Симплекс-метод

Н.Н. Писарук
pisaruk@yandex.by

Экономический факультет
Белорусский государственный университет

Минск - 2014

План лекции

1. Симплекс-метод
   - Базисы и базисные решения
   - Итерации симплекс-метода
2. Числовой пример
   - Симплекс-метод в форме уравнений
   - Симплекс-метод в табличной форме

План лекции

1 Симплекс-метод
- Базисы и базисные решения
- Итерации симплекс-метода

2 Числовой пример
- Симплекс-метод в форме уравнений
- Симплекс-метод в табличной форме

Задача ЛП в стандартной форме

Будем рассматривать задачу ЛП в стандартной форме:

$$\max\{c^T x : \ Ax = b, \ x \geq 0\}, \tag{1}$$

где

- A — действительная матрица размера $m \times n$, $\operatorname{rank} A = m$.
- $c \in \mathbb{R}^n$,
- $b \in \mathbb{R}^m$,
- а $x = (x_1, \dots, x_n)^T$ есть вектор неизвестных.

Задача ЛП в стандартной форме

Будем рассматривать задачу ЛП в стандартной форме:

$$\max\{c^T x : \ Ax = b, \ x \geq 0\}, \tag{1}$$

где

- A — действительная матрица размера $m \times n$, $\operatorname{rank} A = m$.
- $c \in \mathbb{R}^n$,
- $b \in \mathbb{R}^m$,
- а $x = (x_1, \dots, x_n)^T$ есть вектор неизвестных.

Задача ЛП в стандартной форме

Будем рассматривать задачу ЛП в стандартной форме:

$$\max\{c^T x : Ax = b, x \geq 0\}, \tag{1}$$

где

- A — действительная матрица размера $m \times n$, $\operatorname{rank} A = m$.
- $c \in \mathbb{R}^n$,
- $b \in \mathbb{R}^m$,
- а $x = (x_1, \ldots, x_n)^T$ есть вектор неизвестных.

Задача ЛП в стандартной форме

Будем рассматривать задачу ЛП в стандартной форме:

$$\max\{c^T x : \ Ax = b, \ x \geq 0\}, \tag{1}$$

где

- A — действительная матрица размера $m \times n$, $\operatorname{rank} A = m$.
- $c \in \mathbb{R}^n$,
- $b \in \mathbb{R}^m$,
- а $x = (x_1, \ldots, x_n)^T$ есть вектор неизвестных.

Задача ЛП в стандартной форме

Будем рассматривать задачу ЛП в стандартной форме:

$$\max\{c^T x : \ Ax = b, \ x \geq 0\}, \tag{1}$$

где

- A — действительная матрица размера $m \times n$, $\operatorname{rank} A = m$.
- $c \in \mathbb{R}^n$,
- $b \in \mathbb{R}^m$,
- а $x = (x_1, \dots, x_n)^T$ есть вектор неизвестных.

Задача ЛП в стандартной форме

Будем рассматривать задачу ЛП в стандартной форме:

$$\max\{c^T x : Ax = b, x \geq 0\}, \tag{1}$$

где

- A — действительная матрица размера $m \times n$, $\operatorname{rank} A = m$.
- $c \in \mathbb{R}^n$,
- $b \in \mathbb{R}^m$,
- а $x = (x_1, \dots, x_n)^T$ есть вектор неизвестных.

Базисные решения

- Любое подмножество $J \subseteq N \stackrel{\text{def}}{=} \{1, \ldots, n\}$ из m $(|J| = m)$ линейно независимых столбцов $(\operatorname{rank} A^J = m)$ называется *базисным.*
- При этом, матрица $B = A^J$ называется *базисной*,
- а решение $x = (x_J = B^{-1}b, x_{N \setminus J} = 0)$, системы уравнений $Ax = b$ называется *базисным решением* задачи ЛП.
- Базисное множество J и соответствующее ему базисное решение $x = (x_J = B^{-1}b, x_{N \setminus J} = 0)$ называются *достимыми*, если $B^{-1}b \geq 0$.
- Заметим, что допустимые базисные решения являются допустимыми решениями задачи ЛП (1).

Базисные решения

- Любое подмножество $J \subseteq N \stackrel{\text{def}}{=} \{1, \ldots, n\}$ из m ($|J| = m$) линейно независимых столбцов ($\operatorname{rank} A^J = m$) называется *базисным*.
- При этом, матрица $B = A^J$ называется *базисной*,
- а решение $x = (x_J = B^{-1}b, x_{N \setminus J} = 0)$, системы уравнений $Ax = b$ называется *базисным решением* задачи ЛП.
- Базисное множество J и соответствующее ему базисное решение $x = (x_J = B^{-1}b, x_{N \setminus J} = 0)$ называются *достимыми*, если $B^{-1}b \geq 0$.
- Заметим, что допустимые базисные решения являются допустимыми решениями задачи ЛП (1).

Базисные решения

- Любое подмножество $J \subseteq N \stackrel{\text{def}}{=} \{1, \ldots, n\}$ из m $(|J| = m)$ линейно независимых столбцов $(\operatorname{rank} A^J = m)$ называется *базисным*.
- При этом, матрица $B = A^J$ называется *базисной*,
- а решение $x = (x_J = B^{-1}b, x_{N \setminus J} = 0)$, системы уравнений $Ax = b$ называется *базисным решением* задачи ЛП.
- Базисное множество J и соответствующее ему базисное решение $x = (x_J = B^{-1}b, x_{N \setminus J} = 0)$ называются *достимыми*, если $B^{-1}b \geq 0$.
- Заметим, что допустимые базисные решения являются допустимыми решениями задачи ЛП (1).

Базисные решения

- Любое подмножество $J \subseteq N \stackrel{\text{def}}{=} \{1, \dots, n\}$ из m ($|J| = m$) линейно независимых столбцов ($\operatorname{rank} A^J = m$) называется *базисным*.
- При этом, матрица $B = A^J$ называется *базисной*,
- а решение $x = (x_J = B^{-1}b, x_{N\setminus J} = 0)$, системы уравнений $Ax = b$ называется *базисным решением* задачи ЛП.
- Базисное множество J и соответствующее ему базисное решение $x = (x_J = B^{-1}b, x_{N\setminus J} = 0)$ называются *достимыми*, если $B^{-1}b \geq 0$.
- Заметим, что допустимые базисные решения являются допустимыми решениями задачи ЛП (1).

Базисные решения

- Любое подмножество $J \subseteq N \stackrel{\text{def}}{=} \{1, \dots, n\}$ из m ($|J| = m$) линейно независимых столбцов ($\operatorname{rank} A^J = m$) называется *базисным*.
- При этом, матрица $B = A^J$ называется *базисной*,
- а решение $x = (x_J = B^{-1}b, x_{N \setminus J} = 0)$, системы уравнений $Ax = b$ называется *базисным решением* задачи ЛП.
- Базисное множество J и соответствующее ему базисное решение $x = (x_J = B^{-1}b, x_{N \setminus J} = 0)$ называются *достимыми*, если $B^{-1}b \geq 0$.
- Заметим, что допустимые базисные решения являются допустимыми решениями задачи ЛП (1).

Двойственно допустимые базисные решения

- Базисное множество J называется *двойственно допустимым*,
- если для $B = A^J$ вектор $y = (B^T)^{-1}c_J$ является решением задачи ЛП, двойственной к задаче (1).
- В этом случае прямое базисное решение $x = (x_J = B^{-1}b, x_{N\setminus J} = 0)$ называются *двойственно достимым.*
- По теореме двойственности, если допустимое базисное решение задачи ЛП (1) является также и двойственно допустимым, то это решение является оптимальным.

Двойственно допустимые базисные решения

- Базисное множество J называется *двойственно допустимым*,
- если для $B = A^J$ вектор $y = (B^T)^{-1}c_J$ является решением задачи ЛП, двойственной к задаче (1).
- В этом случае прямое базисное решение $x = (x_J = B^{-1}b, x_{N\setminus J} = 0)$ называются *двойственно достимым.*
- По теореме двойственности, если допустимое базисное решение задачи ЛП (1) является также и двойственно допустимым, то это решение является оптимальным.

Двойственно допустимые базисные решения

- Базисное множество J называется *двойственно допустимым*,
- если для $B = A^J$ вектор $y = (B^T)^{-1}c_J$ является решением задачи ЛП, двойственной к задаче (1).
- В этом случае прямое базисное решение $x = (x_J = B^{-1}b, x_{N\setminus J} = 0)$ называются *двойственно достимым.*
- По теореме двойственности, если допустимое базисное решение задачи ЛП (1) является также и двойственно допустимым, то это решение является оптимальным.

Двойственно допустимые базисные решения

- Базисное множество J называется *двойственно допустимым*,
- если для $B = A^J$ вектор $y = (B^T)^{-1} c_J$ является решением задачи ЛП, двойственной к задаче (1).
- В этом случае прямое базисное решение $x = (x_J = B^{-1} b, x_{N \setminus J} = 0)$ называются *двойственно достимым.*
- По теореме двойственности, если допустимое базисное решение задачи ЛП (1) является также и двойственно допустимым, то это решение является оптимальным.

План лекции

1. Симплекс-метод
   - Базисы и базисные решения
   - Итерации симплекс-метода

2. Числовой пример
   - Симплекс-метод в форме уравнений
   - Симплекс-метод в табличной форме

Симплекс-метод

- Симплекс-метод начинает работу с допустимого базисного решения.
- На каждой итерации в текущее базисное множество $J = \{j_1, \dots, j_m\}$ вводится небазисный столбец $j \in N \setminus J$ с положительной приведенной стоимостью $\bar{c}_j = c_j - \sum_{i=1}^m a_{ij} y_j$, где $y = (B^T)^{-1} c_J$ и $B = A^J$.
- Затем из базисного множества выводится столбец

$$j_k \in \arg\min\{x_{j_k}/(B^{-1}A^j)_k : \ (B^{-1}A^j)_k > 0, \ k = 1, \dots, m\},$$

- что является гарантией того, что новые базисное множество и базисное решение будут допустимыми.
- Симплекс-метод заканчивает работу, когда встретится одна из следующих двух ситуаций:
  1. все приведенные стоимости неположительны;
  2. все компоненты вектора $h^j = B^{-1}A^j$ неположительны.

Симплекс-метод

- Симплекс-метод начинает работу с допустимого базисного решения.
- На каждой итерации в текущее базисное множество $J = \{j_1, \dots, j_m\}$ вводится небазисный столбец $j \in N \setminus J$ с положительной приведенной стоимостью $\bar{c}_j = c_j - \sum_{i=1}^m a_{ij} y_j$, где $y = (B^T)^{-1} c_J$ и $B = A^J$.
- Затем из базисного множества выводится столбец
$$j_k \in \arg\min\{x_{j_k}/(B^{-1}A^j)_k : \ (B^{-1}A^j)_k > 0, \ k = 1, \dots, m\},$$
- что является гарантией того, что новые базисное множество и базисное решение будут допустимыми.
- Симплекс-метод заканчивает работу, когда встретится одна из следующих двух ситуаций:
  1. все приведенные стоимости неположительны;
  2. все компоненты вектора $h^j = B^{-1}A^j$ неположительны.

Симплекс-метод

- Симплекс-метод начинает работу с допустимого базисного решения.
- На каждой итерации в текущее базисное множество $J = \{j_1, \dots, j_m\}$ вводится небазисный столбец $j \in N \setminus J$ с положительной приведенной стоимостью $\bar{c}_j = c_j - \sum_{i=1}^m a_{ij} y_j$, где $y = (B^T)^{-1} c_J$ и $B = A^J$.
- Затем из базисного множества выводится столбец $j_k \in \arg\min\{x_{j_k}/(B^{-1}A^j)_k : \ (B^{-1}A^j)_k > 0, \ k = 1, \dots, m\}$,
- что является гарантией того, что новые базисное множество и базисное решение будут допустимыми.
- Симплекс-метод заканчивает работу, когда встретится одна из следующих двух ситуаций:
  1. все приведенные стоимости неположительны;
  2. все компоненты вектора $h^j = B^{-1}A^j$ неположительны.

Симплекс-метод

- Симплекс-метод начинает работу с допустимого базисного решения.
- На каждой итерации в текущее базисное множество $J = \{j_1, \dots, j_m\}$ вводится небазисный столбец $j \in N \setminus J$ с положительной приведенной стоимостью $\bar{c}_j = c_j - \sum_{i=1}^{m} a_{ij} y_j$, где $y = (B^T)^{-1} c_J$ и $B = A^J$.
- Затем из базисного множества выводится столбец

  $$j_k \in \arg\min\{x_{j_k}/(B^{-1}A^j)_k : \ (B^{-1}A^j)_k > 0, \ k = 1, \dots, m\},$$
- что является гарантией того, что новые базисное множество и базисное решение будут допустимыми.
- Симплекс-метод заканчивает работу, когда встретится одна из следующих двух ситуаций:
  1. все приведенные стоимости неположительны;
  2. все компоненты вектора $h^j = B^{-1}A^j$ неположительны.

Симплекс-метод

- Симплекс-метод начинает работу с допустимого базисного решения.
- На каждой итерации в текущее базисное множество $J = \{j_1, \ldots, j_m\}$ вводится небазисный столбец $j \in N \setminus J$ с положительной приведенной стоимостью $\bar{c}_j = c_j - \sum_{i=1}^{m} a_{ij} y_j$, где $y = (B^T)^{-1} c_J$ и $B = A^J$.
- Затем из базисного множества выводится столбец

  $$j_k \in \arg\min\{x_{j_k}/(B^{-1}A^j)_k : \ (B^{-1}A^j)_k > 0, \ k = 1, \ldots, m\},$$

- что является гарантией того, что новые базисное множество и базисное решение будут допустимыми.
- Симплекс-метод заканчивает работу, когда встретится одна из следующих двух ситуаций:
  1. все приведенные стоимости неположительны;
  2. все компоненты вектора $h^j = B^{-1}A^j$ неположительны.

Симплекс-метод

- Симплекс-метод начинает работу с допустимого базисного решения.
- На каждой итерации в текущее базисное множество $J = \{j_1, \dots, j_m\}$ вводится небазисный столбец $j \in N \setminus J$ с положительной приведенной стоимостью $\bar{c}_j = c_j - \sum_{i=1}^{m} a_{ij} y_j$, где $y = (B^T)^{-1} c_J$ и $B = A^J$.
- Затем из базисного множества выводится столбец
$$j_k \in \arg\min\{x_{j_k}/(B^{-1}A^j)_k : \; (B^{-1}A^j)_k > 0, \; k = 1, \dots, m\},$$
- что является гарантией того, что новые базисное множество и базисное решение будут допустимыми.
- Симплекс-метод заканчивает работу, когда встретится одна из следущих двух ситуаций:
  1. все приведенные стоимости неположительны;
  2. все компоненты вектора $h^j = B^{-1}A^j$ неположительны.

Симплекс-метод

- Симплекс-метод начинает работу с допустимого базисного решения.
- На каждой итерации в текущее базисное множество $J = \{j_1, \ldots, j_m\}$ вводится небазисный столбец $j \in N \setminus J$ с положительной приведенной стоимостью $\bar{c}_j = c_j - \sum_{i=1}^m a_{ij} y_j$, где $y = (B^T)^{-1} c_J$ и $B = A^J$.
- Затем из базисного множества выводится столбец $j_k \in \arg\min\{x_{j_k}/(B^{-1}A^j)_k : \; (B^{-1}A^j)_k > 0, \; k = 1, \ldots, m\}$,
- что является гарантией того, что новые базисное множество и базисное решение будут допустимыми.
- Симплекс-метод заканчивает работу, когда встретится одна из следующих двух ситуаций:
  1. все приведенные стоимости неположительны;
  2. все компоненты вектора $h^j = B^{-1}A^j$ неположительны.

Симплекс-метод

- Симплекс-метод заканчивает работу, когда встретится одна из следующих двух ситуаций:
  1. все приведенные стоимости неположительны;
  2. все компоненты вектора $h^j = B^{-1}A^j$ неположительны.
- В случае 1 текущее базисное решение x^* является двойственно допустимым и поэтому оптимальным.
- В случае 2 вектор

  $$x(t) \stackrel{\text{def}}{=} (x(t)_J = B^{-1}b - th^j, x(t)_j = t, x(t)_{N\setminus(J\cup\{j\})} = 0)$$

  — допустимое решение задачи ЛП при любом $t > 0$.
- Так как $c^T x(t) = (c_J)T(B^{-1}(b - tA^j) + tc_j = y^T b + t(c_j - y^T A^j)$
- и $\bar{c}_j = c_j - y^T A^j > 0$, то $\lim_{t\to\infty} c^T x(t) = \infty$,
- т. е. в случае 2 целевая функция з-чи ЛП неограничена.

Симплекс-метод

- Симплекс-метод заканчивает работу, когда встретится одна из следущих двух ситуаций:
  1. все приведенные стоимости неположительны;
  2. все компоненты вектора $h^j = B^{-1}A^j$ неположительны.
- В случае 1 текущее базисное решение x^* является двойственно допустимым и поэтому оптимальным.
- В случае 2 вектор

  $x(t) \stackrel{\text{def}}{=} (x(t)_J = B^{-1}b - th^j, x(t)_j = t, x(t)_{N\setminus(J\cup\{j\})} = 0)$

  — допустимое решение задачи ЛП при любом $t > 0$.
- Так как $c^T x(t) = (c_J)T(B^{-1}(b - tA^j) + tc_j = y^T b + t(c_j - y^T A^j)$
- и $\bar{c}_j = c_j - y^T A^j > 0$, то $\lim_{t\to\infty} c^T x(t) = \infty$,
- т. е. в случае 2 целевая функция з-чи ЛП неограничена.

Симплекс-метод

- Симплекс-метод заканчивает работу, когда встретится одна из следующих двух ситуаций:
  1. все приведенные стоимости неположительны;
  2. все компоненты вектора $h^j = B^{-1}A^j$ неположительны.
- В случае 1 текущее базисное решение x^* является двойственно допустимым и поэтому оптимальным.
- В случае 2 вектор

  $$x(t) \stackrel{\text{def}}{=} (x(t)_J = B^{-1}b - th^j, x(t)_j = t, x(t)_{N\setminus(J\cup\{j\})} = 0)$$

  — допустимое решение задачи ЛП при любом $t > 0$.
- Так как $c^T x(t) = (c_J)T(B^{-1}(b - tA^j) + tc_j = y^T b + t(c_j - y^T A^j)$
- и $\bar{c}_j = c_j - y^T A^j > 0$, то $\lim_{t\to\infty} c^T x(t) = \infty$,
- т. е. в случае 2 целевая функция з-чи ЛП неограничена.

Симплекс-метод

- Симплекс-метод заканчивает работу, когда встретится одна из следующих двух ситуаций:
  1. все приведенные стоимости неположительны;
  2. все компоненты вектора $h^j = B^{-1}A^j$ неположительны.
- В случае 1 текущее базисное решение x^* является двойственно допустимым и поэтому оптимальным.
- В случае 2 вектор

  $$x(t) \stackrel{\text{def}}{=} (x(t)_J = B^{-1}b - th^j, x(t)_j = t, x(t)_{N\setminus(J\cup\{j\})} = 0)$$

  — допустимое решение задачи ЛП при любом $t > 0$.
- Так как $c^T x(t) = (c_J)T(B^{-1}(b - tA^j) + tc_j = y^T b + t(c_j - y^T A^j)$
- и $\bar{c}_j = c_j - y^T A^j > 0$, то $\lim_{t\to\infty} c^T x(t) = \infty$,
- т. е. в случае 2 целевая функция з-чи ЛП неограничена.

Симплекс-метод

- Симплекс-метод заканчивает работу, когда встретится одна из следующих двух ситуаций:
  1. все приведенные стоимости неположительны;
  2. все компоненты вектора $h^j = B^{-1}A^j$ неположительны.
- В случае 1 текущее базисное решение x^* является двойственно допустимым и поэтому оптимальным.
- В случае 2 вектор

  $$x(t) \stackrel{\text{def}}{=} (x(t)_J = B^{-1}b - th^j, x(t)_j = t, x(t)_{N\setminus(J\cup\{j\})} = 0)$$

  — допустимое решение задачи ЛП при любом $t > 0$.
- Так как $c^T x(t) = (c_J)T(B^{-1}(b - tA^j) + tc_j = y^T b + t(c_j - y^T A^j)$
- и $\bar{c}_j = c_j - y^T A^j > 0$, то $\lim_{t\to\infty} c^T x(t) = \infty$,
- т. е. в случае 2 целевая функция з-чи ЛП неограничена.

План лекции

1. Симплекс-метод
   - Базисы и базисные решения
   - Итерации симплекс-метода

2. Числовой пример
   - Симплекс-метод в форме уравнений
   - Симплекс-метод в табличной форме

Пример задачи ЛП

Решим следующую задачу ЛП:

$$
\begin{aligned}
5x_1 + 2x_2 + 3x_3 &\to \max,\\
2x_1 + 3x_2 + x_3 &\le 10,\\
4x_1 + 2x_2 + 2x_3 &\le 12,\\
2x_1 + x_2 + 2x_3 &\le 8,\\
x_1,\ x_2,\ x_3 &\ge 0.
\end{aligned}
\tag{2}
$$

Пример задачи ЛП

Решим следующую задачу ЛП:

$$
\begin{aligned}
&5x_1 + 2x_2 + 3x_3 \to \max,\\
&2x_1 + 3x_2 + x_3 \le 10,\\
&4x_1 + 2x_2 + 2x_3 \le 12,\\
&2x_1 + x_2 + 2x_3 \le 8,\\
&\qquad x_1,\ x_2,\ x_3 \ \ge 0.
\end{aligned}
\tag{2}
$$

Преобразование задачи ЛП в стандартную форму

- Вводя переменные недостатка x_4, x_5 и x_6, запишем эквивалентную задачу ЛП:

$$\begin{aligned} 5x_1 + 2x_2 + 3x_3 & \to \max, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 & = 10, \\ 4x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_5 & = 12, \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 + x_6 & = 8, \\ x_1,\ x_2,\ x_3,\ x_4,\ x_5,\ x_6 & \geq 0. \end{aligned} \tag{3}$$

- Столбцы, соответствующии переменным недостатка, образуют допустимое базисное множество $J^0 = \{4, 5, 6\}$,
- которому соответствует допустимое базисное решение $x^0 = (0, 0, 0, 10, 12, 8)$, $c^T x^0 = 0$.

Преобразование задачи ЛП в стандартную форму

- Вводя переменные недостатка x_4, x_5 и x_6, запишем эквивалентную задачу ЛП:

$$\begin{aligned} 5x_1 + 2x_2 + 3x_3 & \to \max, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 &= 10, \\ 4x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_5 &= 12, \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 + x_6 &= 8, \\ x_1,\ x_2,\ x_3,\ x_4,\ x_5,\ x_6 &\geq 0. \end{aligned} \tag{3}$$

- Столбцы, соответствующии переменным недостатка, образуют допустимое базисное множество $J^0 = \{4, 5, 6\}$,
- которому соответствует допустимое базисное решение $x^0 = (0, 0, 0, 10, 12, 8)$, $c^T x^0 = 0$.

Преобразование задачи ЛП в стандартную форму

- Вводя переменные недостатка x_4, x_5 и x_6, запишем эквивалентную задачу ЛП:

$$
\begin{array}{rl}
5x_1 + 2x_2 + 3x_3 & \to \max, \\
2x_1 + 3x_2 + \ x_3 + x_4 & = 10, \\
4x_1 + 2x_2 + 2x_3 \qquad + x_5 & = 12, \\
2x_1 + \ x_2 + 2x_3 \qquad\qquad + x_6 & = 8, \\
x_1,\ x_2,\ x_3,\ x_4,\ x_5,\ x_6 & \geq 0.
\end{array} \tag{3}
$$

- Столбцы, соответствующии переменным недостатка, образуют допустимое базисное множество $J^0 = \{4, 5, 6\}$,
- которому соответствует допустимое базисное решение $x^0 = (0, 0, 0, 10, 12, 8)$, $c^T x^0 = 0$.

Преобразование задачи ЛП в стандартную форму

- Вводя переменные недостатка x_4, x_5 и x_6, запишем эквивалентную задачу ЛП:

$$\begin{aligned}
5x_1 + 2x_2 + 3x_3 & \to \max,\\
2x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 & = 10,\\
4x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_5 & = 12,\\
2x_1 + x_2 + 2x_3 + x_6 & = 8,\\
x_1,\ x_2,\ x_3,\ x_4,\ x_5,\ x_6 & \geq 0.
\end{aligned} \tag{3}$$

- Столбцы, соответствующии переменным недостатка, образуют допустимое базисное множество $J^0 = \{4, 5, 6\}$,
- которому соответствует допустимое базисное решение $x^0 = (0, 0, 0, 10, 12, 8)$, $c^T x^0 = 0$.

Преобразование задачи ЛП в стандартную форму

- Вводя переменные недостатка x_4, x_5 и x_6, запишем эквивалентную задачу ЛП:

$$
\begin{aligned}
5x_1 + 2x_2 + 3x_3 & & & & \to \max,\\
2x_1 + 3x_2 + \ \ x_3 + x_4 & & & & = 10,\\
4x_1 + 2x_2 + 2x_3 & & + x_5 & & = 12,\\
2x_1 + \ \ x_2 + 2x_3 & & & + x_6 & = 8,\\
& x_1,\ x_2,\ x_3,\ x_4,\ x_5,\ x_6 & & & \geq 0.
\end{aligned}
\tag{3}
$$

- Столбцы, соответствующии переменным недостатка, образуют допустимое базисное множество $J^0 = \{4, 5, 6\}$,
- которому соответствует допустимое базисное решение $x^0 = (0, 0, 0, 10, 12, 8)$, $c^T x^0 = 0$.
- Заменяя в (3) целевую функцию равенством $c^T x = 0$, получим систему:

Преобразование задачи ЛП в стандартную форму

- Заменяя в (3) целевую функцию равенством $c^T x = 0$, получим систему:

$$
\begin{aligned}
5x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 0x_4 + 0x_5 + 0x_6 &= 0,\\
2x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 + 0x_5 + 0x_6 &= 10,\\
4x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 0x_4 + x_5 + 0x_6 &= 12,\\
2x_1 + x_2 + 2x_3 + 0x_4 + 0x_5 + x_6 &= 8,\\
x_1,\ x_2,\ x_3,\ x_4,\ x_5,\ x_6 &\geq 0.
\end{aligned}
$$

- Все столцы матрицы ограничений данной системы уравнений, соответствующие базисным переменным, являются единичными.
- В строке целевой функции, все коэффициенты в базисных столбцах равны нулю.

Преобразование задачи ЛП в стандартную форму

- Заменяя в (3) целевую функцию равенством $c^T x = 0$, получим систему:

$$
\begin{aligned}
5x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 0x_4 + 0x_5 + 0x_6 &= 0,\\
2x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 + 0x_5 + 0x_6 &= 10,\\
4x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 0x_4 + x_5 + 0x_6 &= 12,\\
2x_1 + x_2 + 2x_3 + 0x_4 + 0x_5 + x_6 &= 8,\\
x_1,\ x_2,\ x_3,\ x_4,\ x_5,\ x_6 &\geq 0.
\end{aligned}
$$

- Все столцы матрицы ограничений данной системы уравнений, соответствующие базисным переменным, являются единичными.
- В строке целевой функции, все коэффициенты в базисных столбцах равны нулю.

Преобразование задачи ЛП в стандартную форму

- Заменяя в (3) целевую функцию равенством $c^T x = 0$, получим систему:

$$\begin{aligned}
5x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 0x_4 + 0x_5 + 0x_6 &= 0,\\
2x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 + 0x_5 + 0x_6 &= 10,\\
4x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 0x_4 + x_5 + 0x_6 &= 12,\\
2x_1 + x_2 + 2x_3 + 0x_4 + 0x_5 + x_6 &= 8,\\
x_1,\ x_2,\ x_3,\ x_4,\ x_5,\ x_6 &\geq 0.
\end{aligned}$$

- Все столцы матрицы ограничений данной системы уравнений, соответствующие базисным переменным, являются единичными.
- В строке целевой функции, все коэффициенты в базисных столбцах равны нулю.

Итерация 1: выбор переменных для ввода в базис и вывода из базиса

$$
\begin{aligned}
5x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 0x_4 + 0x_5 + 0x_6 &= 0, \\
2x_1 + 3x_2 + \ x_3 + \ x_4 + 0x_5 + 0x_6 &= 10, & : 10/2 = 5 \\
4x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 0x_4 + \ x_5 + 0x_6 &= 12, & : 12/4 = 3 \\
2x_1 + \ x_2 + 2x_3 + 0x_4 + 0x_5 + \ x_6 &= 8. & : 8/2 = 4
\end{aligned}
$$

- Если мы поочереди будем увеличивать на 1 значения небазисных переменных x_1, x_2 и x_3, то целевая функция вырастет соответственно на 5, 2 и 3.
- Кажется, что нам выгоднее всего увеличивать значение переменной x_1. Мы так и поступим.
- Чтобы не нарушить уравнения 2, 3 и 4 (ограничения нашей задачи), увеличение x_1 на ϵ, должно сопровождаться уменьшением базисных переменных:
- x_4 на 2ϵ, $\quad x_5$ на 4ϵ, $\quad x_6$ на 2ϵ.

Итерация 1: выбор переменных для ввода в базис и вывода из базиса

$$
\begin{aligned}
5x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 0x_4 + 0x_5 + 0x_6 &= 0, \\
2x_1 + 3x_2 + \ \ x_3 + \ \ x_4 + 0x_5 + 0x_6 &= 10, && : 10/2 = 5 \\
4x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 0x_4 + \ \ x_5 + 0x_6 &= 12, && : 12/4 = 3 \\
2x_1 + \ \ x_2 + 2x_3 + 0x_4 + 0x_5 + \ \ x_6 &= 8. && : 8/2 = 4
\end{aligned}
$$

- Если мы поочереди будем увеличивать на 1 значения небазисных переменных x_1, x_2 и x_3, то целевая функция вырастет соответственно на 5, 2 и 3.
- Кажется, что нам выгоднее всего увеличивать значение переменной x_1. Мы так и поступим.
- Чтобы не нарушить уравнения 2, 3 и 4 (ограничения нашей задачи), увеличение x_1 на ϵ, должно сопровождаться уменьшением базисных переменных:
- x_4 на 2ϵ, x_5 на 4ϵ, x_6 на 2ϵ.

Итерация 1: выбор переменных для ввода в базис и вывода из базиса

$$
\begin{aligned}
5x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 0x_4 + 0x_5 + 0x_6 &= 0, \\
2x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 + 0x_5 + 0x_6 &= 10, \quad &: 10/2 = 5 \\
4x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 0x_4 + x_5 + 0x_6 &= 12, \quad &: 12/4 = 3 \\
2x_1 + x_2 + 2x_3 + 0x_4 + 0x_5 + x_6 &= 8. \quad &: 8/2 = 4
\end{aligned}
$$

- Если мы поочереди будем увеличивать на 1 значения небазисных переменных x_1, x_2 и x_3, то целевая функция вырастет соответственно на 5, 2 и 3.
- Кажется, что нам выгоднее всего увеличивать значение переменной x_1. Мы так и поступим.
- Чтобы не нарушить уравнения 2, 3 и 4 (ограничения нашей задачи), увеличение x_1 на ϵ, должно сопровождаться уменьшением базисных переменных:
- x_4 на 2ϵ, x_5 на 4ϵ, x_6 на 2ϵ.

Итерация 1: выбор переменных для ввода в базис и вывода из базиса

$$
\begin{aligned}
5x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 0x_4 + 0x_5 + 0x_6 &= 0, \\
2x_1 + 3x_2 + \ x_3 + \ x_4 + 0x_5 + 0x_6 &= 10, & : 10/2 = 5 \\
4x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 0x_4 + \ x_5 + 0x_6 &= 12, & : 12/4 = 3 \\
2x_1 + \ x_2 + 2x_3 + 0x_4 + 0x_5 + \ x_6 &= 8. & : 8/2 = 4
\end{aligned}
$$

- Если мы поочереди будем увеличивать на 1 значения небазисных переменных x_1, x_2 и x_3, то целевая функция вырастет соответственно на 5, 2 и 3.
- Кажется, что нам выгоднее всего увеличивать значение переменной x_1. Мы так и поступим.
- Чтобы не нарушить уравнения 2, 3 и 4 (ограничения нашей задачи), увеличение x_1 на ϵ, должно сопровождаться уменьшением базисных переменных:
- x_4 на 2ϵ, x_5 на 4ϵ, x_6 на 2ϵ.

Итерация 1: выбор переменных для ввода в базис и вывода из базиса

$$
\begin{array}{llr}
5x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 0x_4 + 0x_5 + 0x_6 = 0, & & \\
2x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 + 0x_5 + 0x_6 = 10, & : & 10/2 = 5 \\
4x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 0x_4 + x_5 + 0x_6 = 12, & : & 12/4 = 3 \\
2x_1 + x_2 + 2x_3 + 0x_4 + 0x_5 + x_6 = 8. & : & 8/2 = 4
\end{array}
$$

- Если мы поочереди будем увеличивать на 1 значения небазисных переменных x_1, x_2 и x_3, то целевая функция вырастет соответственно на 5, 2 и 3.
- Кажется, что нам выгоднее всего увеличивать значение переменной x_1. Мы так и поступим.
- Чтобы не нарушить уравнения 2, 3 и 4 (ограничения нашей задачи), увеличение x_1 на ϵ, должно сопровождаться уменьшением базисных переменных:
- x_4 на 2ϵ, x_5 на 4ϵ, x_6 на 2ϵ.

Итерация 1: выбор переменных для ввода в базис и вывода из базиса

$$
\begin{array}{llr}
5x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 0x_4 + 0x_5 + 0x_6 = 0, & & \\
2x_1 + 3x_2 + \ \ x_3 + \ \ x_4 + 0x_5 + 0x_6 = 10, & : & 10/2 = 5 \\
4x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 0x_4 + \ \ x_5 + 0x_6 = 12, & : & 12/4 = 3 \\
2x_1 + \ \ x_2 + 2x_3 + 0x_4 + 0x_5 + \ \ x_6 = 8. & : & 8/2 = 4
\end{array}
$$

- Чтобы не нарушить уравнения 2, 3 и 4 (ограничения нашей задачи), увеличение x_1 на ϵ, должно сопровождаться уменьшением базисных переменных:
- x_4 на 2ϵ, x_5 на 4ϵ, x_6 на 2ϵ.
- Максимально возможное значение ϵ, при котором базисные переменные x_4, x_5 и x_5 все еще остаются неотрицательными, определяется следующим образом:
- вычисляем отношения элементов столбца b правой части системы к соотв. положительным элементам ведущего столбца x_1

Итерация 1: выбор переменных для ввода в базис и вывода из базиса

$$
\begin{array}{lr}
5x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 0x_4 + 0x_5 + 0x_6 = 0, & \\
2x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 + 0x_5 + 0x_6 = 10, & : 10/2 = 5 \\
4x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 0x_4 + x_5 + 0x_6 = 12, & : 12/4 = 3 \\
2x_1 + x_2 + 2x_3 + 0x_4 + 0x_5 + x_6 = 8. & : 8/2 = 4
\end{array}
$$

- Чтобы не нарушить уравнения 2, 3 и 4 (ограничения нашей задачи), увеличение x_1 на ϵ, должно сопровождаться уменьшением базисных переменных:
- x_4 на 2ϵ, x_5 на 4ϵ, x_6 на 2ϵ.
- Максимально возможное значение ϵ, при котором базисные переменные x_4, x_5 и x_5 все еще остаются неотрицательными, определяется следующим образом:
- вычисляем отношения элементов столбца b правой части системы к соотв. положительным элементам ведущего столбца x_1

Итерация 1: выбор переменных для ввода в базис и вывода из базиса

$$
\begin{array}{lr}
5x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 0x_4 + 0x_5 + 0x_6 = 0, & \\
2x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 + 0x_5 + 0x_6 = 10, & : 10/2 = 5 \\
4x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 0x_4 + x_5 + 0x_6 = 12, & : 12/4 = 3 \\
2x_1 + x_2 + 2x_3 + 0x_4 + 0x_5 + x_6 = 8. & : 8/2 = 4
\end{array}
$$

- Максимально возможное значение ϵ, при котором базисные переменные x_4, x_5 и x_5 все еще остаются неотрицательными, определяется следующим образом:
- вычисляем отношения элементов столбца b правой части системы к соотв. положительным элементам ведущего столбца x_1
- и среди этих отношений выбираем наименьшее ($\epsilon = \min\{5, 3, 4\} = 3$), которое находится в строке 3.
- Строка 3 объявляется *ведущей строкой.*

Итерация 1: выбор переменных для ввода в базис и вывода из базиса

$$
\begin{array}{ll}
5x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 0x_4 + 0x_5 + 0x_6 = 0, & \\
2x_1 + 3x_2 + \ x_3 + \ x_4 + 0x_5 + 0x_6 = 10, & : \ 10/2 = 5 \\
4x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 0x_4 + \ x_5 + 0x_6 = 12, & : \ 12/4 = 3 \\
2x_1 + \ x_2 + 2x_3 + 0x_4 + 0x_5 + \ x_6 = 8. & : \ 8/2 = 4
\end{array}
$$

- Максимально возможное значение ϵ, при котором базисные переменные x_4, x_5 и x_5 все еще остаются неотрицательными, определяется следующим образом:
- вычисляем отношения элементов столбца b правой части системы к соотв. положительным элементам ведущего столбца x_1
- и среди этих отношений выбираем наименьшее ($\epsilon = \min\{5, 3, 4\} = 3$), которое находится в строке 3.
- Строка 3 объявляется *ведущей строкой.*

Итерация 1: выбор переменных для ввода в базис и вывода из базиса

$$
\begin{array}{ll}
5x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 0x_4 + 0x_5 + 0x_6 = 0, & \\
2x_1 + 3x_2 + \ \ x_3 + \ \ x_4 + 0x_5 + 0x_6 = 10, & : \ 10/2 = 5 \\
4x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 0x_4 + \ \ x_5 + 0x_6 = 12, & : \ 12/4 = 3 \\
2x_1 + \ \ x_2 + 2x_3 + 0x_4 + 0x_5 + \ \ x_6 = 8. & : \ 8/2 = 4
\end{array}
$$

- Строка 3 объявляется *ведущей строкой*.
- Заменяя в базисном множестве столбец 5 на столбец 1, получим новое базисное множество $J^1 = \{4, 1, 6\}$.

Выбор переменной для вывода из базис

- Для всех положительных компонент *ведущего столбца* (соответствует увеличиваемой переменной)
- вычисляем отношение соответствующей компоненты вектора правой части к данной компоненте ведущего столбца;
- среди этих отношений выбираем наименьшее (строка в которой достигается это минимальное отношение называется *ведущей*);
- из базисного множества выводим ту базисную переменную, которая встречается в ведущей строке с ненулевым коэффициентом.

Выбор переменной для вывода из базис

- Для всех положительных компонент *ведущего столбца* (соответствует увеличиваемой переменной)
- вычисляем отношение соответствующей компоненты вектора правой части к данной компоненте ведущего столбца;
- среди этих отношений выбираем наименьшее (строка в которой достигается это минимальное отношение называется *ведущей*);
- из базисного множества выводим ту базисную переменную, которая встречается в ведущей строке с ненулевым коэффициентом.

Выбор переменной для вывода из базис

- Для всех положительных компонент *ведущего столбца* (соответствует увеличиваемой переменной)
- вычисляем отношение соответствующей компоненты вектора правой части к данной компоненте ведущего столбца;
- среди этих отношений выбираем наименьшее (строка в которой достигается это минимальное отношение называется *ведущей*);
- из базисного множества выводим ту базисную переменную, которая встречается в ведущей строке с ненулевым коэффициентом.

Выбор переменной для вывода из базис

- Для всех положительных компонент *ведущего столбца* (соответствует увеличиваемой переменной)
- вычисляем отношение соответствующей компоненты вектора правой части к данной компоненте ведущего столбца;
- среди этих отношений выбираем наименьшее (строка в которой достигается это минимальное отношение называется *ведущей*);
- из базисного множества выводим ту базисную переменную, которая встречается в ведущей строке с ненулевым коэффициентом.

Итерация 1: операция замещения

$$
\begin{aligned}
5x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 0x_4 + 0x_5 + 0x_6 &= 0,\\
2x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 + 0x_5 + 0x_6 &= 10,\\
4x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 0x_4 + x_5 + 0x_6 &= 12,\\
2x_1 + x_2 + 2x_3 + 0x_4 + 0x_5 + x_6 &= 8,
\end{aligned}
$$

- Чтобы завершить первую итерацию симплекс-метода, осталось выполнить *операцию замещения*,
- которая должна преобразовать систему уравнений, чтобы все базисные столбцы были единичными.
- Для этого разделим равенство 3 на 4,
- а затем результат умножим
  1. на 5 и отнимет от равенства 1,
  2. на 2 и отнимем от равенства 2,
  3. на 2 и отнимем от равенства 4.

Итерация 1: операция замещения

$$\begin{aligned}
5x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 0x_4 + 0x_5 + 0x_6 &= 0,\\
2x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 + 0x_5 + 0x_6 &= 10,\\
4x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 0x_4 + x_5 + 0x_6 &= 12,\\
2x_1 + x_2 + 2x_3 + 0x_4 + 0x_5 + x_6 &= 8,
\end{aligned}$$

- Чтобы завершить первую итерацию симплекс-метода, осталось выполнить *операцию замещения*,
- которая должна преобразовать систему уравнений, чтобы все базисные столбцы были единичными.
- Для этого разделим равенство 3 на 4,
- а затем результат умножим
  1. на 5 и отнимет от равенства 1,
  2. на 2 и отнимем от равенства 2,
  3. на 2 и отнимем от равенства 4.

Итерация 1: операция замещения

$$
\begin{aligned}
5x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 0x_4 + 0x_5 + 0x_6 &= 0,\\
2x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 + 0x_5 + 0x_6 &= 10,\\
4x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 0x_4 + x_5 + 0x_6 &= 12,\\
2x_1 + x_2 + 2x_3 + 0x_4 + 0x_5 + x_6 &= 8,
\end{aligned}
$$

- Чтобы завершить первую итерацию симплекс-метода, осталось выполнить *операцию замещения*,
- которая должна преобразовать систему уравнений, чтобы все базисные столбцы были единичными.
- Для этого разделим равенство 3 на 4,
- а затем результат умножим
  1. на 5 и отнимет от равенства 1,
  2. на 2 и отнимем от равенства 2,
  3. на 2 и отнимем от равенства 4.

Итерация 1: операция замещения

$$
\begin{aligned}
5x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 0x_4 + 0x_5 + 0x_6 &= 0,\\
2x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 + 0x_5 + 0x_6 &= 10,\\
4x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 0x_4 + x_5 + 0x_6 &= 12,\\
2x_1 + x_2 + 2x_3 + 0x_4 + 0x_5 + x_6 &= 8,
\end{aligned}
$$

- Чтобы завершить первую итерацию симплекс-метода, осталось выполнить *операцию замещения*,
- которая должна преобразовать систему уравнений, чтобы все базисные столбцы были единичными.
- Для этого разделим равенство 3 на 4,
- а затем результат умножим
  1. на 5 и отнимет от равенства 1,
  2. на 2 и отнимем от равенства 2,
  3. на 2 и отнимем от равенства 4.

Итерация 1: операция замещения

$$
\begin{array}{rcl}
5x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 0x_4 + 0x_5 + 0x_6 & = & 0, \\
2x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 + 0x_5 + 0x_6 & = & 10, \\
x_1 + \frac{1}{2}x_2 + \frac{1}{2}x_3 + 0x_4 + \frac{1}{4}x_5 + 0x_6 & = & 3, \\
2x_1 + x_2 + 2x_3 + 0x_4 + 0x_5 + x_6 & = & 8,
\end{array}
$$

- Чтобы завершить первую итерацию симплекс-метода, осталось выполнить *операцию замещения*,
- которая должна преобразовать систему уравнений, чтобы все базисные столбцы были единичными.
- Для этого разделим равенство 3 на 4,
- а затем результат умножим
  1. на 5 и отнимет от равенства 1,
  2. на 2 и отнимем от равенства 2,
  3. на 2 и отнимем от равенства 4.

Итерация 1: операция замещения

$$\begin{aligned}
5x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 0x_4 + 0x_5 + 0x_6 &= 0,\\
2x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 + 0x_5 + 0x_6 &= 10,\\
x_1 + \tfrac{1}{2}x_2 + \tfrac{1}{2}x_3 + 0x_4 + \tfrac{1}{4}x_5 + 0x_6 &= 3,\\
2x_1 + x_2 + 2x_3 + 0x_4 + 0x_5 + x_6 &= 8,
\end{aligned}$$

- Чтобы завершить первую итерацию симплекс-метода, осталось выполнить *операцию замещения*,
- которая должна преобразовать систему уравнений, чтобы все базисные столбцы были единичными.
- Для этого разделим равенство 3 на 4,
- а затем результат умножим
    1. на 5 и отнимет от равенства 1,
    2. на 2 и отнимем от равенства 2,
    3. на 2 и отнимем от равенства 4.

Итерация 1: операция замещения

$$
\begin{aligned}
5x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 0x_4 + 0x_5 + 0x_6 &= 0,\\
2x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 + 0x_5 + 0x_6 &= 10,\\
x_1 + \tfrac{1}{2}x_2 + \tfrac{1}{2}x_3 + 0x_4 + \tfrac{1}{4}x_5 + 0x_6 &= 3,\\
2x_1 + x_2 + 2x_3 + 0x_4 + 0x_5 + x_6 &= 8,
\end{aligned}
$$

- Чтобы завершить первую итерацию симплекс-метода, осталось выполнить *операцию замещения*,
- которая должна преобразовать систему уравнений, чтобы все базисные столбцы были единичными.
- Для этого разделим равенство 3 на 4,
- а затем результат умножим
    1. на 5 и отнимет от равенства 1,
    2. на 2 и отнимем от равенства 2,
    3. на 2 и отнимем от равенства 4.

Итерация 1: операция замещения

$$
\begin{aligned}
0x_1 - \tfrac{1}{2}x_2 + \tfrac{1}{2}x_3 + 0x_4 - \tfrac{5}{4}x_5 + 0x_6 &= -15,\\
2x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 + 0x_5 + 0x_6 &= 10,\\
x_1 + \tfrac{1}{2}x_2 + \tfrac{1}{2}x_3 + 0x_4 + \tfrac{1}{4}x_5 + 0x_6 &= 3,\\
2x_1 + x_2 + 2x_3 + 0x_4 + 0x_5 + x_6 &= 8,
\end{aligned}
$$

- Чтобы завершить первую итерацию симплекс-метода, осталось выполнить *операцию замещения*,
- которая должна преобразовать систему уравнений, чтобы все базисные столбцы были единичными.
- Для этого разделим равенство 3 на 4,
- а затем результат умножим
  1. на 5 и отнимет от равенства 1,
  2. на 2 и отнимем от равенства 2,
  3. на 2 и отнимем от равенства 4.

Итерация 1: операция замещения

$$
\begin{aligned}
0x_1 - \tfrac{1}{2}x_2 + \tfrac{1}{2}x_3 + 0x_4 - \tfrac{5}{4}x_5 + 0x_6 &= -15,\\
2x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 + 0x_5 + 0x_6 &= 10,\\
x_1 + \tfrac{1}{2}x_2 + \tfrac{1}{2}x_3 + 0x_4 + \tfrac{1}{4}x_5 + 0x_6 &= 3,\\
2x_1 + x_2 + 2x_3 + 0x_4 + 0x_5 + x_6 &= 8,
\end{aligned}
$$

- Чтобы завершить первую итерацию симплекс-метода, осталось выполнить *операцию замещения*,
- которая должна преобразовать систему уравнений, чтобы все базисные столбцы были единичными.
- Для этого разделим равенство 3 на 4,
- а затем результат умножим
  1. на 5 и отнимет от равенства 1,
  2. на 2 и отнимем от равенства 2,
  3. на 2 и отнимем от равенства 4.

Итерация 1: операция замещения

$$\begin{aligned}
0x_1 - \tfrac{1}{2}x_2 + \tfrac{1}{2}x_3 + 0x_4 - \tfrac{5}{4}x_5 + 0x_6 &= -15,\\
0x_1 + 2x_2 + 0x_3 + x_4 - \tfrac{1}{2}x_5 + 0x_6 &= 4,\\
x_1 + \tfrac{1}{2}x_2 + \tfrac{1}{2}x_3 + 0x_4 + \tfrac{1}{4}x_5 + 0x_6 &= 3,\\
2x_1 + x_2 + 2x_3 + 0x_4 + 0x_5 + x_6 &= 8,
\end{aligned}$$

- Чтобы завершить первую итерацию симплекс-метода, осталось выполнить *операцию замещения*,
- которая должна преобразовать систему уравнений, чтобы все базисные столбцы были единичными.
- Для этого разделим равенство 3 на 4,
- а затем результат умножим
  1. на 5 и отнимет от равенства 1,
  2. на 2 и отнимем от равенства 2,
  3. на 2 и отнимем от равенства 4.

Итерация 1: операция замещения

$$
\begin{aligned}
0x_1 - \tfrac{1}{2}x_2 + \tfrac{1}{2}x_3 + 0x_4 - \tfrac{5}{4}x_5 + 0x_6 &= -15,\\
0x_1 + 2x_2 + 0x_3 + x_4 - \tfrac{1}{2}x_5 + 0x_6 &= 4,\\
x_1 + \tfrac{1}{2}x_2 + \tfrac{1}{2}x_3 + 0x_4 + \tfrac{1}{4}x_5 + 0x_6 &= 3,\\
2x_1 + x_2 + 2x_3 + 0x_4 + 0x_5 + x_6 &= 8,
\end{aligned}
$$

- Чтобы завершить первую итерацию симплекс-метода, осталось выполнить *операцию замещения*,
- которая должна преобразовать систему уравнений, чтобы все базисные столбцы были единичными.
- Для этого разделим равенство 3 на 4,
- а затем результат умножим
  1. на 5 и отнимет от равенства 1,
  2. на 2 и отнимем от равенства 2,
  3. на 2 и отнимем от равенства 4.

Итерация 1: операция замещения

$$
\begin{aligned}
0x_1 - \tfrac{1}{2}x_2 + \tfrac{1}{2}x_3 + 0x_4 - \tfrac{5}{4}x_5 + 0x_6 &= -15,\\
0x_1 + 2x_2 + 0x_3 + \ \ x_4 - \tfrac{1}{2}x_5 + 0x_6 &= 4,\\
x_1 + \tfrac{1}{2}x_2 + \tfrac{1}{2}x_3 + 0x_4 + \tfrac{1}{4}x_5 + 0x_6 &= 3,\\
0x_1 + 0x_2 + \ \ x_3 + 0x_4 - \tfrac{1}{2}x_5 + \ \ x_6 &= 2.
\end{aligned}
$$

- Чтобы завершить первую итерацию симплекс-метода, осталось выполнить *операцию замещения*,
- которая должна преобразовать систему уравнений, чтобы все базисные столбцы были единичными.
- Для этого разделим равенство 3 на 4,
- а затем результат умножим
  1. на 5 и отнимет от равенства 1,
  2. на 2 и отнимем от равенства 2,
  3. на 2 и отнимем от равенства 4.

Итерация 2: выбор переменных для ввода в базис и вывода из базиса

$$
\begin{aligned}
0x_1 - \tfrac{1}{2}x_2 + \tfrac{1}{2}x_3 + 0x_4 - \tfrac{5}{4}x_5 + 0x_6 &= -15, \\
0x_1 + 2x_2 + 0x_3 + \ x_4 - \tfrac{1}{2}x_5 + 0x_6 &= 4, && : \ \infty \\
1x_1 + \tfrac{1}{2}x_2 + \tfrac{1}{2}x_3 + 0x_4 + \tfrac{1}{4}x_5 + 0x_6 &= 3, && : \ 3/(1/2) = 6 \\
0x_1 + 0x_2 + \ x_3 + 0x_4 - \tfrac{1}{2}x_5 + \ x_6 &= 2 && : \ 2/1 = 2.
\end{aligned}
$$

- Теперь наибольший целевой коэффициент $1/2$ у переменной x_3,
- увеличивая которую мы будем уменьшать значения базисных переменных x_1 и x_6.
- Вычисляем отношения компонент вектора b к компонентам столбца x_2.
- Наименьшее значение 2 находится в строке 4, которая будет ведущей на данной итерации.

Итерация 2: выбор переменных для ввода в базис и вывода из базиса

$$
\begin{array}{lr}
0x_1 - \frac{1}{2}x_2 + \frac{1}{2}x_3 + 0x_4 - \frac{5}{4}x_5 + 0x_6 = -15, & \\
0x_1 + 2x_2 + 0x_3 + x_4 - \frac{1}{2}x_5 + 0x_6 = 4, & : \infty \\
1x_1 + \frac{1}{2}x_2 + \frac{1}{2}x_3 + 0x_4 + \frac{1}{4}x_5 + 0x_6 = 3, & : 3/(1/2) = 6 \\
0x_1 + 0x_2 + x_3 + 0x_4 - \frac{1}{2}x_5 + x_6 = 2 & : 2/1 = 2.
\end{array}
$$

- Теперь наибольший целевой коэффициент $1/2$ у переменной x_3,
- увеличивая которую мы будем уменьшать значения базисных переменных x_1 и x_6.
- Вычисляем отношения компонент вектора b к компонентам столбца x_2.
- Наименьшее значение 2 находится в строке 4, которая будет ведущей на данной итерации.

Итерация 2: выбор переменных для ввода в базис и вывода из базиса

$$
\begin{aligned}
0x_1 - \tfrac{1}{2}x_2 + \tfrac{1}{2}x_3 + 0x_4 - \tfrac{5}{4}x_5 + 0x_6 &= -15, \\
0x_1 + 2x_2 + 0x_3 + x_4 - \tfrac{1}{2}x_5 + 0x_6 &= 4, & &: \infty \\
1x_1 + \tfrac{1}{2}x_2 + \tfrac{1}{2}x_3 + 0x_4 + \tfrac{1}{4}x_5 + 0x_6 &= 3, & &: 3/(1/2) = 6 \\
0x_1 + 0x_2 + x_3 + 0x_4 - \tfrac{1}{2}x_5 + x_6 &= 2 & &: 2/1 = 2.
\end{aligned}
$$

- Теперь наибольший целевой коэффициент 1/2 у переменной x_3,
- увеличивая которую мы будем уменьшать значения базисных переменных x_1 и x_6.
- Вычисляем отношения компонент вектора b к компонентам столбца x_2.
- Наименьшее значение 2 находится в строке 4, которая будет ведущей на данной итерации.

Итерация 2: выбор переменных для ввода в базис и вывода из базиса

$$
\begin{aligned}
0x_1 - \tfrac{1}{2}x_2 + \tfrac{1}{2}x_3 + 0x_4 - \tfrac{5}{4}x_5 + 0x_6 &= -15, \\
0x_1 + 2x_2 + 0x_3 + \ \ x_4 - \tfrac{1}{2}x_5 + 0x_6 &= 4, && : \infty \\
1x_1 + \tfrac{1}{2}x_2 + \tfrac{1}{2}x_3 + 0x_4 + \tfrac{1}{4}x_5 + 0x_6 &= 3, && : 3/(1/2) = 6 \\
0x_1 + 0x_2 + \ \ x_3 + 0x_4 - \tfrac{1}{2}x_5 + \ \ x_6 &= 2 && : 2/1 = 2.
\end{aligned}
$$

- Теперь наибольший целевой коэффициент $1/2$ у переменной x_3,
- увеличивая которую мы будем уменьшать значения базисных переменных x_1 и x_6.
- Вычисляем отношения компонент вектора b к компонентам столбца x_2.
- Наименьшее значение 2 находится в строке 4, которая будет ведущей на данной итерации.

Итерация 2: выбор переменных для ввода в базис и вывода из базиса

$$
\begin{array}{llr}
0x_1 - \frac{1}{2}x_2 + \frac{1}{2}x_3 + 0x_4 - \frac{5}{4}x_5 + 0x_6 = -15, & & \\
0x_1 + 2x_2 + 0x_3 + x_4 - \frac{1}{2}x_5 + 0x_6 = 4, & : & \infty \\
1x_1 + \frac{1}{2}x_2 + \frac{1}{2}x_3 + 0x_4 + \frac{1}{4}x_5 + 0x_6 = 3, & : & 3/(1/2) = 6 \\
0x_1 + 0x_2 + x_3 + 0x_4 - \frac{1}{2}x_5 + x_6 = 2 & : & 2/1 = 2.
\end{array}
$$

- Теперь наибольший целевой коэффициент $1/2$ у переменной x_3,
- увеличивая которую мы будем уменьшать значения базисных переменных x_1 и x_6.
- Вычисляем отношения компонент вектора b к компонентам столбца x_2.
- Наименьшее значение 2 находится в строке 4, которая будет ведущей на данной итерации.

Итерация 2: выбор переменных для ввода в базис и вывода из базиса

$$
\begin{array}{llr}
0x_1 - \frac{1}{2}x_2 + \frac{1}{2}x_3 + 0x_4 - \frac{5}{4}x_5 + 0x_6 = -15, & & \\
0x_1 + 2x_2 + 0x_3 + x_4 - \frac{1}{2}x_5 + 0x_6 = 4, & : & \infty \\
1x_1 + \frac{1}{2}x_2 + \frac{1}{2}x_3 + 0x_4 + \frac{1}{4}x_5 + 0x_6 = 3, & : & 3/(1/2) = 6 \\
0x_1 + 0x_2 + x_3 + 0x_4 - \frac{1}{2}x_5 + x_6 = 2 & : & 2/1 = 2.
\end{array}
$$

- Теперь наибольший целевой коэффициент 1/2 у переменной x_3,
- увеличивая которую мы будем уменьшать значения базисных переменных x_1 и x_6.
- Вычисляем отношения компонент вектора b к компонентам столбца x_2.
- Наименьшее значение 2 находится в строке 4, которая будет ведущей на данной итерации.

Итерация 2: выбор переменных для ввода в базис и вывода из базиса

$$
\begin{array}{ll}
0x_1 - \frac{1}{2}x_2 + \frac{1}{2}x_3 + 0x_4 - \frac{5}{4}x_5 + 0x_6 = -15, & \\
0x_1 + 2x_2 + 0x_3 + \ x_4 - \frac{1}{2}x_5 + 0x_6 = 4, & : \ \infty \\
1x_1 + \frac{1}{2}x_2 + \frac{1}{2}x_3 + 0x_4 + \frac{1}{4}x_5 + 0x_6 = 3, & : \ 3/(1/2) = 6 \\
0x_1 + 0x_2 + \ x_3 + 0x_4 - \frac{1}{2}x_5 + \ x_6 = 2 & : \ 2/1 = 2.
\end{array}
$$

- Наименьшее значение 2 находится в строке 4, которая будет ведущей на данной итерации.
- Поэтому новое базисное множество будет следующим: $J^2 = \{4, 1, 3\}$.

Итерация 2: операция замещения

$$
\begin{aligned}
0x_1 - \tfrac{1}{2}x_2 + \tfrac{1}{2}x_3 + 0x_4 - \tfrac{5}{4}x_5 + 0x_6 &= -15,\\
0x_1 + 2x_2 + 0x_3 + \ \ x_4 - \tfrac{1}{2}x_5 + 0x_6 &= 4,\\
1x_1 + \tfrac{1}{2}x_2 + \tfrac{1}{2}x_3 + 0x_4 + \tfrac{1}{4}x_5 + 0x_6 &= 3,\\
0x_1 + 0x_2 + \ \ x_3 + 0x_4 - \tfrac{1}{2}x_5 + \ \ x_6 &= 2.
\end{aligned}
$$

- Выполняем оперецию замещения:
  1. умножаем строку 4 на $1/2$ и отнимаем от строки 1,
  2. умножаем строку 4 на $1/2$ и отнимаем от строки 3.
- Новое базисное решение следующее: $x^2 = (2, 0, 2, 4, 0, 0)^T$.
- Так как все целевые коэффициенты *неположительны*, то текущее базисное решение x^2 оптимально.
- Удаляя значения переменных недостатка, получим оптимальное решение $x^* = (2, 0, 2)^T$ исходной задачи ЛП.

Итерация 2: операция замещения

$$
\begin{aligned}
0x_1 - \tfrac{1}{2}x_2 + \tfrac{1}{2}x_3 + 0x_4 - \tfrac{5}{4}x_5 + 0x_6 &= -15,\\
0x_1 + 2x_2 + 0x_3 + x_4 - \tfrac{1}{2}x_5 + 0x_6 &= 4,\\
1x_1 + \tfrac{1}{2}x_2 + \tfrac{1}{2}x_3 + 0x_4 + \tfrac{1}{4}x_5 + 0x_6 &= 3,\\
0x_1 + 0x_2 + x_3 + 0x_4 - \tfrac{1}{2}x_5 + x_6 &= 2.
\end{aligned}
$$

- Выполняем опереци ю замещения:
  1. умножаем строку 4 на 1/2 и отнимаем от строки 1,
  2. умножаем строку 4 на 1/2 и отнимаем от строки 3.
- Новое базисное решение следующее: $x^2 = (2, 0, 2, 4, 0, 0)^T$.
- Так как все целевые коэффициенты *неположительны*, то текущее базисное решение x^2 оптимально.
- Удаляя значения переменных недостатка, получим оптимальное решение $x^* = (2, 0, 2)^T$ исходной задачи ЛП.

Итерация 2: операция замещения

$$
\begin{aligned}
0x_1 - \tfrac{1}{2}x_2 + \tfrac{1}{2}x_3 + 0x_4 - \tfrac{5}{4}x_5 + 0x_6 &= -15,\\
0x_1 + 2x_2 + 0x_3 + \ \ x_4 - \tfrac{1}{2}x_5 + 0x_6 &= 4,\\
1x_1 + \tfrac{1}{2}x_2 + \tfrac{1}{2}x_3 + 0x_4 + \tfrac{1}{4}x_5 + 0x_6 &= 3,\\
0x_1 + 0x_2 + \ \ x_3 + 0x_4 - \tfrac{1}{2}x_5 + \ \ x_6 &= 2.
\end{aligned}
$$

- Выполняем оперецию замещения:
  1. умножаем строку 4 на $1/2$ и отнимаем от строки 1,
  2. умножаем строку 4 на $1/2$ и отнимаем от строки 3.
- Новое базисное решение следующее: $x^2 = (2, 0, 2, 4, 0, 0)^T$.
- Так как все целевые коэффициенты *неположительны*, то текущее базисное решение x^2 оптимально.
- Удаляя значения переменных недостатка, получим оптимальное решение $x^* = (2, 0, 2)^T$ исходной задачи ЛП.

Итерация 2: операция замещения

$$\begin{aligned}
0x_1 - \tfrac{1}{2}x_2 + 0x_3 + 0x_4 - x_5 - \tfrac{1}{2}x_6 &= -16,\\
0x_1 + 2x_2 + 0x_3 + x_4 - \tfrac{1}{2}x_5 + 0x_6 &= 4,\\
1x_1 + \tfrac{1}{2}x_2 + \tfrac{1}{2}x_3 + 0x_4 + \tfrac{1}{4}x_5 + 0x_6 &= 3,\\
0x_1 + 0x_2 + x_3 + 0x_4 - \tfrac{1}{2}x_5 + x_6 &= 2.
\end{aligned}$$

- Выполняем оперецию замещения:
  1. умножаем строку 4 на 1/2 и отнимаем от строки 1,
  2. умножаем строку 4 на 1/2 и отнимаем от строки 3.
- Новое базисное решение следующее: $x^2 = (2, 0, 2, 4, 0, 0)^T$.
- Так как все целевые коэффициенты *неположительны*, то текущее базисное решение x^2 оптимально.
- Удаляя значения переменных недостатка, получим оптимальное решение $x^* = (2, 0, 2)^T$ исходной задачи ЛП.

Итерация 2: операция замещения

$$
\begin{aligned}
0x_1 - \tfrac{1}{2}x_2 + 0x_3 + 0x_4 - x_5 - \tfrac{1}{2}x_6 &= -16,\\
0x_1 + 2x_2 + 0x_3 + x_4 - \tfrac{1}{2}x_5 + 0x_6 &= 4,\\
1x_1 + \tfrac{1}{2}x_2 + \tfrac{1}{2}x_3 + 0x_4 + \tfrac{1}{4}x_5 + 0x_6 &= 3,\\
0x_1 + 0x_2 + x_3 + 0x_4 - \tfrac{1}{2}x_5 + x_6 &= 2.
\end{aligned}
$$

- Выполняем оперецию замещения:
  1. умножаем строку 4 на 1/2 и отнимаем от строки 1,
  2. умножаем строку 4 на 1/2 и отнимаем от строки 3.
- Новое базисное решение следующее: $x^2 = (2, 0, 2, 4, 0, 0)^T$.
- Так как все целевые коэффициенты *неположительны*, то текущее базисное решение x^2 оптимально.
- Удаляя значения переменных недостатка, получим оптимальное решение $x^* = (2, 0, 2)^T$ исходной задачи ЛП.

Итерация 2: операция замещения

$$
\begin{aligned}
0x_1 - \tfrac{1}{2}x_2 + 0x_3 + 0x_4 - \ x_5 - \tfrac{1}{2}x_6 &= -16,\\
0x_1 + 2x_2 + 0x_3 + \ x_4 - \tfrac{1}{2}x_5 + 0x_6 &= 4,\\
1x_1 + \tfrac{1}{2}x_2 + 0x_3 + 0x_4 + \tfrac{1}{2}x_5 - \tfrac{1}{2}x_6 &= 2,\\
0x_1 + 0x_2 + \ x_3 + 0x_4 - \tfrac{1}{2}x_5 + \ x_6 &= 2.
\end{aligned}
$$

- Выполняем оперецию замещения:
  1. умножаем строку 4 на 1/2 и отнимаем от строки 1,
  2. умножаем строку 4 на 1/2 и отнимаем от строки 3.
- Новое базисное решение следующее: $x^2 = (2, 0, 2, 4, 0, 0)^T$.
- Так как все целевые коэффициенты *неположительны*, то текущее базисное решение x^2 оптимально.
- Удаляя значения переменных недостатка, получим оптимальное решение $x^* = (2, 0, 2)^T$ исходной задачи ЛП.

Итерация 2: операция замещения

$$
\begin{aligned}
0x_1 - \tfrac{1}{2}x_2 + 0x_3 + 0x_4 - \phantom{\tfrac{1}{2}}x_5 - \tfrac{1}{2}x_6 &= -16,\\
0x_1 + 2x_2 + 0x_3 + x_4 - \tfrac{1}{2}x_5 + 0x_6 &= 4,\\
1x_1 + \tfrac{1}{2}x_2 + 0x_3 + 0x_4 + \tfrac{1}{2}x_5 - \tfrac{1}{2}x_6 &= 2,\\
0x_1 + 0x_2 + x_3 + 0x_4 - \tfrac{1}{2}x_5 + x_6 &= 2.
\end{aligned}
$$

- Выполняем оперецию замещения:
  1. умножаем строку 4 на 1/2 и отнимаем от строки 1,
  2. умножаем строку 4 на 1/2 и отнимаем от строки 3.
- Новое базисное решение следующее: $x^2 = (2, 0, 2, 4, 0, 0)^T$.
- Так как все целевые коэффициенты *неположительны*, то текущее базисное решение x^2 оптимально.
- Удаляя значения переменных недостатка, получим оптимальное решение $x^* = (2, 0, 2)^T$ исходной задачи ЛП.

Итерация 2: операция замещения

$$
\begin{aligned}
0x_1 - \tfrac{1}{2}x_2 + {\color{red}0x_3} + 0x_4 - x_5 - \tfrac{1}{2}x_6 &= -16,\\
0x_1 + 2x_2 + {\color{red}0x_3} + x_4 - \tfrac{1}{2}x_5 + 0x_6 &= 4,\\
1x_1 + \tfrac{1}{2}x_2 + {\color{red}0x_3} + 0x_4 + \tfrac{1}{2}x_5 - \tfrac{1}{2}x_6 &= 2,\\
{\color{red}0x_1 + 0x_2 + x_3 + 0x_4 - \tfrac{1}{2}x_5 + x_6} &{\color{red}= 2}.
\end{aligned}
$$

- Выполняем оперецию замещения:
  1. умножаем строку 4 на 1/2 и отнимаем от строки 1,
  2. умножаем строку 4 на 1/2 и отнимаем от строки 3.
- Новое базисное решение следующее: $x^2 = (2, 0, 2, 4, 0, 0)^T$.
- Так как все целевые коэффициенты *неположительны*, то текущее базисное решение x^2 оптимально.
- Удаляя значения переменных недостатка, получим оптимальное решение $x^* = (2, 0, 2)^T$ исходной задачи ЛП.

Итерация 2: операция замещения

$$
\begin{aligned}
0x_1 - \tfrac{1}{2}x_2 + 0x_3 + 0x_4 - \ \ x_5 - \tfrac{1}{2}x_6 &= -16,\\
0x_1 + 2x_2 + 0x_3 + \ \ x_4 - \tfrac{1}{2}x_5 + 0x_6 &= 4,\\
1x_1 + \tfrac{1}{2}x_2 + 0x_3 + 0x_4 + \tfrac{1}{2}x_5 - \tfrac{1}{2}x_6 &= 2,\\
0x_1 + 0x_2 + \ \ x_3 + 0x_4 - \tfrac{1}{2}x_5 + \ \ x_6 &= 2.
\end{aligned}
$$

- Выполняем оперецию замещения:
  1. умножаем строку 4 на 1/2 и отнимаем от строки 1,
  2. умножаем строку 4 на 1/2 и отнимаем от строки 3.
- Новое базисное решение следующее: $x^2 = (2, 0, 2, 4, 0, 0)^T$.
- Так как все целевые коэффициенты *неположительны*, то текущее базисное решение x^2 оптимально.
- Удаляя значения переменных недостатка, получим оптимальное решение $x^* = (2, 0, 2)^T$ исходной задачи ЛП.

План лекции

1. Симплекс-метод
   - Базисы и базисные решения
   - Итерации симплекс-метода
2. Числовой пример
   - Симплекс-метод в форме уравнений
   - Симплекс-метод в табличной форме

Симплекс-таблица

Запишем систему уравнений задачи ЛП

$$
\begin{array}{l}
5x_1 + 2x_2 + 3x_3 \rightarrow \max,\\
2x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 = 10,\\
4x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_5 = 12,\\
2x_1 + x_2 + 2x_3 + x_6 = 8,\\
x_1,\ x_2,\ x_3,\ x_4,\ x_5,\ x_6 \geq 0.
\end{array}
$$

в табличной форме:

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	b
5	2	3	0	0	0	0
2	3	1	1	0	0	10
4	2	2	0	1	0	12
2	1	2	0	0	1	8

Симплекс-таблица

Запишем систему уравнений задачи ЛП

$$\begin{aligned}
5x_1 + 2x_2 + 3x_3 \qquad\qquad\qquad\qquad &\to \max,\\
2x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 \qquad\qquad\quad &= 10,\\
4x_1 + 2x_2 + 2x_3 \qquad\;\; + x_5 \qquad\; &= 12,\\
2x_1 + x_2 + 2x_3 \qquad\qquad\qquad + x_6 &= 8,\\
x_1,\ x_2,\ x_3,\ x_4,\ x_5,\ x_6 &\geq 0.
\end{aligned}$$

в табличной форме:

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	b
5	2	3	0	0	0	0
2	3	1	1	0	0	10
4	2	2	0	1	0	12
2	1	2	0	0	1	8

Симплекс-таблица

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	b
5	2	3	0	0	0	0
2	3	1	1	0	0	10
4	2	2	0	1	0	12
2	1	2	0	0	1	8

- Переместим столбец b в начало таблицы.
- Пометим строки таблицы символами:
  - $-z$ — строка целевых коэффициентов;
  - x_4 — строка базисной переменной x_4;
  - x_5 — строка базисной переменной x_5;
  - x_6 — строка базисной переменной x_6.
- Столбец для записи отношений.

Симплекс-таблица

b	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
0	5	2	3	0	0	0
10	2	3	1	1	0	0
12	4	2	2	0	1	0
8	2	1	2	0	0	1

- Переместим столбец b в начало таблицы.
- Пометим строки таблицы символами:
  - $-z$ — строка целевых коэффициентов;
  - x_4 — строка базисной переменной x_4;
  - x_5 — строка базисной переменной x_5;
  - x_6 — строка базисной переменной x_6.
- Столбец для записи отношений.

Симплекс-таблица

	b	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
	0	5	2	3	0	0	0
	10	2	3	1	1	0	0
	12	4	2	2	0	1	0
	8	2	1	2	0	0	1

- Переместим столбец b в начало таблицы.
- Пометим строки таблицы символами:
  - $-z$ — строка целевых коэффициентов;
  - x_4 — строка базисной переменной x_4;
  - x_5 — строка базисной переменной x_5;
  - x_6 — строка базисной переменной x_6.
- Столбец для записи отношений.

Симплекс-таблица

	b	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
$-z$	0	5	2	3	0	0	0
	10	2	3	1	1	0	0
	12	4	2	2	0	1	0
	8	2	1	2	0	0	1

- Переместим столбец b в начало таблицы.
- Пометим строки таблицы символами:
  - $-z$ — строка целевых коэффициентов;
  - x_4 — строка базисной переменной x_4;
  - x_5 — строка базисной переменной x_5;
  - x_6 — строка базисной переменной x_6.
- Столбец для записи отношений.

Симплекс-таблица

	b	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
$-z$	0	5	2	3	0	0	0
x_4	10	2	3	1	1	0	0
	12	4	2	2	0	1	0
	8	2	1	2	0	0	1

- Переместим столбец b в начало таблицы.
- Пометим строки таблицы символами:
  - $-z$ — строка целевых коэффициентов;
  - x_4 — строка базисной переменной x_4;
  - x_5 — строка базисной переменной x_5;
  - x_6 — строка базисной переменной x_6.
- Столбец для записи отношений.

Симплекс-таблица

	b	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
$-z$	0	5	2	3	0	0	0
x_4	10	2	3	1	1	0	0
x_5	12	4	2	2	0	1	0
	8	2	1	2	0	0	1

- Переместим столбец b в начало таблицы.
- Пометим строки таблицы символами:
  - $-z$ — строка целевых коэффициентов;
  - x_4 — строка базисной переменной x_4;
  - x_5 — строка базисной переменной x_5;
  - x_6 — строка базисной переменной x_6.
- Столбец для записи отношений.

Симплекс-таблица

	b	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
$-z$	0	5	2	3	0	0	0
x_4	10	2	3	1	1	0	0
x_5	12	4	2	2	0	1	0
x_6	8	2	1	2	0	0	1

- Переместим столбец b в начало таблицы.
- Пометим строки таблицы символами:
  - $-z$ — строка целевых коэффициентов;
  - x_4 — строка базисной переменной x_4;
  - x_5 — строка базисной переменной x_5;
  - x_6 — строка базисной переменной x_6.
- Столбец для записи отношений.

Симплекс-таблица

	b	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	Отно-шения
$-z$	0	5	2	3	0	0	0	
x_4	10	2	3	1	1	0	0	
x_5	12	4	2	2	0	1	0	
x_6	8	2	1	2	0	0	1	

- Переместим столбец b в начало таблицы.
- Пометим строки таблицы символами:
  - $-z$ — строка целевых коэффициентов;
  - x_4 — строка базисной переменной x_4;
  - x_5 — строка базисной переменной x_5;
  - x_6 — строка базисной переменной x_6.
- Столбец для записи отношений.

Итерация 1: выбор переменных для ввода в базис и вывода из базиса

	b	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	Отношения
$-z$	0	5	2	3	0	0	0	
x_4	10	2	3	1	1	0	0	
x_5	12	4	2	2	0	1	0	
x_6	8	2	1	2	0	0	1	

- Наибольший коэффициент в строке $-z$ имеет переменная x_1.
- Объявляем столбец x_1 ведущим.
- Вычисляем отношения элементов столбца b к элементам столбца x_1.
- Наименьшее отношение находится в строке x_5.
- Объявляем строку x_5 ведущей.

Итерация 1: выбор переменных для ввода в базис и вывода из базиса

	b	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	Отношения
$-z$	0	5	2	3	0	0	0	
x_4	10	2	3	1	1	0	0	
x_5	12	4	2	2	0	1	0	
x_6	8	2	1	2	0	0	1	

- Наибольший коэффициент в строке $-z$ имеет переменная x_1.
- Объявляем столбец x_1 ведущим.
- Вычисляем отношения элементов столбца b к элементам столбца x_1.
- Наименьшее отношение находится в строке x_5.
- Объявляем строку x_5 ведущей.

Итерация 1: выбор переменных для ввода в базис и вывода из базиса

	b	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	Отношения
$-z$	0	5	2	3	0	0	0	
x_4	10	2	3	1	1	0	0	$\frac{10}{2} = 5$
x_5	12	4	2	2	0	1	0	$\frac{12}{4} = 3$
x_6	8	2	1	2	0	0	1	$\frac{8}{2} = 4$

- Наибольший коэффициент в строке $-z$ имеет переменная x_1.
- Объявляем столбец x_1 ведущим.
- Вычисляем отношения элементов столбца b к элементам столбца x_1.
- Наименьшее отношение находится в строке x_5.
- Объявляем строку x_5 ведущей.

Итерация 1: выбор переменных для ввода в базис и вывода из базиса

	b	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	Отно-шения
$-z$	0	5	2	3	0	0	0	
x_4	10	2	3	1	1	0	0	$\frac{10}{2} = 5$
x_5	12	4	2	2	0	1	0	$\frac{12}{4} = 3$
x_6	8	2	1	2	0	0	1	$\frac{8}{2} = 4$

- Наибольший коэффициент в строке $-z$ имеет переменная x_1.
- Объявляем столбец x_1 ведущим.
- Вычисляем отношения элементов столбца b к элементам столбца x_1.
- Наименьшее отношение находится в строке x_5.
- Объявляем строку x_5 ведущей.

Итерация 1: выбор переменных для ввода в базис и вывода из базиса

	b	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	Отно-шения
$-z$	0	5	2	3	0	0	0	
x_4	10	2	3	1	1	0	0	$\frac{10}{2} = 5$
x_5	12	4	2	2	0	1	0	$\frac{12}{4} = 3$
x_6	8	2	1	2	0	0	1	$\frac{8}{2} = 4$

- Наибольший коэффициент в строке $-z$ имеет переменная x_1.
- Объявляем столбец x_1 ведущим.
- Вычисляем отношения элементов столбца b к элементам столбца x_1.
- Наименьшее отношение находится в строке x_5.
- Объявляем строку x_5 ведущей.

Итерация 1: выбор переменных для ввода в базис и вывода из базиса

	b	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	Отно-шения
$-z$	0	5	2	3	0	0	0	
x_4	10	2	3	1	1	0	0	$\frac{10}{2} = 5$
x_5	12	4	2	2	0	1	0	$\frac{12}{4} = 3$
x_6	8	2	1	2	0	0	1	$\frac{8}{2} = 4$

- Наибольший коэффициент в строке $-z$ имеет переменная x_1.
- Объявляем столбец x_1 ведущим.
- Вычисляем отношения элементов столбца b к элементам столбца x_1.
- Наименьшее отношение находится в строке x_5.
- Объявляем строку x_5 ведущей.

Итерация 1: выбор переменных для ввода в базис и вывода из базиса

	b	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	Отно-шения
$-z$	0	5	2	3	0	0	0	
x_4	10	2	3	1	1	0	0	$\frac{10}{2} = 5$
x_5	12	4	2	2	0	1	0	$\frac{12}{4} = 3$
x_6	8	2	1	2	0	0	1	$\frac{8}{2} = 4$

- Наибольший коэффициент в строке $-z$ имеет переменная x_1.
- Объявляем столбец x_1 ведущим.
- Вычисляем отношения элементов столбца b к элементам столбца x_1.
- Наименьшее отношение находится в строке x_5.
- Объявляем строку x_5 ведущей.

Итерация 1: выбор переменных для ввода в базис и вывода из базиса

	b	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	Отношения
$-z$	0	5	2	3	0	0	0	
x_4	10	2	3	1	1	0	0	$\frac{10}{2} = 5$
x_5	12	4	2	2	0	1	0	$\frac{12}{4} = 3$
x_6	8	2	1	2	0	0	1	$\frac{8}{2} = 4$

- Наибольший коэффициент в строке $-z$ имеет переменная x_1.
- Объявляем столбец x_1 ведущим.
- Вычисляем отношения элементов столбца b к элементам столбца x_1.
- Наименьшее отношение находится в строке x_5.
- Объявляем строку x_5 ведущей.

Итерация 1: выбор переменных для ввода в базис и вывода из базиса

	b	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	Отношения
$-z$	0	5	2	3	0	0	0	
x_4	10	2	3	1	1	0	0	$\frac{10}{2} = 5$
x_5	12	4	2	2	0	1	0	$\frac{12}{4} = 3$
x_6	8	2	1	2	0	0	1	$\frac{8}{2} = 4$

- Наибольший коэффициент в строке $-z$ имеет переменная x_1.
- Объявляем столбец x_1 ведущим.
- Вычисляем отношения элементов столбца b к элементам столбца x_1.
- Наименьшее отношение находится в строке x_5.
- Объявляем строку x_5 ведущей.

Итерация 1: операция замещения

	b	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	Отно-шения
$-z$	0	5	2	3	0	0	0	
x_4	10	2	3	1	1	0	0	
x_5	12	4	2	2	0	1	0	
x_6	8	2	1	2	0	0	1	

- Переменная x_5 должна покинуть базис,
- а ее место должна занять переменная x_1.
- Делим ведущую строку на 4,
- а затем результат умножим
  1. на 5 и отнимет от строки $-z$,
  2. на 2 и отнимем от строки x_4,
  3. на 2 и отнимем от строки x_6.

Итерация 1: операция замещения

	b	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	Отно-шения
$-z$	0	5	2	3	0	0	0	
x_4	10	2	3	1	1	0	0	
x_5	12	4	2	2	0	1	0	
x_6	8	2	1	2	0	0	1	

- Переменная x_5 должна покинуть базис,
- а ее место должна занять переменная x_1.
- Делим ведущую строку на 4,
- а затем результат умножим
  1. на 5 и отнимет от строки $-z$,
  2. на 2 и отнимем от строки x_4,
  3. на 2 и отнимем от строки x_6.

Итерация 1: операция замещения

$-z$	b 0	x_1 5	x_2 2	x_3 3	x_4 0	x_5 0	x_6 0	Отно-шения
x_4	10	2	3	1	1	0	0	
x_1	12	4	2	2	0	1	0	
x_6	8	2	1	2	0	0	1	

- Переменная x_5 должна покинуть базис,
- а ее место должна занять переменная x_1.
- Делим ведущую строку на 4,
- а затем результат умножим
  1. на 5 и отнимет от строки $-z$,
  2. на 2 и отнимем от строки x_4,
  3. на 2 и отнимем от строки x_6.

Итерация 1: операция замещения

	b	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	Отно-шения
$-z$	0	5	2	3	0	0	0	
x_4	10	2	3	1	1	0	0	
x_1	12	4	2	2	0	1	0	
x_6	8	2	1	2	0	0	1	

- Переменная x_5 должна покинуть базис,
- а ее место должна занять переменная x_1.
- Делим ведущую строку на 4,
- а затем результат умножим
  1. на 5 и отнимет от строки $-z$,
  2. на 2 и отнимем от строки x_4,
  3. на 2 и отнимем от строки x_6.

Итерация 1: операция замещения

	b	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	Отно-шения
$-z$	0	5	2	3	0	0	0	
x_4	10	2	3	1	1	0	0	
x_1	3	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{4}$	0	
x_6	8	2	1	2	0	0	1	

- Переменная x_5 должна покинуть базис,
- а ее место должна занять переменная x_1.
- Делим ведущую строку на 4,
- а затем результат умножим
  1. на 5 и отнимет от строки $-z$,
  2. на 2 и отнимем от строки x_4,
  3. на 2 и отнимем от строки x_6.

Итерация 1: операция замещения

	b	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	Отно-шения
$-z$	0	5	2	3	0	0	0	
x_4	10	2	3	1	1	0	0	
x_1	3	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{4}$	0	
x_6	8	2	1	2	0	0	1	

- Переменная x_5 должна покинуть базис,
- а ее место должна занять переменная x_1.
- Делим ведущую строку на 4,
- а затем результат умножим
  1. на 5 и отнимет от строки $-z$,
  2. на 2 и отнимем от строки x_4,
  3. на 2 и отнимем от строки x_6.

Итерация 1: операция замещения

	b	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	Отно-шения
$-z$	0	5	2	3	0	0	0	
x_4	10	2	3	1	1	0	0	
x_1	3	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{4}$	0	
x_6	8	2	1	2	0	0	1	

- Переменная x_5 должна покинуть базис,
- а ее место должна занять переменная x_1.
- Делим ведущую строку на 4,
- а затем результат умножим
  1. на 5 и отнимет от строки $-z$,
  2. на 2 и отнимем от строки x_4,
  3. на 2 и отнимем от строки x_6.

Итерация 1: операция замещения

	b	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	Отно- шения
$-z$	-15	0	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{5}{4}$	0	
x_4	10	2	3	1	1	0	0	
x_1	3	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{4}$	0	
x_6	8	2	1	2	0	0	1	

- Переменная x_5 должна покинуть базис,
- а ее место должна занять переменная x_1.
- Делим ведущую строку на 4,
- а затем результат умножим
  1. на 5 и отнимет от строки $-z$,
  2. на 2 и отнимем от строки x_4,
  3. на 2 и отнимем от строки x_6.

Итерация 1: операция замещения

	b	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	Отно-шения
$-z$	-15	0	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{5}{4}$	0	
x_4	10	2	3	1	1	0	0	
x_1	3	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{4}$	0	
x_6	8	2	1	2	0	0	1	

- Переменная x_5 должна покинуть базис,
- а ее место должна занять переменная x_1.
- Делим ведущую строку на 4,
- а затем результат умножим
  1. на 5 и отнимет от строки $-z$,
  2. на 2 и отнимем от строки x_4,
  3. на 2 и отнимем от строки x_6.

Итерация 1: операция замещения

	b	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	Отно-шения
$-z$	-15	0	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{5}{4}$	0	
x_4	4	0	2	0	1	$-\frac{1}{2}$	0	
x_1	3	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{4}$	0	
x_6	8	2	1	2	0	0	1	

- Переменная x_5 должна покинуть базис,
- а ее место должна занять переменная x_1.
- Делим ведущую строку на 4,
- а затем результат умножим
  1. на 5 и отнимет от строки $-z$,
  2. на 2 и отнимем от строки x_4,
  3. на 2 и отнимем от строки x_6.

Итерация 1: операция замещения

	b	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	Отно-шения
$-z$	-15	0	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{5}{4}$	0	
x_4	4	0	2	0	1	$-\frac{1}{2}$	0	
x_1	3	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{4}$	0	
x_6	8	2	1	2	0	0	1	

- Переменная x_5 должна покинуть базис,
- а ее место должна занять переменная x_1.
- Делим ведущую строку на 4,
- а затем результат умножим
  1. на 5 и отнимет от строки $-z$,
  2. на 2 и отнимем от строки x_4,
  3. на 2 и отнимем от строки x_6.

Итерация 1: операция замещения

	b	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	Отно-шения
$-z$	-15	0	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{5}{4}$	0	
x_4	4	0	2	0	1	$-\frac{1}{2}$	0	
x_1	3	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{4}$	0	
x_6	2	0	0	1	0	$-\frac{1}{2}$	1	

- Переменная x_5 должна покинуть базис,
- а ее место должна занять переменная x_1.
- Делим ведущую строку на 4,
- а затем результат умножим
  1. на 5 и отнимет от строки $-z$,
  2. на 2 и отнимем от строки x_4,
  3. на 2 и отнимем от строки x_6.

Итерация 2: выбор переменных для ввода в базис и вывода из базиса

	b	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	Отно-шения
$-z$	-15	0	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{5}{4}$	0	
x_4	4	0	2	0	1	$-\frac{1}{2}$	0	
x_1	3	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{4}$	0	
x_6	2	0	0	1	0	$-\frac{1}{2}$	1	

- Наибольший коэффициент в строке $-z$ имеет переменная x_3.
- Объявляем столбец x_3 ведущим.
- Вычисляем отношения элементов столбца b к элементам столбца x_3.
- Наименьшее отношение находится в строке x_6.
- Объявляем строку x_6 ведущей.

Итерация 2: выбор переменных для ввода в базис и вывода из базиса

	b	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	Отно-шения
$-z$	-15	0	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{5}{4}$	0	
x_4	4	0	2	0	1	$-\frac{1}{2}$	0	
x_1	3	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{4}$	0	
x_6	2	0	0	1	0	$-\frac{1}{2}$	1	

- Наибольший коэффициент в строке $-z$ имеет переменная x_3.
- Объявляем столбец x_3 ведущим.
- Вычисляем отношения элементов столбца b к элементам столбца x_3.
- Наименьшее отношение находится в строке x_6.
- Объявляем строку x_6 ведущей.

Итерация 2: выбор переменных для ввода в базис и вывода из базиса

	b	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	Отно-шения
$-z$	-15	0	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{5}{4}$	0	
x_4	4	0	2	0	1	$-\frac{1}{2}$	0	∞
x_1	3	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{4}$	0	6
x_6	2	0	0	1	0	$-\frac{1}{2}$	1	2

- Наибольший коэффициент в строке $-z$ имеет переменная x_3.
- Объявляем столбец x_3 ведущим.
- Вычисляем отношения элементов столбца b к элементам столбца x_3.
- Наименьшее отношение находится в строке x_6.
- Объявляем строку x_6 ведущей.

Итерация 2: выбор переменных для ввода в базис и вывода из базиса

	b	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	Отно-шения
$-z$	-15	0	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{5}{4}$	0	
x_4	4	0	2	0	1	$-\frac{1}{2}$	0	∞
x_1	3	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{4}$	0	6
x_6	2	0	0	1	0	$-\frac{1}{2}$	1	2

- Наибольший коэффициент в строке $-z$ имеет переменная x_3.
- Объявляем столбец x_3 ведущим.
- Вычисляем отношения элементов столбца b к элементам столбца x_3.
- Наименьшее отношение находится в строке x_6.
- Объявляем строку x_6 ведущей.

Итерация 2: выбор переменных для ввода в базис и вывода из базиса

	b	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	Отно-шения
$-z$	-15	0	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{5}{4}$	0	
x_4	4	0	2	0	1	$-\frac{1}{2}$	0	∞
x_1	3	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{4}$	0	6
x_6	2	0	0	1	0	$-\frac{1}{2}$	1	2

- Наибольший коэффициент в строке $-z$ имеет переменная x_3.
- Объявляем столбец x_3 ведущим.
- Вычисляем отношения элементов столбца b к элементам столбца x_3.
- Наименьшее отношение находится в строке x_6.
- Объявляем строку x_6 ведущей.

Итерация 2: выбор переменных для ввода в базис и вывода из базиса

	b	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	Отношения
$-z$	-15	0	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{5}{4}$	0	
x_4	4	0	2	0	1	$-\frac{1}{2}$	0	∞
x_1	3	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{4}$	0	6
x_6	2	0	0	1	0	$-\frac{1}{2}$	1	2

- Наибольший коэффициент в строке $-z$ имеет переменная x_3.
- Объявляем столбец x_3 ведущим.
- Вычисляем отношения элементов столбца b к элементам столбца x_3.
- Наименьшее отношение находится в строке x_6.
- Объявляем строку x_6 ведущей.

Итерация 2: выбор переменных для ввода в базис и вывода из базиса

	b	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	Отно-шения
$-z$	-15	0	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{5}{4}$	0	
x_4	4	0	2	0	1	$-\frac{1}{2}$	0	∞
x_1	3	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{4}$	0	6
x_6	2	0	0	1	0	$-\frac{1}{2}$	1	2

- Наибольший коэффициент в строке $-z$ имеет переменная x_3.
- Объявляем столбец x_3 ведущим.
- Вычисляем отношения элементов столбца b к элементам столбца x_3.
- Наименьшее отношение находится в строке x_6.
- Объявляем строку x_6 ведущей.

Итерация 2: выбор переменных для ввода в базис и вывода из базиса

	b	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	Отно-шения
$-z$	-15	0	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{5}{4}$	0	
x_4	4	0	2	0	1	$-\frac{1}{2}$	0	∞
x_1	3	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{4}$	0	6
x_6	2	0	0	1	0	$-\frac{1}{2}$	1	2

- Наибольший коэффициент в строке $-z$ имеет переменная x_3.
- Объявляем столбец x_3 ведущим.
- Вычисляем отношения элементов столбца b к элементам столбца x_3.
- Наименьшее отношение находится в строке x_6.
- Объявляем строку x_6 ведущей.

Итерация 2: выбор переменных для ввода в базис и вывода из базиса

	b	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	Отно-шения
$-z$	-15	0	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{5}{4}$	0	
x_4	4	0	2	0	1	$-\frac{1}{2}$	0	∞
x_1	3	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{4}$	0	6
x_6	2	0	0	1	0	$-\frac{1}{2}$	1	2

- Наибольший коэффициент в строке $-z$ имеет переменная x_3.
- Объявляем столбец x_3 ведущим.
- Вычисляем отношения элементов столбца b к элементам столбца x_3.
- Наименьшее отношение находится в строке x_6.
- Объявляем строку x_6 ведущей.

Итерация 2: операция замещения

	b	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	Отно-шения
$-z$	-15	0	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{5}{4}$	0	
x_4	4	0	2	0	1	$-\frac{1}{2}$	0	
x_1	3	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{4}$	0	
x_6	2	0	0	1	0	$-\frac{1}{2}$	1	

- Переменная x_6 должна покинуть базис,
- а ее место должна занять переменная x_3.
- Ведущую строку умножим
  1. на 1/2 и отнимет от строки $-z$,
  2. на 1/2 и отнимем от строки x_1,

Итерация 2: операция замещения

	b	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	Отно-шения
$-z$	-15	0	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{5}{4}$	0	
x_4	4	0	2	0	1	$-\frac{1}{2}$	0	
x_1	3	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{4}$	0	
x_6	2	0	0	1	0	$-\frac{1}{2}$	1	

- Переменная x_6 должна покинуть базис,
- а ее место должна занять переменная x_3.
- Ведущую строку умножим
  1. на 1/2 и отнимет от строки $-z$,
  2. на 1/2 и отнимем от строки x_1,

Итерация 2: операция замещения

	b	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	Отно-шения
$-z$	-15	0	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{5}{4}$	0	
x_4	4	0	2	0	1	$-\frac{1}{2}$	0	
x_1	3	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{4}$	0	
x_3	2	0	0	1	0	$-\frac{1}{2}$	1	

- Переменная x_6 должна покинуть базис,
- а ее место должна занять переменная x_3.
- Ведущую строку умножим
  1. на 1/2 и отнимет от строки $-z$,
  2. на 1/2 и отнимем от строки x_1,

Итерация 2: операция замещения

	b	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	Отно-шения
$-z$	-15	0	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{5}{4}$	0	
x_4	4	0	2	0	1	$-\frac{1}{2}$	0	
x_1	3	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{4}$	0	
x_3	2	0	0	1	0	$-\frac{1}{2}$	1	

- Переменная x_6 должна покинуть базис,
- а ее место должна занять переменная x_3.
- Ведущую строку умножим
  1. на $1/2$ и отнимет от строки $-z$,
  2. на $1/2$ и отнимем от строки x_1,

Итерация 2: операция замещения

	b	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	Отно-шения
$-z$	-15	0	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{5}{4}$	0	
x_4	4	0	2	0	1	$-\frac{1}{2}$	0	
x_1	3	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{4}$	0	
x_3	2	0	0	1	0	$-\frac{1}{2}$	1	

- Переменная x_6 должна покинуть базис,
- а ее место должна занять переменная x_3.
- Ведущую строку умножим
  1. на $1/2$ и отнимет от строки $-z$,
  2. на $1/2$ и отнимем от строки x_1,

Итерация 2: операция замещения

	b	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	Отно-шения
$-z$	-16	0	$-\frac{1}{2}$	0	0	-1	$-\frac{1}{2}$	
x_4	4	0	2	0	1	$-\frac{1}{2}$	0	
x_1	3	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{4}$	0	
x_3	2	0	0	1	0	$-\frac{1}{2}$	1	

- Переменная x_6 должна покинуть базис,
- а ее место должна занять переменная x_3.
- Ведущую строку умножим
  1. на $1/2$ и отнимет от строки $-z$,
  2. на $1/2$ и отнимем от строки x_1,

Итерация 2: операция замещения

	b	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	Отно-шения
$-z$	-16	0	$-\frac{1}{2}$	0	0	-1	$-\frac{1}{2}$	
x_4	4	0	2	0	1	$-\frac{1}{2}$	0	
x_1	3	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{4}$	0	
x_3	2	0	0	1	0	$-\frac{1}{2}$	1	

- Переменная x_6 должна покинуть базис,
- а ее место должна занять переменная x_3.
- Ведущую строку умножим
  1. на $1/2$ и отнимет от строки $-z$,
  2. на $1/2$ и отнимем от строки x_1,

Итерация 2: операция замещения

	b	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	Отно-шения
$-z$	-16	0	$-\frac{1}{2}$	0	0	-1	$-\frac{1}{2}$	
x_4	4	0	2	0	1	$-\frac{1}{2}$	0	
x_1	2	1	$\frac{1}{2}$	0	0	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	
x_3	2	0	0	1	0	$-\frac{1}{2}$	1	

- Переменная x_6 должна покинуть базис,
- а ее место должна занять переменная x_3.
- Ведущую строку умножим
  1. на $1/2$ и отнимет от строки $-z$,
  2. на $1/2$ и отнимем от строки x_1,

Оптимальная симплекс-таблица

	b	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	Отно-шения
$-z$	-16	0	$-\frac{1}{2}$	0	0	-1	$-\frac{1}{2}$	
x_4	4	0	2	0	1	$-\frac{1}{2}$	0	
x_1	2	1	$\frac{1}{2}$	0	0	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	
x_3	2	0	0	1	0	$-\frac{1}{2}$	1	

- Поскольку в строке $-z$ все коэффициенты неположительны, то эта таблица является *оптимальной*.
- В столбце b записаны ненулевые компоненты оптимального базисного решения.
- Поэтому $x^* = (2, 0, 2)^T$ — опт. решение задачи.
- Теневые цены с отрицательным знаком записаны в строке $-z$ в позициях переменных недостатка.
- Поэтому $y^* = (0, 1, 1/2)^T$ есть вектор теневых цен.

Оптимальная симплекс-таблица

	b	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	Отно-шения
$-z$	-16	0	$-\frac{1}{2}$	0	0	-1	$-\frac{1}{2}$	
x_4	4	0	2	0	1	$-\frac{1}{2}$	0	
x_1	2	1	$\frac{1}{2}$	0	0	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	
x_3	2	0	0	1	0	$-\frac{1}{2}$	1	

- Поскольку в строке $-z$ все коэффициенты неположительны, то эта таблица является *оптимальной*.
- В столбце b записаны ненулевые компоненты оптимального базисного решения.
- Поэтому $x^* = (2, 0, 2)^T$ — опт. решение задачи.
- Теневые цены с отрицательным знаком записаны в строке $-z$ в позициях переменных недостатка.
- Поэтому $y^* = (0, 1, 1/2)^T$ есть вектор теневых цен.

Оптимальная симплекс-таблица

	b	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	Отно-шения
$-z$	-16	0	$-\frac{1}{2}$	0	0	-1	$-\frac{1}{2}$	
x_4	4	0	2	0	1	$-\frac{1}{2}$	0	
x_1	2	1	$\frac{1}{2}$	0	0	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	
x_3	2	0	0	1	0	$-\frac{1}{2}$	1	

- Поскольку в строке $-z$ все коэффициенты неположительны, то эта таблица является *оптимальной*.
- В столбце b записаны ненулевые компоненты оптимального базисного решения.
- Поэтому $x^* = (2, 0, 2)^T$ — опт. решение задачи.
- Теневые цены с отрицательным знаком записаны в строке $-z$ в позициях переменных недостатка.
- Поэтому $y^* = (0, 1, 1/2)^T$ есть вектор теневых цен.

Оптимальная симплекс-таблица

	b	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	Отно-шения
$-z$	-16	0	$-\frac{1}{2}$	0	0	-1	$-\frac{1}{2}$	
x_4	4	0	2	0	1	$-\frac{1}{2}$	0	
x_1	2	1	$\frac{1}{2}$	0	0	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	
x_3	2	0	0	1	0	$-\frac{1}{2}$	1	

- Поскольку в строке $-z$ все коэффициенты неположительны, то эта таблица является *оптимальной*.
- В столбце b записаны ненулевые компоненты оптимального базисного решения.
- Поэтому $x^* = (2, 0, 2)^T$ — опт. решение задачи.
- Теневые цены с отрицательным знаком записаны в строке $-z$ в позициях переменных недостатка.
- Поэтому $y^* = (0, 1, 1/2)^T$ есть вектор теневых цен.

Оптимальная симплекс-таблица

	b	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	Отно-шения
$-z$	-16	0	$-\frac{1}{2}$	0	0	-1	$-\frac{1}{2}$	
x_4	4	0	2	0	1	$-\frac{1}{2}$	0	
x_1	2	1	$\frac{1}{2}$	0	0	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	
x_3	2	0	0	1	0	$-\frac{1}{2}$	1	

- Поскольку в строке $-z$ все коэффициенты неположительны, то эта таблица является *оптимальной*.
- В столбце b записаны ненулевые компоненты оптимального базисного решения.
- Поэтому $x^* = (2, 0, 2)^T$ — опт. решение задачи.
- Теневые цены с отрицательным знаком записаны в строке $-z$ в позициях переменных недостатка.
- Поэтому $y^* = (0, 1, 1/2)^T$ есть вектор теневых цен.

Оптимальная симплекс-таблица

	b	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	Отношения
$-z$	-16	0	$-\frac{1}{2}$	0	0	-1	$-\frac{1}{2}$	
x_4	4	0	2	0	1	$-\frac{1}{2}$	0	
x_1	2	1	$\frac{1}{2}$	0	0	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	
x_3	2	0	0	1	0	$-\frac{1}{2}$	1	

- Поскольку в строке $-z$ все коэффициенты неположительны, то эта таблица является *оптимальной*.
- В столбце b записаны ненулевые компоненты оптимального базисного решения.
- Поэтому $x^* = (2, 0, 2)^T$ — опт. решение задачи.
- Теневые цены с отрицательным знаком записаны в строке $-z$ в позициях переменных недостатка.
- Поэтому $y^* = (0, 1, 1/2)^T$ есть вектор теневых цен.