 + w_4 d_4 = 90 + 10 + 4 \cdot 2 = 108\} \\
= 98, &\quad \tau_4 = 3
\end{aligned}
$$

Числовой пример: прямой ход

t	d	f	c	h	w
1	2	10	3	1	8
2	4	20	2	2	6
3	4	16	2	1	4
4	2	10	3	1	4

- Решим пример.
- Вычислим $w_t = c_t + \sum_{\tau=t}^{4} h_\tau$.
- Вычислим $H_t = \min\limits_{1\le\tau\le t} \{H_{\tau-1} + f_\tau + w_\tau d_{\tau t}\}$.

$H_0 = 0$; $H_1 = 26$, $\tau_1 = 1$; $H_2 = 58$, $\tau_2 = 1$; $H_3 = 90$, $\tau_3 = 1$;

$$H_4 = \min\{H_0 + f_1 + w_1(d_1 + d_2 + d_3 + d_4) = 0 + 10 + 8\cdot(2+4+4+2) = 106,$$
$$H_1 + f_2 + w_2(d_2 + d_3 + d_4) = 26 + 20 + 6\cdot(4+4+2) = 106,$$
$$H_2 + f_3 + w_3(d_3 + d_4) = 58 + 16 + 4\cdot(4+2) = 98,$$
$$H_3 + f_4 + w_4 d_4 = 90 + 10 + 4\cdot 2 = 108\}$$
$$= 98, \quad \tau_4 = 3$$

Числовой пример: прямой ход

t	d	f	c	h	w
1	2	10	3	1	8
2	4	20	2	2	6
3	4	16	2	1	4
4	2	10	3	1	4

- Решим пример.
- Вычислим $w_t = c_t + \sum_{\tau=t}^{4} h_\tau$.
- Вычислим $H_t = \min\limits_{1\le\tau\le t} \{H_{\tau-1} + f_\tau + w_\tau d_{\tau t}\}$.

$H_0 = 0$; $H_1 = 26$, $\tau_1 = 1$; $H_2 = 58$, $\tau_2 = 1$; $H_3 = 90$, $\tau_3 = 1$;

$$H_4 = \min\{H_0 + f_1 + w_1(d_1 + d_2 + d_3 + d_4) = 0 + 10 + 8 \cdot (2+4+4+2) = 106,$$
$$H_1 + f_2 + w_2(d_2 + d_3 + d_4) = 26 + 20 + 6 \cdot (4+4+2) = 106,$$
$$H_2 + f_3 + w_3(d_3 + d_4) = 58 + 16 + 4 \cdot (4+2) = 98,$$
$$H_3 + f_4 + w_4 d_4 = 90 + 10 + 4 \cdot 2 = 108\}$$
$$= 98, \quad \tau_4 = 3$$

Числовой пример: прямой ход

t	d	f	c	h	w
1	2	10	3	1	8
2	4	20	2	2	6
3	4	16	2	1	4
4	2	10	3	1	4

- Решим пример.
- Вычислим $w_t = c_t + \sum_{\tau=t}^{4} h_\tau$.
- Вычислим $H_t = \min\limits_{1\le\tau\le t} \{H_{\tau-1} + f_\tau + w_\tau d_{\tau t}\}$.

$H_0 = 0;\ H_1 = 26,\ \tau_1 = 1;\ H_2 = 58,\ \tau_2 = 1;\ H_3 = 90,\ \tau_3 = 1;$

$$H_4 = \min\{H_0 + f_1 + w_1(d_1 + d_2 + d_3 + d_4) = 0 + 10 + 8\cdot(2+4+4+2) = 106,$$
$$H_1 + f_2 + w_2(d_2 + d_3 + d_4) = 26 + 20 + 6\cdot(4+4+2) = 106,$$
$$H_2 + f_3 + w_3(d_3 + d_4) = 58 + 16 + 4\cdot(4+2) = 98,$$
$$H_3 + f_4 + w_4 d_4 = 90 + 10 + 4\cdot 2 = 108\}$$
$$= 98, \quad \tau_4 = 3$$

Числовой пример: прямой ход

t	d	f	c	h	w
1	2	10	3	1	8
2	4	20	2	2	6
3	4	16	2	1	4
4	2	10	3	1	4

- Решим пример.
- Вычислим $w_t = c_t + \sum_{\tau=t}^{4} h_\tau$.
- Вычислим $H_t = \min\limits_{1\le\tau\le t} \{H_{\tau-1} + f_\tau + w_\tau d_{\tau t}\}$.

$H_0 = 0$; $H_1 = 26$, $\tau_1 = 1$; $H_2 = 58$, $\tau_2 = 1$; $H_3 = 90$, $\tau_3 = 1$;

$$H_4 = \min\{H_0 + f_1 + w_1(d_1 + d_2 + d_3 + d_4) = 0 + 10 + 8 \cdot (2 + 4 + 4 + 2) = 106,$$
$$H_1 + f_2 + w_2(d_2 + d_3 + d_4) = 26 + 20 + 6 \cdot (4 + 4 + 2) = 106,$$
$$H_2 + f_3 + w_3(d_3 + d_4) = 58 + 16 + 4 \cdot (4 + 2) = 98,$$
$$H_3 + f_4 + w_4 d_4 = 90 + 10 + 4 \cdot 2 = 108\}$$
$$= 98, \quad \tau_4 = 3$$

Числовой пример: прямой ход

t	d	f	c	h	w
1	2	10	3	1	8
2	4	20	2	2	6
3	4	16	2	1	4
4	2	10	3	1	4

- Решим пример.
- Вычислим $w_t = c_t + \sum_{\tau=t}^{4} h_\tau$.
- Вычислим $H_t = \min\limits_{1\le\tau\le t}\{H_{\tau-1} + f_\tau + w_\tau d_{\tau t}\}$.

$H_0 = 0;\ H_1 = 26,\ \tau_1 = 1;\ H_2 = 58,\ \tau_2 = 1;\ H_3 = 90,\ \tau_3 = 1;$

$$\begin{aligned}
H_4 = \min\{&H_0 + f_1 + w_1(d_1+d_2+d_3+d_4) = \\
&\qquad 0 + 10 + 8\cdot(2+4+4+2) = 106,\\
&H_1 + f_2 + w_2(d_2+d_3+d_4) = \\
&\qquad 26 + 20 + 6\cdot(4+4+2) = 106,\\
&H_2 + f_3 + w_3(d_3+d_4) = 58 + 16 + 4\cdot(4+2) = 98,\\
&H_3 + f_4 + w_4 d_4 = 90 + 10 + 4\cdot 2 = 108\}\\
= 98,\quad \tau_4 = 3&
\end{aligned}$$

Числовой пример: прямой ход

t	d	f	c	h	w
1	2	10	3	1	8
2	4	20	2	2	6
3	4	16	2	1	4
4	2	10	3	1	4

- Решим пример.
- Вычислим $w_t = c_t + \sum_{\tau=t}^{4} h_\tau$.
- Вычислим $H_t = \min\limits_{1\le\tau\le t} \{H_{\tau-1} + f_\tau + w_\tau d_{\tau t}\}$.

$H_0 = 0$; $H_1 = 26$, $\tau_1 = 1$; $H_2 = 58$, $\tau_2 = 1$; $H_3 = 90$, $\tau_3 = 1$;

$$
\begin{aligned}
H_4 = \min\{&H_0 + f_1 + w_1(d_1 + d_2 + d_3 + d_4) = \\
&\quad 0 + 10 + 8\cdot(2+4+4+2) = 106,\\
&H_1 + f_2 + w_2(d_2 + d_3 + d_4) = \\
&\quad 26 + 20 + 6\cdot(4+4+2) = 106,\\
&H_2 + f_3 + w_3(d_3 + d_4) = 58 + 16 + 4\cdot(4+2) = 98,\\
&H_3 + f_4 + w_4 d_4 = 90 + 10 + 4\cdot 2 = 108\}\\
= 98,\quad \tau_4 = 3
\end{aligned}
$$

Числовой пример: прямой ход

t	d	f	c	h	w
1	2	10	3	1	8
2	4	20	2	2	6
3	4	16	2	1	4
4	2	10	3	1	4

- Решим пример.
- Вычислим $w_t = c_t + \sum_{\tau=t}^{4} h_\tau$.
- Вычислим $H_t = \min_{1 \le \tau \le t} \{H_{\tau-1} + f_\tau + w_\tau d_{\tau t}\}$.

$H_0 = 0$; $H_1 = 26$, $\tau_1 = 1$; $H_2 = 58$, $\tau_2 = 1$; $H_3 = 90$, $\tau_3 = 1$;

$$H_4 = \min\{H_0 + f_1 + w_1(d_1 + d_2 + d_3 + d_4) = 0 + 10 + 8 \cdot (2+4+4+2) = 106,$$
$$H_1 + f_2 + w_2(d_2 + d_3 + d_4) = 26 + 20 + 6 \cdot (4+4+2) = 106,$$
$$H_2 + f_3 + w_3(d_3 + d_4) = 58 + 16 + 4 \cdot (4+2) = 98,$$
$$H_3 + f_4 + w_4 d_4 = 90 + 10 + 4 \cdot 2 = 108\}$$
$$= 98, \quad \tau_4 = 3$$

Числовой пример: прямой ход

t	d	f	c	h	w
1	2	10	3	1	8
2	4	20	2	2	6
3	4	16	2	1	4
4	2	10	3	1	4

- Решим пример.
- Вычислим $w_t = c_t + \sum_{\tau=t}^{4} h_\tau$.
- Вычислим $H_t = \min\limits_{1\le\tau\le t}\{H_{\tau-1} + f_\tau + w_\tau d_{\tau t}\}$.

$H_0 = 0;\ H_1 = 26,\ \tau_1 = 1;\ H_2 = 58,\ \tau_2 = 1;\ H_3 = 90,\ \tau_3 = 1;$

$$H_4 = \min\{H_0 + f_1 + w_1(d_1 + d_2 + d_3 + d_4) = 0 + 10 + 8\cdot(2+4+4+2) = 106,$$
$$H_1 + f_2 + w_2(d_2 + d_3 + d_4) = 26 + 20 + 6\cdot(4+4+2) = 106,$$
$$H_2 + f_3 + w_3(d_3 + d_4) = 58 + 16 + 4\cdot(4+2) = 98,$$
$$H_3 + f_4 + w_4 d_4 = 90 + 10 + 4\cdot 2 = 108\}$$
$$= 98, \quad \tau_4 = 3$$

Числовой пример: прямой ход

t	d	f	c	h	w
1	2	10	3	1	8
2	4	20	2	2	6
3	4	16	2	1	4
4	2	10	3	1	4

- Решим пример.
- Вычислим $w_t = c_t + \sum_{\tau=t}^{4} h_\tau$.
- Вычислим $H_t = \min\limits_{1\le\tau\le t} \{H_{\tau-1} + f_\tau + w_\tau d_{\tau t}\}$.

$H_0 = 0$; $H_1 = 26$, $\tau_1 = 1$; $H_2 = 58$, $\tau_2 = 1$; $H_3 = 90$, $\tau_3 = 1$;

$$
\begin{aligned}
H_4 = \min\{&H_0 + f_1 + w_1(d_1 + d_2 + d_3 + d_4) = \\
&\quad 0 + 10 + 8 \cdot (2 + 4 + 4 + 2) = 106, \\
&H_1 + f_2 + w_2(d_2 + d_3 + d_4) = \\
&\quad 26 + 20 + 6 \cdot (4 + 4 + 2) = 106, \\
&H_2 + f_3 + w_3(d_3 + d_4) = 58 + 16 + 4 \cdot (4 + 2) = 98, \\
&H_3 + f_4 + w_4 d_4 = 90 + 10 + 4 \cdot 2 = 108\} \\
= 98, \quad &\tau_4 = 3
\end{aligned}
$$

Числовой пример: прямой ход

t	d	f	c	h	w
1	2	10	3	1	8
2	4	20	2	2	6
3	4	16	2	1	4
4	2	10	3	1	4

- Решим пример.
- Вычислим $w_t = c_t + \sum_{\tau=t}^{4} h_\tau$.
- Вычислим $H_t = \min_{1 \le \tau \le t} \{H_{\tau-1} + f_\tau + w_\tau d_{\tau t}\}$.

$H_0 = 0$; $H_1 = 26$, $\tau_1 = 1$; $H_2 = 58$, $\tau_2 = 1$; $H_3 = 90$, $\tau_3 = 1$;

$$
\begin{aligned}
H_4 = \min\{&H_0 + f_1 + w_1(d_1 + d_2 + d_3 + d_4) = \\
&\qquad 0 + 10 + 8 \cdot (2 + 4 + 4 + 2) = 106, \\
&H_1 + f_2 + w_2(d_2 + d_3 + d_4) = \\
&\qquad 26 + 20 + 6 \cdot (4 + 4 + 2) = 106, \\
&H_2 + f_3 + w_3(d_3 + d_4) = 58 + 16 + 4 \cdot (4 + 2) = 98, \\
&H_3 + f_4 + w_4 d_4 = 90 + 10 + 4 \cdot 2 = 108\} \\
= 98, \quad &\tau_4 = 3
\end{aligned}
$$

Числовой пример: прямой ход

t	d	f	c	h	w
1	2	10	3	1	8
2	4	20	2	2	6
3	4	16	2	1	4
4	2	10	3	1	4

- Решим пример.
- Вычислим $w_t = c_t + \sum_{\tau=t}^{4} h_\tau$.
- Вычислим $H_t = \min\limits_{1\le\tau\le t} \{H_{\tau-1} + f_\tau + w_\tau d_{\tau t}\}$.

$H_0 = 0$; $H_1 = 26$, $\tau_1 = 1$; $H_2 = 58$, $\tau_2 = 1$; $H_3 = 90$, $\tau_3 = 1$;

$$
\begin{aligned}
H_4 = \min\{&H_0 + f_1 + w_1(d_1 + d_2 + d_3 + d_4) = \\
&\qquad 0 + 10 + 8\cdot(2+4+4+2) = 106, \\
&H_1 + f_2 + w_2(d_2 + d_3 + d_4) = \\
&\qquad 26 + 20 + 6\cdot(4+4+2) = 106, \\
&H_2 + f_3 + w_3(d_3 + d_4) = 58 + 16 + 4\cdot(4+2) = 98, \\
&H_3 + f_4 + w_4 d_4 = 90 + 10 + 4\cdot 2 = 108\} \\
= 98, \quad &\tau_4 = 3
\end{aligned}
$$

Числовой пример: прямой ход

t	d	f	c	h	w
1	2	10	3	1	8
2	4	20	2	2	6
3	4	16	2	1	4
4	2	10	3	1	4

- Решим пример.
- Вычислим $w_t = c_t + \sum_{\tau=t}^{4} h_\tau$.
- Вычислим $H_t = \min\limits_{1\le\tau\le t} \{H_{\tau-1} + f_\tau + w_\tau d_{\tau t}\}$.

$H_0 = 0$; $H_1 = 26$, $\tau_1 = 1$; $H_2 = 58$, $\tau_2 = 1$; $H_3 = 90$, $\tau_3 = 1$;

$$
\begin{aligned}
H_4 = \min\{&H_0 + f_1 + w_1(d_1 + d_2 + d_3 + d_4) = \\
&\qquad 0 + 10 + 8\cdot(2+4+4+2) = 106, \\
&H_1 + f_2 + w_2(d_2 + d_3 + d_4) = \\
&\qquad 26 + 20 + 6\cdot(4+4+2) = 106, \\
&H_2 + f_3 + w_3(d_3 + d_4) = 58 + 16 + 4\cdot(4+2) = 98, \\
&H_3 + f_4 + w_4 d_4 = 90 + 10 + 4\cdot 2 = 108\} \\
= 98,\quad &\tau_4 = 3
\end{aligned}
$$

Числовой пример: прямой ход

t	d	f	c	h	w
1	2	10	3	1	8
2	4	20	2	2	6
3	4	16	2	1	4
4	2	10	3	1	4

- Решим пример.
- Вычислим $w_t = c_t + \sum_{\tau=t}^{4} h_\tau$.
- Вычислим $H_t = \min\limits_{1\le\tau\le t} \{H_{\tau-1} + f_\tau + w_\tau d_{\tau t}\}$.

$H_0 = 0$; $H_1 = 26$, $\tau_1 = 1$; $H_2 = 58$, $\tau_2 = 1$; $H_3 = 90$, $\tau_3 = 1$;

$$
\begin{aligned}
H_4 = \min\{ & H_0 + f_1 + w_1(d_1 + d_2 + d_3 + d_4) = \\
& \qquad 0 + 10 + 8 \cdot (2 + 4 + 4 + 2) = 106, \\
& H_1 + f_2 + w_2(d_2 + d_3 + d_4) = \\
& \qquad 26 + 20 + 6 \cdot (4 + 4 + 2) = 106, \\
& H_2 + f_3 + w_3(d_3 + d_4) = 58 + 16 + 4 \cdot (4 + 2) = 98, \\
& H_3 + f_4 + w_4 d_4 = 90 + 10 + 4 \cdot 2 = 108\} \\
= 98, \quad & \tau_4 = 3
\end{aligned}
$$

Числовой пример: прямой ход

t	d	f	c	h	w
1	2	10	3	1	8
2	4	20	2	2	6
3	4	16	2	1	4
4	2	10	3	1	4

- Решим пример.
- Вычислим $w_t = c_t + \sum_{\tau=t}^{4} h_\tau$.
- Вычислим $H_t = \min\limits_{1\le\tau\le t} \{H_{\tau-1} + f_\tau + w_\tau d_{\tau t}\}$.

$H_0 = 0$; $H_1 = 26$, $\tau_1 = 1$; $H_2 = 58$, $\tau_2 = 1$; $H_3 = 90$, $\tau_3 = 1$;

$$
\begin{aligned}
H_4 = \min\{ & H_0 + f_1 + w_1(d_1 + d_2 + d_3 + d_4) = \\
& \qquad 0 + 10 + 8 \cdot (2 + 4 + 4 + 2) = 106, \\
& H_1 + f_2 + w_2(d_2 + d_3 + d_4) = \\
& \qquad 26 + 20 + 6 \cdot (4 + 4 + 2) = 106, \\
& H_2 + f_3 + w_3(d_3 + d_4) = 58 + 16 + 4 \cdot (4 + 2) = 98, \\
& H_3 + f_4 + w_4 d_4 = 90 + 10 + 4 \cdot 2 = 108\} \\
= 98, \quad & \tau_4 = 3
\end{aligned}
$$

Числовой пример: прямой ход

t	d	f	c	h	w
1	2	10	3	1	8
2	4	20	2	2	6
3	4	16	2	1	4
4	2	10	3	1	4

- Решим пример.
- Вычислим $w_t = c_t + \sum_{\tau=t}^{4} h_\tau$.
- Вычислим $H_t = \min\limits_{1\le\tau\le t} \{H_{\tau-1} + f_\tau + w_\tau d_{\tau t}\}$.

$H_0 = 0$; $H_1 = 26$, $\tau_1 = 1$; $H_2 = 58$, $\tau_2 = 1$; $H_3 = 90$, $\tau_3 = 1$;

$$
\begin{aligned}
H_4 = \min\{&H_0 + f_1 + w_1(d_1 + d_2 + d_3 + d_4) = \\
&\quad 0 + 10 + 8\cdot(2+4+4+2) = 106, \\
&H_1 + f_2 + w_2(d_2 + d_3 + d_4) = \\
&\quad 26 + 20 + 6\cdot(4+4+2) = 106, \\
&H_2 + f_3 + w_3(d_3 + d_4) = 58 + 16 + 4\cdot(4+2) = 98, \\
&H_3 + f_4 + w_4 d_4 = 90 + 10 + 4\cdot 2 = 108\} \\
= 98, \quad &\tau_4 = 3
\end{aligned}
$$

Числовой пример: прямой ход

t	d	f	c	h	w
1	2	10	3	1	8
2	4	20	2	2	6
3	4	16	2	1	4
4	2	10	3	1	4

- Решим пример.
- Вычислим $w_t = c_t + \sum_{\tau=t}^{4} h_\tau$.
- Вычислим $H_t = \min\limits_{1\le\tau\le t} \{H_{\tau-1} + f_\tau + w_\tau d_{\tau t}\}$.

$H_0 = 0$; $H_1 = 26$, $\tau_1 = 1$; $H_2 = 58$, $\tau_2 = 1$; $H_3 = 90$, $\tau_3 = 1$;

$$
\begin{aligned}
H_4 = \min\{&H_0 + f_1 + w_1(d_1 + d_2 + d_3 + d_4) = \\
&\qquad 0 + 10 + 8\cdot(2+4+4+2) = 106, \\
&H_1 + f_2 + w_2(d_2 + d_3 + d_4) = \\
&\qquad 26 + 20 + 6\cdot(4+4+2) = 106, \\
&H_2 + f_3 + w_3(d_3 + d_4) = 58 + 16 + 4\cdot(4+2) = 98, \\
&H_3 + f_4 + w_4 d_4 = 90 + 10 + 4\cdot 2 = 108\} \\
= 98,\quad \tau_4 = 3
\end{aligned}
$$

Числовой пример: прямой ход

t	d	f	c	h	w
1	2	10	3	1	8
2	4	20	2	2	6
3	4	16	2	1	4
4	2	10	3	1	4

- Решим пример.
- Вычислим $w_t = c_t + \sum_{\tau=t}^{4} h_\tau$.
- Вычислим $H_t = \min_{1\le\tau\le t} \{H_{\tau-1} + f_\tau + w_\tau d_{\tau t}\}$.

$H_0 = 0$; $H_1 = 26,\ \tau_1 = 1$; $H_2 = 58,\ \tau_2 = 1$; $H_3 = 90,\ \tau_3 = 1$;

$$\begin{aligned} H_4 = \min\{&H_0 + f_1 + w_1(d_1 + d_2 + d_3 + d_4) = \\ &\qquad 0 + 10 + 8\cdot(2+4+4+2) = 106, \\ &H_1 + f_2 + w_2(d_2 + d_3 + d_4) = \\ &\qquad 26 + 20 + 6\cdot(4+4+2) = 106, \\ &H_2 + f_3 + w_3(d_3 + d_4) = 58 + 16 + 4\cdot(4+2) = 98, \\ &H_3 + f_4 + w_4 d_4 = 90 + 10 + 4\cdot 2 = 108\} \\ = 98,&\quad \tau_4 = 3 \end{aligned}$$

Числовой пример: прямой ход

t	d	f	c	h	w
1	2	10	3	1	8
2	4	20	2	2	6
3	4	16	2	1	4
4	2	10	3	1	4

- Решим пример.
- Вычислим $w_t = c_t + \sum_{\tau=t}^{4} h_\tau$.
- Вычислим $H_t = \min\limits_{1\le\tau\le t} \{H_{\tau-1} + f_\tau + w_\tau d_{\tau t}\}$.

$H_0 = 0$; $H_1 = 26$, $\tau_1 = 1$; $H_2 = 58$, $\tau_2 = 1$; $H_3 = 90$, $\tau_3 = 1$;

$$
\begin{aligned}
H_4 = \min\{&H_0 + f_1 + w_1(d_1 + d_2 + d_3 + d_4) = \\
&\qquad 0 + 10 + 8\cdot(2+4+4+2) = 106, \\
&H_1 + f_2 + w_2(d_2 + d_3 + d_4) = \\
&\qquad 26 + 20 + 6\cdot(4+4+2) = 106, \\
&H_2 + f_3 + w_3(d_3 + d_4) = 58 + 16 + 4\cdot(4+2) = 98, \\
&H_3 + f_4 + w_4 d_4 = 90 + 10 + 4\cdot 2 = 108\}
\end{aligned}
$$

$= 98$, $\tau_4 = 3$

Числовой пример: прямой ход

t	d	f	c	h	w
1	2	10	3	1	8
2	4	20	2	2	6
3	4	16	2	1	4
4	2	10	3	1	4

- Решим пример.
- Вычислим $w_t = c_t + \sum_{\tau=t}^{4} h_\tau$.
- Вычислим $H_t = \min_{1\le\tau\le t} \{H_{\tau-1} + f_\tau + w_\tau d_{\tau t}\}$.

$H_0 = 0;\ H_1 = 26,\ \tau_1 = 1;\ H_2 = 58,\ \tau_2 = 1;\ H_3 = 90,\ \tau_3 = 1;$

$$\begin{aligned} H_4 = \min\{ & H_0 + f_1 + w_1(d_1 + d_2 + d_3 + d_4) = \\ & \qquad 0 + 10 + 8\cdot(2+4+4+2) = 106, \\ & H_1 + f_2 + w_2(d_2 + d_3 + d_4) = \\ & \qquad 26 + 20 + 6\cdot(4+4+2) = 106, \\ & H_2 + f_3 + w_3(d_3 + d_4) = 58 + 16 + 4\cdot(4+2) = 98, \\ & H_3 + f_4 + w_4 d_4 = 90 + 10 + 4\cdot 2 = 108\} \end{aligned}$$

$= 98, \quad \tau_4 = 3$

Числовой пример: прямой ход

t	d	f	c	h	w
1	2	10	3	1	8
2	4	20	2	2	6
3	4	16	2	1	4
4	2	10	3	1	4

- Решим пример.
- Вычислим $w_t = c_t + \sum_{\tau=t}^{4} h_\tau$.
- Вычислим
  $H_t = \min_{1\le\tau\le t} \{H_{\tau-1} + f_\tau + w_\tau d_{\tau t}\}$.

$H_0 = 0$; $H_1 = 26$, $\tau_1 = 1$; $H_2 = 58$, $\tau_2 = 1$; $H_3 = 90$, $\tau_3 = 1$;
$H_4 = 98$, $\tau_4 = 3$.

$$
\begin{aligned}
H_4 = \min\{ & H_0 + f_1 + w_1(d_1 + d_2 + d_3 + d_4) = \\
& \qquad 0 + 10 + 8\cdot(2+4+4+2) = 106, \\
& H_1 + f_2 + w_2(d_2 + d_3 + d_4) = \\
& \qquad 26 + 20 + 6\cdot(4+4+2) = 106, \\
& H_2 + f_3 + w_3(d_3 + d_4) = 58 + 16 + 4\cdot(4+2) = 98, \\
& H_3 + f_4 + w_4 d_4 = 90 + 10 + 4\cdot 2 = 108\} \\
= 98, \quad & \tau_4 = 3
\end{aligned}
$$

Числовой пример: обратный ход

t	d	f	c	h	w
1	2	10	3	1	8
2	4	20	2	2	6
3	4	16	2	1	4
4	2	10	3	1	4

- $H_0 = 0$;
- $H_1 = 26,\ \tau_1 = 1$;
- $H_2 = 58,\ \tau_2 = 1$;
- $H_3 = 90,\ \tau_3 = 1$;
- $H_4 = 98,\ \tau_4 = 3$.

- Поскольку значение H_4 достигается при $\tau_4 = 3$,
- то $x_4^* = 0$, а $x_3^* = d_{34} = d_3 + d_4 = 6$.
- Поскольку значение H_2 достигается при $\tau = 1$,
- то $x_2^* = 0$, а $x_1^* = d_{12} = d_1 + d_2 = 6$.
- Итак, оптимальный план следующий: $x^* = (6, 0, 6, 0)$.

Числовой пример: обратный ход

t	d	f	c	h	w
1	2	10	3	1	8
2	4	20	2	2	6
3	4	16	2	1	4
4	2	10	3	1	4

- $H_0 = 0$;
- $H_1 = 26, \ \tau_1 = 1$;
- $H_2 = 58, \ \tau_2 = 1$;
- $H_3 = 90, \ \tau_3 = 1$;
- $H_4 = 98, \ \tau_4 = 3$.

- Поскольку значение H_4 достигается при $\tau_4 = 3$,
- то $x_4^* = 0$, а $x_3^* = d_{34} = d_3 + d_4 = 6$.
- Поскольку значение H_2 достигается при $\tau = 1$,
- то $x_2^* = 0$, а $x_1^* = d_{12} = d_1 + d_2 = 6$.
- Итак, оптимальный план следующий: $x^* = (6, 0, 6, 0)$.

Числовой пример: обратный ход

t	d	f	c	h	w
1	2	10	3	1	8
2	4	20	2	2	6
3	4	16	2	1	4
4	2	10	3	1	4

- $H_0 = 0$;
- $H_1 = 26,\ \tau_1 = 1$;
- $H_2 = 58,\ \tau_2 = 1$;
- $H_3 = 90,\ \tau_3 = 1$;
- $H_4 = 98,\ \tau_4 = 3$.

- Поскольку значение H_4 достигается при $\tau_4 = 3$,
- то $x_4^* = 0$, а $x_3^* = d_{34} = d_3 + d_4 = 6$.
- Поскольку значение H_2 достигается при $\tau = 1$,
- то $x_2^* = 0$, а $x_1^* = d_{12} = d_1 + d_2 = 6$.
- Итак, оптимальный план следующий: $x^* = (6, 0, 6, 0)$.

Числовой пример: обратный ход

t	d	f	c	h	w
1	2	10	3	1	8
2	4	20	2	2	6
3	4	16	2	1	4
4	2	10	3	1	4

- $H_0 = 0$;
- $H_1 = 26, \ \tau_1 = 1$;
- $H_2 = 58, \ \tau_2 = 1$;
- $H_3 = 90, \ \tau_3 = 1$;
- $H_4 = 98, \ \tau_4 = 3$.

- Поскольку значение H_4 достигается при $\tau_4 = 3$,
- то $x_4^* = 0$, а $x_3^* = d_{34} = d_3 + d_4 = 6$.
- Поскольку значение H_2 достигается при $\tau = 1$,
- то $x_2^* = 0$, а $x_1^* = d_{12} = d_1 + d_2 = 6$.
- Итак, оптимальный план следующий: $x^* = (6, 0, 6, 0)$.

Числовой пример: обратный ход

t	d	f	c	h	w
1	2	10	3	1	8
2	4	20	2	2	6
3	4	16	2	1	4
4	2	10	3	1	4

- $H_0 = 0$;
- $H_1 = 26, \ \tau_1 = 1$;
- $H_2 = 58, \ \tau_2 = 1$;
- $H_3 = 90, \ \tau_3 = 1$;
- $H_4 = 98, \ \tau_4 = 3$.

- Поскольку значение H_4 достигается при $\tau_4 = 3$,
- то $x_4^* = 0$, а $x_3^* = d_{34} = d_3 + d_4 = 6$.
- Поскольку значение H_2 достигается при $\tau = 1$,
- то $x_2^* = 0$, а $x_1^* = d_{12} = d_1 + d_2 = 6$.
- Итак, оптимальный план следующий: $x^* = (6, 0, 6, 0)$.

Числовой пример: обратный ход

t	d	f	c	h	w
1	2	10	3	1	8
2	4	20	2	2	6
3	4	16	2	1	4
4	2	10	3	1	4

- $H_0 = 0$;
- $H_1 = 26, \ \tau_1 = 1$;
- $H_2 = 58, \ \tau_2 = 1$;
- $H_3 = 90, \ \tau_3 = 1$;
- $H_4 = 98, \ \tau_4 = 3$.

- Поскольку значение H_4 достигается при $\tau_4 = 3$,
- то $x_4^* = 0$, а $x_3^* = d_{34} = d_3 + d_4 = 6$.
- Поскольку значение H_2 достигается при $\tau = 1$,
- то $x_2^* = 0$, а $x_1^* = d_{12} = d_1 + d_2 = 6$.
- Итак, оптимальный план следующий: $x^* = (6, 0, 6, 0)$.

Постановка задачи

- Продукт поступает на конвеер партиями по $B \geq 1$ штук в одной партии.
- После выполнения операции $i = 1, \ldots, n$ с вероятностью p_i появляются дефекты, которые нельзя исправить. Дефектные экземпляры выбрасываются в отходы.
- После выполнения ряда операций (каких конкретно нужно будет определить) проводится контроль качества всей партии (выборочный контроль не проводится).
- Контроль определяет все дефектные экземпляры.
- Нужно найти оптимальный план контроля, который указывает после каких операций проводить контроль.
- Меньшее количество инспекций уменьшает затраты на их проведение, но увеличивает производственные издержки из-за того, что могут выполняться ненужные операции на дефектных экземплярах.

Постановка задачи

- Продукт поступает на конвеер партиями по $B \geq 1$ штук в одной партии.
- После выполнения операции $i = 1, \ldots, n$ с вероятностью p_i появляются дефекты, которые нельзя исправить. Дефектные экземпляры выбрасываются в отходы.
- После выполнения ряда операций (каких конкретно нужно будет определить) проводится контроль качества всей партии (выборочный контроль не проводится).
- Контроль определяет все дефектные экземпляры.
- Нужно найти оптимальный план контроля, который указывает после каких операций проводить контроль.
- Меньшее количество инспекций уменьшает затраты на их проведение, но увеличивает производственные издержки из-за того, что могут выполняться ненужные операции на дефектных экземплярах.

Постановка задачи

- Продукт поступает на конвеер партиями по $B \geq 1$ штук в одной партии.
- После выполнения операции $i = 1, \dots, n$ с вероятностью p_i появляются дефекты, которые нельзя исправить. Дефектные экземпляры выбрасываются в отходы.
- После выполнения ряда операций (каких конкретно нужно будет определить) проводится контроль качества всей партии (выборочный контроль не проводится).
- Контроль определяет все дефектные экземпляры.
- Нужно найти оптимальный план контроля, который указывает после каких операций проводить контроль.
- Меньшее количество инспекций уменьшает затраты на их проведение, но увеличивает производственные издержки из-за того, что могут выполняться ненужные операции на дефектных экземплярах.

Постановка задачи

- Продукт поступает на конвеер партиями по $B \geq 1$ штук в одной партии.
- После выполнения операции $i = 1, \ldots, n$ с вероятностью p_i появляются дефекты, которые нельзя исправить. Дефектные экземпляры выбрасываются в отходы.
- После выполнения ряда операций (каких конкретно нужно будет определить) проводится контроль качества всей партии (выборочный контроль не проводится).
- Контроль определяет все дефектные экземпляры.
- Нужно найти оптимальный план контроля, который указывает после каких операций проводить контроль.
- Меньшее количество инспекций уменьшает затраты на их проведение, но увеличивает производственные издержки из-за того, что могут выполняться ненужные операции на дефектных экземплярах.

Постановка задачи

- Продукт поступает на конвеер партиями по $B \geq 1$ штук в одной партии.
- После выполнения операции $i = 1, \ldots, n$ с вероятностью p_i появляются дефекты, которые нельзя исправить. Дефектные экземпляры выбрасываются в отходы.
- После выполнения ряда операций (каких конкретно нужно будет определить) проводится контроль качества всей партии (выборочный контроль не проводится).
- Контроль определяет все дефектные экземпляры.
- Нужно найти оптимальный план контроля, который указывает после каких операций проводить контроль.
- Меньшее количество инспекций уменьшает затраты на их проведение, но увеличивает производственные издержки из-за того, что могут выполняться ненужные операции на дефектных экземплярах.

Постановка задачи

- Продукт поступает на конвеер партиями по $B \geq 1$ штук в одной партии.
- После выполнения операции $i = 1, \ldots, n$ с вероятностью p_i появляются дефекты, которые нельзя исправить. Дефектные экземпляры выбрасываются в отходы.
- После выполнения ряда операций (каких конкретно нужно будет определить) проводится контроль качества всей партии (выборочный контроль не проводится).
- Контроль определяет все дефектные экземпляры.
- Нужно найти оптимальный план контроля, который указывает после каких операций проводить контроль.
- Меньшее количество инспекций уменьшает затраты на их проведение, но увеличивает производственные издержки из-за того, что могут выполняться ненужные операции на дефектных экземплярах.

Стоимость контроля

- α_i — стоимость выполнения оп. i на 1-м экземпляре;
- f_{ij} — фиксированная стоимость контроля одной партии продукта после операции j, при условии, что предшествующий контроль проводился после операции i;
- g_{ij} — стоимость контроля единицы продукта после операции j, при условии, что предшествующий контроль проводился после операции i.
- Общая стоимость контроля после операции j, при условии что предшествующий контроль проводился после операции i, равна

$$c(i,j) \stackrel{\text{def}}{=} f_{i,j} + B(i)g_{ij} + (B(i) - B(j)) \sum_{k=i+1}^{j} \alpha_k,$$

- где $B(i) \stackrel{\text{def}}{=} B\prod_{k=1}^{i}(1-p_k)$ есть ожидаемое количество недефектных единиц продукта после операции i.
- Третий член суммы — это произв. изд. при выполн. операций $i+1, i+2, \ldots, j$ на дефектных изделиях.

Стоимость контроля

- α_i — стоимость выполнения оп. i на 1-м экземпляре;
- f_{ij} — фиксированная стоимость контроля одной партии продукта после операции j, при условии, что предшествующий контроль проводился после операции i;
- g_{ij} — стоимость контроля единицы продукта после операции j, при условии, что предшествующий контроль проводился после операции i.
- Общая стоимость контроля после операции j, при условии что предшествующий контроль проводился после операции i, равна

$$c(i,j) \stackrel{\text{def}}{=} f_{i,j} + B(i)g_{ij} + (B(i) - B(j)) \sum_{k=i+1}^{j} \alpha_k,$$

- где $B(i) \stackrel{\text{def}}{=} B \prod_{k=1}^{i}(1 - p_k)$ есть ожидаемое количество недефектных единиц продукта после операции i.
- Третий член суммы — это произв. изд. при выполн. операций $i+1, i+2, \ldots, j$ на дефектных изделиях.

Стоимость контроля

- α_i — стоимость выполнения оп. i на 1-м экземпляре;
- f_{ij} — фиксированная стоимость контроля одной партии продукта после операции j, при условии, что предшествующий контроль проводился после операции i;
- g_{ij} — стоимость контроля единицы продукта после операции j, при условии, что предшествующий контроль проводился после операции i.
- Общая стоимость контроля после операции j, при условии что предшествующий контроль проводился после операции i, равна

$$c(i,j) \stackrel{\text{def}}{=} f_{i,j} + B(i)g_{ij} + (B(i) - B(j)) \sum_{k=i+1}^{j} \alpha_k,$$

- где $B(i) \stackrel{\text{def}}{=} B\prod_{k=1}^{i}(1-p_k)$ есть ожидаемое количество недефектных единиц продукта после операции i.
- Третий член суммы — это произв. изд. при выполн. операций $i+1, i+2, \ldots, j$ на дефектных изделиях.

Стоимость контроля

- α_i — стоимость выполнения оп. i на 1-м экземпляре;
- f_{ij} — фиксированная стоимость контроля одной партии продукта после операции j, при условии, что предшествующий контроль проводился после операции i;
- g_{ij} — стоимость контроля единицы продукта после операции j, при условии, что предшествующий контроль проводился после операции i.
- Общая стоимость контроля после операции j, при условии что предшествующий контроль проводился после операции i, равна

$$c(i,j) \stackrel{\text{def}}{=} f_{i,j} + B(i)g_{ij} + (B(i) - B(j)) \sum_{k=i+1}^{j} \alpha_k,$$

- где $B(i) \stackrel{\text{def}}{=} B \prod_{k=1}^{i}(1 - p_k)$ есть ожидаемое количество недефектных единиц продукта после операции i.
- Третий член суммы — это произв. изд. при выполн. операций $i+1, i+2, \ldots, j$ на дефектных изделиях.

Стоимость контроля

- α_i — стоимость выполнения оп. i на 1-м экземпляре;
- f_{ij} — фиксированная стоимость контроля одной партии продукта после операции j, при условии, что предшествующий контроль проводился после операции i;
- g_{ij} — стоимость контроля единицы продукта после операции j, при условии, что предшествующий контроль проводился после операции i.
- Общая стоимость контроля после операции j, при условии что предшествующий контроль проводился после операции i, равна

$$c(i,j) \stackrel{\text{def}}{=} f_{i,j} + B(i)g_{ij} + (B(i) - B(j)) \sum_{k=i+1}^{j} \alpha_k,$$

- где $B(i) \stackrel{\text{def}}{=} B \prod_{k=1}^{i}(1 - p_k)$ есть ожидаемое количество недефектных единиц продукта после операции i.
- Третий член суммы — это произв. изд. при выполн. операций $i+1, i+2, \ldots, j$ на дефектных изделиях.

Стоимость контроля

- α_i — стоимость выполнения оп. i на 1-м экземпляре;
- f_{ij} — фиксированная стоимость контроля одной партии продукта после операции j, при условии, что предшествующий контроль проводился после операции i;
- g_{ij} — стоимость контроля единицы продукта после операции j, при условии, что предшествующий контроль проводился после операции i.
- Общая стоимость контроля после операции j, при условии что предшествующий контроль проводился после операции i, равна

$$c(i,j) \stackrel{\text{def}}{=} f_{i,j} + B(i)g_{ij} + (B(i) - B(j)) \sum_{k=i+1}^{j} \alpha_k,$$

- где $B(i) \stackrel{\text{def}}{=} B \prod_{k=1}^{i}(1 - p_k)$ есть ожидаемое количество недефектных единиц продукта после операции i.
- Третий член суммы — это произв. изд. при выполн. операций $i+1, i+2, \ldots, j$ на дефектных изделиях.

Рекуррентная формула

- Определим орграф $G = (V, E)$, где $V = \{0, 1, \dots, n\}$ и $E = \{(i,j) \in V \times V : \; i < j\}$.
- Стоимость дуги $(i,j) \in E$ равна $c(i,j)$.
- Пути $P = (0, i_1, i_2, \dots, i_k = n)$ в орграфе G соответствует план контроля, когда контроль производится после операций $i_1, i_2, \dots, i_k$.
- Кратчайший путь в G из вершины 0 в вершину n определяет оптимальный план контроля.
- Обозначим через $F(j)$ минимальные суммарные издержки контроля качества, если для производства изделия нужно последовательно выполнить только операции $1, 2, \dots, j$.
- Ясно, что $F(j)$ есть также стоимость кратчайшего пути в G из вершины 0 в вершину j.

Рекуррентная формула

- Определим орграф $G = (V, E)$, где $V = \{0, 1, \ldots, n\}$ и $E = \{(i,j) \in V \times V : \ i < j\}$.
- Стоимость дуги $(i,j) \in E$ равна $c(i,j)$.
- Пути $P = (0, i_1, i_2, \ldots, i_k = n)$ в орграфе G соответствует план контроля, когда контроль производится после операций $i_1, i_2, \ldots, i_k$.
- Кратчайший путь в G из вершины 0 в вершину n определяет оптимальный план контроля.
- Обозначим через $F(j)$ минимальные суммарные издержки контроля качества, если для производства изделия нужно последовательно выполнить только операции $1, 2, \ldots, j$.
- Ясно, что $F(j)$ есть также стоимость кратчайшего пути в G из вершины 0 в вершину j.

Рекуррентная формула

- Определим орграф $G = (V, E)$, где $V = \{0, 1, \dots, n\}$ и $E = \{(i,j) \in V \times V : \ i < j\}$.
- Стоимость дуги $(i,j) \in E$ равна $c(i,j)$.
- Пути $P = (0, i_1, i_2, \dots, i_k = n)$ в орграфе G соответствует план контроля, когда контроль производится после операций $i_1, i_2, \dots, i_k$.
- Кратчайший путь в G из вершины 0 в вершину n определяет оптимальный план контроля.
- Обозначим через $F(j)$ минимальные суммарные издержки контроля качества, если для производства изделия нужно последовательно выполнить только операции $1, 2, \dots, j$.
- Ясно, что $F(j)$ есть также стоимость кратчайшего пути в G из вершины 0 в вершину j.

Рекуррентная формула

- Определим орграф $G = (V, E)$, где $V = \{0, 1, \dots, n\}$ и $E = \{(i,j) \in V \times V : \ i < j\}$.
- Стоимость дуги $(i,j) \in E$ равна $c(i,j)$.
- Пути $P = (0, i_1, i_2, \dots, i_k = n)$ в орграфе G соответствует план контроля, когда контроль производится после операций $i_1, i_2, \dots, i_k$.
- Кратчайший путь в G из вершины 0 в вершину n определяет оптимальный план контроля.
- Обозначим через $F(j)$ минимальные суммарные издержки контроля качества, если для производства изделия нужно последовательно выполнить только операции $1, 2, \dots, j$.
- Ясно, что $F(j)$ есть также стоимость кратчайшего пути в G из вершины 0 в вершину j.

Рекуррентная формула

- Определим орграф $G = (V, E)$, где $V = \{0, 1, \ldots, n\}$ и $E = \{(i,j) \in V \times V : \; i < j\}$.
- Стоимость дуги $(i,j) \in E$ равна $c(i,j)$.
- Пути $P = (0, i_1, i_2, \ldots, i_k = n)$ в орграфе G соответствует план контроля, когда контроль производится после операций $i_1, i_2, \ldots, i_k$.
- Кратчайший путь в G из вершины 0 в вершину n определяет оптимальный план контроля.
- Обозначим через $F(j)$ минимальные суммарные издержки контроля качества, если для производства изделия нужно последовательно выполнить только операции $1, 2, \ldots, j$.
- Ясно, что $F(j)$ есть также стоимость кратчайшего пути в G из вершины 0 в вершину j.

Рекуррентная формула

- Определим орграф $G = (V, E)$, где $V = \{0, 1, \ldots, n\}$ и $E = \{(i,j) \in V \times V : \ i < j\}$.
- Стоимость дуги $(i,j) \in E$ равна $c(i,j)$.
- Пути $P = (0, i_1, i_2, \ldots, i_k = n)$ в орграфе G соответствует план контроля, когда контроль производится после операций $i_1, i_2, \ldots, i_k$.
- Кратчайший путь в G из вершины 0 в вершину n определяет оптимальный план контроля.
- Обозначим через $F(j)$ минимальные суммарные издержки контроля качества, если для производства изделия нужно последовательно выполнить только операции $1, 2, \ldots, j$.
- Ясно, что $F(j)$ есть также стоимость кратчайшего пути в G из вершины 0 в вершину j.

Рекуррентная формула

- Определим орграф $G = (V, E)$, где $V = \{0, 1, \ldots, n\}$ и $E = \{(i,j) \in V \times V : \ i < j\}$.
- Стоимость дуги $(i,j) \in E$ равна $c(i,j)$.
- Обозначим через $F(j)$ минимальные суммарные издержки контроля качества, если для производства изделия нужно последовательно выполнить только операции $1, 2, \ldots, j$.
- Ясно, что $F(j)$ есть также стоимость кратчайшего пути в G из вершины 0 в вершину j.
- Поскольку орграф G ациклический, то величины $F(j)$ можно вычислить по следующей рекуррентной формуле:

$$F(0) = 0,$$
$$F(j) = \min_{0 \le i < j} (F(i) + c(i,j)), \quad j = 1, \ldots, n.$$