

Транспортная задача

Н.Н. Писарук
pisaruk@yandex.by

Экономический факультет
Белорусский государственный университет

Минск - 2015

План лекции

- 1 Транспортная задача
 - ЛП формулировка
 - Метод потенциалов
 - Числовой пример

- 2 Агрегированное планирование

План лекции

- 1 Транспортная задача
 - ЛП формулировка
 - Метод потенциалов
 - Числовой пример
- 2 Агрегированное планирование

Транспортная задача

- *Транспортная задача* — это один из самых знаменитых частных случаев задачи ЛП.
- Имеется m поставщиков и n потребителей некоторого продукта.
- Поставщик i имеет a_i единиц данного продукта,
- а потребитель j хочет получить b_j единиц продукта.
- Стоимость транспортировки единицы продукта от поставщика i потребителю j равна c_{ij} .
- Пусть x_{ij} обозначает количество продукта, доставляемого поставщиком i потребителю j .
- Нужно определить план поставок $X = [x_{ij}]$, для которого суммарные транспортные расходы минимальны.

Транспортная задача

- *Транспортная задача* — это один из самых знаменитых частных случаев задачи ЛП.
- Имеется m поставщиков и n потребителей некоторого продукта.
- Поставщик i имеет a_i единиц данного продукта,
- а потребитель j хочет получить b_j единиц продукта.
- Стоимость транспортировки единицы продукта от поставщика i потребителю j равна c_{ij} .
- Пусть x_{ij} обозначает количество продукта, доставляемого поставщиком i потребителю j .
- Нужно определить план поставок $X = [x_{ij}]$, для которого суммарные транспортные расходы минимальны.

Транспортная задача

- *Транспортная задача* — это один из самых знаменитых частных случаев задачи ЛП.
- Имеется m поставщиков и n потребителей некоторого продукта.
- **Поставщик i имеет a_i единиц данного продукта,**
- а потребитель j хочет получить b_j единиц продукта.
- Стоимость транспортировки единицы продукта от поставщика i потребителю j равна c_{ij} .
- Пусть x_{ij} обозначает количество продукта, доставляемого поставщиком i потребителю j .
- Нужно определить план поставок $X = [x_{ij}]$, для которого суммарные транспортные расходы минимальны.

Транспортная задача

- *Транспортная задача* — это один из самых знаменитых частных случаев задачи ЛП.
- Имеется m поставщиков и n потребителей некоторого продукта.
- Поставщик i имеет a_i единиц данного продукта,
- **a потребитель j хочет получить b_j единиц продукта.**
- Стоимость транспортировки единицы продукта от поставщика i потребителю j равна c_{ij} .
- Пусть x_{ij} обозначает количество продукта, доставляемого поставщиком i потребителю j .
- Нужно определить план поставок $X = [x_{ij}]$, для которого суммарные транспортные расходы минимальны.

Транспортная задача

- *Транспортная задача* — это один из самых знаменитых частных случаев задачи ЛП.
- Имеется m поставщиков и n потребителей некоторого продукта.
- Поставщик i имеет a_i единиц данного продукта,
- а потребитель j хочет получить b_j единиц продукта.
- **Стоимость транспортировки единицы продукта от поставщика i потребителю j равна c_{ij} .**
- Пусть x_{ij} обозначает количество продукта, доставляемого поставщиком i потребителю j .
- Нужно определить план поставок $X = [x_{ij}]$, для которого суммарные транспортные расходы минимальны.

Транспортная задача

- *Транспортная задача* — это один из самых знаменитых частных случаев задачи ЛП.
- Имеется m поставщиков и n потребителей некоторого продукта.
- Поставщик i имеет a_i единиц данного продукта,
- а потребитель j хочет получить b_j единиц продукта.
- Стоимость транспортировки единицы продукта от поставщика i потребителю j равна c_{ij} .
- Пусть x_{ij} обозначает количество продукта, доставляемого поставщиком i потребителю j .
- Нужно определить план поставок $X = [x_{ij}]$, для которого суммарные транспортные расходы минимальны.

Транспортная задача

- *Транспортная задача* — это один из самых знаменитых частных случаев задачи ЛП.
- Имеется m поставщиков и n потребителей некоторого продукта.
- Поставщик i имеет a_i единиц данного продукта,
- а потребитель j хочет получить b_j единиц продукта.
- Стоимость транспортировки единицы продукта от поставщика i потребителю j равна c_{ij} .
- Пусть x_{ij} обозначает количество продукта, доставляемого поставщиком i потребителю j .
- Нужно определить план поставок $X = [x_{ij}]$, для которого суммарные транспортные расходы минимальны.

ЛП формулировка

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min,$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} \leq a_i, \quad i = 1, \dots, m,$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j, \quad j = 1, \dots, n,$$

$$x_{ij} \geq 0, \quad i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n.$$

Целью является минимизация суммарных транспортных издержек.

ЛП формулировка

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min,$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} \leq a_i, \quad i = 1, \dots, m,$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j, \quad j = 1, \dots, n,$$

$$x_{ij} \geq 0, \quad i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n.$$

Эти m неравенств требуют, чтобы суммарный объем поставок каждого поставщика не превосходил его возможностей.

ЛП формулировка

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min,$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} \leq a_i, \quad i = 1, \dots, m,$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j, \quad j = 1, \dots, n,$$

$$x_{ij} \geq 0, \quad i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n.$$

Данные n равенств гарантируют, что каждый потребитель получит столько продукта, сколько ему нужно.

ЛП формулировка

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min,$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} \leq a_i, \quad i = 1, \dots, m,$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j, \quad j = 1, \dots, n,$$

$$x_{ij} \geq 0, \quad i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n.$$

Последняя группа неравенств означает, что величины всех поставок неотрицательные.

План лекции

- 1 Транспортная задача
 - ЛП формулировка
 - Метод потенциалов
 - Числовой пример
- 2 Агрегированное планирование

Замкнутая форма транспортной задачи

- *Метод потенциалов* — это симплекс-метод, примененный к ЛП формулировке транспортной задачи в предположении, что
- предложение равно спросу:

$$exc = \sum_{i=1}^m a_i - \sum_{j=1}^n b_j = 0.$$

- Если это не так, то
 - если $exc < 0$, нужно ввести фиктивного $(m+1)$ -го поставщика с предложением $a_{m+1} = -exc$ и стоимостями поставок $c_{m+1,j} = 0, j = 1, \dots, n$;
 - если $exc > 0$, нужно ввести фиктивного $(n+1)$ -го потребителя со спросом $b_{n+1} = exc$ и стоимостями поставок $c_{i,n+1} = 0, i = 1, \dots, m$.

Замкнутая форма транспортной задачи

- *Метод потенциалов* — это симплекс-метод, примененный к ЛП формулировке транспортной задачи в предположении, что
- предложение равно спросу:

$$exc = \sum_{i=1}^m a_i - \sum_{j=1}^n b_j = 0.$$

- Если это не так, то
 - если $exc < 0$, нужно ввести фиктивного $(m+1)$ -го поставщика с предложением $a_{m+1} = -exc$ и стоимостями поставок $c_{m+1,j} = 0, j = 1, \dots, n$;
 - если $exc > 0$, нужно ввести фиктивного $(n+1)$ -го потребителя со спросом $b_{n+1} = exc$ и стоимостями поставок $c_{i,n+1} = 0, i = 1, \dots, m$.

Замкнутая форма транспортной задачи

- *Метод потенциалов* — это симплекс-метод, примененный к ЛП формулировке транспортной задачи в предположении, что
- предложение равно спросу:

$$exc = \sum_{i=1}^m a_i - \sum_{j=1}^n b_j = 0.$$

- Если это не так, то
 - если $exc < 0$, нужно ввести фиктивного $(m + 1)$ -го поставщика с предложением $a_{m+1} = -exc$ и стоимостями поставок $c_{m+1,j} = 0, j = 1, \dots, n$;
 - если $exc > 0$, нужно ввести фиктивного $(n + 1)$ -го потребителя со спросом $b_{n+1} = exc$ и стоимостями поставок $c_{i,n+1} = 0, i = 1, \dots, m$.

Замкнутая форма транспортной задачи

- *Метод потенциалов* — это симплекс-метод, примененный к ЛП формулировке транспортной задачи в предположении, что
- предложение равно спросу:

$$exc = \sum_{i=1}^m a_i - \sum_{j=1}^n b_j = 0.$$

- Если это не так, то
 - если $exc < 0$, нужно ввести фиктивного $(m + 1)$ -го поставщика с предложением $a_{m+1} = -exc$ и стоимостями поставок $c_{m+1,j} = 0, j = 1, \dots, n$;
 - если $exc > 0$, нужно ввести фиктивного $(n + 1)$ -го потребителя со спросом $b_{n+1} = exc$ и стоимостями поставок $c_{i,n+1} = 0, i = 1, \dots, m$.

Замкнутая форма транспортной задачи

- *Метод потенциалов* — это симплекс-метод, примененный к ЛП формулировке транспортной задачи в предположении, что
- предложение равно спросу:

$$exc = \sum_{i=1}^m a_i - \sum_{j=1}^n b_j = 0.$$

- Если это не так, то
 - если $exc < 0$, нужно ввести фиктивного $(m + 1)$ -го поставщика с предложением $a_{m+1} = -exc$ и стоимостями поставок $c_{m+1,j} = 0, j = 1, \dots, n$;
 - если $exc > 0$, нужно ввести фиктивного $(n + 1)$ -го потребителя со спросом $b_{n+1} = exc$ и стоимостями поставок $c_{i,n+1} = 0, i = 1, \dots, m$.

Двойственная задача

- Когда спрос $\sum_{j=1}^n b_j$ равен предложению $\sum_{i=1}^m a_i$, ЛП формулировку транспортной задачи можно переписать так:

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min,$$

$$\alpha_i: \sum_{j=1}^n x_{ij} = a_i, \quad i = 1, \dots, m,$$

$$\beta_j: \sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j, \quad j = 1, \dots, n,$$

$$x_{ij} \geq 0, \quad i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n.$$

- Припишем ограничениям двойственные переменные.
- Запишем двойственную к данной задаче ЛП:

$$\sum_{i=1}^m a_i \alpha_i + \sum_{j=1}^n b_j \beta_j \rightarrow \max,$$

$$\alpha_i + \beta_j \leq c_{ij}, \quad i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n.$$

Двойственная задача

- Когда спрос $\sum_{j=1}^n b_j$ равен предложению $\sum_{i=1}^m a_i$, ЛП формулировку транспортной задачи можно переписать так:

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min,$$

$$\alpha_i : \sum_{j=1}^n x_{ij} = a_i, \quad i = 1, \dots, m,$$

$$\beta_j : \sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j, \quad j = 1, \dots, n,$$

$$x_{ij} \geq 0, \quad i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n.$$

- Припишем ограничениям двойственные переменные.
- Запишем двойственную к данной задаче ЛП:

$$\sum_{i=1}^m a_i \alpha_i + \sum_{j=1}^n b_j \beta_j \rightarrow \max,$$

$$\alpha_i + \beta_j \leq c_{ij}, \quad i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n.$$

Двойственная задача

- Когда спрос $\sum_{j=1}^n b_j$ равен предложению $\sum_{i=1}^m a_i$, ЛП формулировку транспортной задачи можно переписать так:

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min,$$

$$\alpha_i : \sum_{j=1}^n x_{ij} = a_i, \quad i = 1, \dots, m,$$

$$\beta_j : \sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j, \quad j = 1, \dots, n,$$

$$x_{ij} \geq 0, \quad i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n.$$

- Припишем ограничениям двойственные переменные.
- Запишем двойственную к данной задаче ЛП:

$$\sum_{i=1}^m a_i \alpha_i + \sum_{j=1}^n b_j \beta_j \rightarrow \max,$$

$$\alpha_i + \beta_j \leq c_{ij}, \quad i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n.$$

Двойственная задача

- Когда спрос $\sum_{j=1}^n b_j$ равен предложению $\sum_{i=1}^m a_i$, ЛП формулировку транспортной задачи можно переписать так:

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min,$$

$$\alpha_i : \sum_{j=1}^n x_{ij} = a_i, \quad i = 1, \dots, m,$$

$$\beta_j : \sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j, \quad j = 1, \dots, n,$$

$$x_{ij} \geq 0, \quad i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n.$$

- Припишем ограничениям двойственные переменные.
- Запишем двойственную к данной задаче ЛП:

$$\sum_{i=1}^m a_i \alpha_i + \sum_{j=1}^n b_j \beta_j \rightarrow \max,$$

$$\alpha_i + \beta_j \leq c_{ij}, \quad i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n.$$

Двойственная задача

- Когда спрос $\sum_{j=1}^n b_j$ равен предложению $\sum_{i=1}^m a_i$, ЛП формулировку транспортной задачи можно переписать так:

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min,$$

$$\alpha_i : \sum_{j=1}^n x_{ij} = a_i, \quad i = 1, \dots, m,$$

$$\beta_j : \sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j, \quad j = 1, \dots, n,$$

$$x_{ij} \geq 0, \quad i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n.$$

- Припишем ограничениям двойственные переменные.
- Запишем двойственную к данной задаче ЛП:

$$\sum_{i=1}^m a_i \alpha_i + \sum_{j=1}^n b_j \beta_j \rightarrow \max,$$

$$\alpha_i + \beta_j \leq c_{ij}, \quad i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n.$$

Двойственная задача

- Когда спрос $\sum_{j=1}^n b_j$ равен предложению $\sum_{i=1}^m a_i$, ЛП формулировку транспортной задачи можно переписать так:

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min,$$

$$\alpha_i : \sum_{j=1}^n x_{ij} = a_i, \quad i = 1, \dots, m,$$

$$\beta_j : \sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j, \quad j = 1, \dots, n,$$

$$x_{ij} \geq 0, \quad i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n.$$

- Припишем ограничениям двойственные переменные.
- Запишем двойственную к данной задаче ЛП:

$$\sum_{i=1}^m a_i \alpha_i + \sum_{j=1}^n b_j \beta_j \rightarrow \max,$$

$$\alpha_i + \beta_j \leq c_{ij}, \quad i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n.$$

Двойственная задача

- Когда спрос $\sum_{j=1}^n b_j$ равен предложению $\sum_{i=1}^m a_i$, ЛП формулировку транспортной задачи можно переписать так:

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min,$$

$$\alpha_i : \sum_{j=1}^n x_{ij} = a_i, \quad i = 1, \dots, m,$$

$$\beta_j : \sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j, \quad j = 1, \dots, n,$$

$$x_{ij} \geq 0, \quad i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n.$$

- Припишем ограничениям двойственные переменные.
- Запишем двойственную к данной задаче ЛП:

$$\sum_{i=1}^m a_i \alpha_i + \sum_{j=1}^n b_j \beta_j \rightarrow \max,$$

$$\alpha_i + \beta_j \leq c_{ij}, \quad i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n.$$

Двойственная задача

- Когда спрос $\sum_{j=1}^n b_j$ равен предложению $\sum_{i=1}^m a_i$, ЛП формулировку транспортной задачи можно переписать так:

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min,$$

$$\alpha_i : \sum_{j=1}^n x_{ij} = a_i, \quad i = 1, \dots, m,$$

$$\beta_j : \sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j, \quad j = 1, \dots, n,$$

$$x_{ij} \geq 0, \quad i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n.$$

- Припишем ограничениям двойственные переменные.
- Запишем двойственную к данной задаче ЛП:

$$\sum_{i=1}^m a_i \alpha_i + \sum_{j=1}^n b_j \beta_j \rightarrow \max,$$

$$\alpha_i + \beta_j \leq c_{ij}, \quad i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n.$$

Критерий оптимальности

- В методе потенциалов числа α_i и β_j называются *потенциалами*.
- Заметим, что для допустимого решения (α, β) двойственной задачи все приведенные стоимости $\bar{c}_{ij} \stackrel{\text{def}}{=} c_{ij} - \alpha_i - \beta_j$ неотрицательны.
- Из теоремы двойственности ЛП вытекает следующий критерий оптимальности.

Теорема

План поставок x является оптимальным тогда и только тогда, когда существуют такие потенциалы (α, β) , что

$$\begin{aligned}\bar{c}_{ij} &\geq 0, & i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n, \\ \bar{c}_{ij}x_{ij} &= 0, & i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n.\end{aligned}$$

Критерий оптимальности

- В методе потенциалов числа α_i и β_j называются *потенциалами*.
- Заметим, что для допустимого решения (α, β) двойственной задачи все приведенные стоимости $\bar{c}_{ij} \stackrel{\text{def}}{=} c_{ij} - \alpha_i - \beta_j$ неотрицательны.
- Из теоремы двойственности ЛП вытекает следующий критерий оптимальности.

Теорема

План поставок x является оптимальным тогда и только тогда, когда существуют такие потенциалы (α, β) , что

$$\begin{aligned}\bar{c}_{ij} &\geq 0, & i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n, \\ \bar{c}_{ij}x_{ij} &= 0, & i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n.\end{aligned}$$

Критерий оптимальности

- В методе потенциалов числа α_i и β_j называются *потенциалами*.
- Заметим, что для допустимого решения (α, β) двойственной задачи все приведенные стоимости $\bar{c}_{ij} \stackrel{\text{def}}{=} c_{ij} - \alpha_i - \beta_j$ неотрицательны.
- Из теоремы двойственности ЛП вытекает следующий критерий оптимальности.

Теорема

План поставок x является оптимальным тогда и только тогда, когда существуют такие потенциалы (α, β) , что

$$\begin{aligned}\bar{c}_{ij} &\geq 0, & i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n, \\ \bar{c}_{ij}x_{ij} &= 0, & i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n.\end{aligned}$$

Критерий оптимальности

- В методе потенциалов числа α_i и β_j называются *потенциалами*.
- Заметим, что для допустимого решения (α, β) двойственной задачи все приведенные стоимости $\bar{c}_{ij} \stackrel{\text{def}}{=} c_{ij} - \alpha_i - \beta_j$ неотрицательны.
- Из теоремы двойственности ЛП вытекает следующий критерий оптимальности.

Теорема

План поставок x является оптимальным тогда и только тогда, когда существуют такие потенциалы (α, β) , что

$$\begin{aligned}\bar{c}_{ij} &\geq 0, & i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n, \\ \bar{c}_{ij}x_{ij} &= 0, & i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n.\end{aligned}$$

Критерий оптимальности

- В методе потенциалов числа α_i и β_j называются *потенциалами*.
- Заметим, что для допустимого решения (α, β) двойственной задачи все приведенные стоимости $\bar{c}_{ij} \stackrel{\text{def}}{=} c_{ij} - \alpha_i - \beta_j$ неотрицательны.
- Из теоремы двойственности ЛП вытекает следующий критерий оптимальности.

Теорема

План поставок x является оптимальным тогда и только тогда, когда существуют такие потенциалы (α, β) , что

$$\begin{aligned} \bar{c}_{ij} &\geq 0, & i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n, \\ \bar{c}_{ij}x_{ij} &= 0, & i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n. \end{aligned}$$

Критерий оптимальности

- В методе потенциалов числа α_i и β_j называются *потенциалами*.
- Заметим, что для допустимого решения (α, β) двойственной задачи все приведенные стоимости $\bar{c}_{ij} \stackrel{\text{def}}{=} c_{ij} - \alpha_i - \beta_j$ неотрицательны.
- Из теоремы двойственности ЛП вытекает следующий критерий оптимальности.

Теорема

План поставок x является оптимальным тогда и только тогда, когда существуют такие потенциалы (α, β) , что

$$\begin{aligned}\bar{c}_{ij} &\geq 0, & i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n, \\ \bar{c}_{ij}x_{ij} &= 0, & i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n.\end{aligned}$$

Базисные планы

Допустимое решение (план) x транспортной задачи ЛП является *базисным решением*, если

- 1 имеется подмножество IJ из $m + n - 1$ индексов переменных x_{ij} , таких, что $(i, j) \in IJ$ для всех $x_{ij} > 0$;
- 2 IJ является множеством ребер дерева в полном двудольном графе $K_{m,n}$.

Здесь IJ есть *базисное множество*, а все x_{ij} для $(i, j) \in IJ$ являются *базисными переменными*.

Базисные планы

Допустимое решение (план) x транспортной задачи ЛП является *базисным решением*, если

- 1 имеется подмножество IJ из $m + n - 1$ индексов переменных x_{ij} , таких, что $(i, j) \in IJ$ для всех $x_{ij} > 0$;
- 2 IJ является множеством ребер дерева в полном двудольном графе $K_{m,n}$.

Здесь IJ есть *базисное множество*, а все x_{ij} для $(i, j) \in IJ$ являются *базисными переменными*.

Базисные планы

Допустимое решение (план) x транспортной задачи ЛП является *базисным решением*, если

- 1 имеется подмножество IJ из $m + n - 1$ индексов переменных x_{ij} , таких, что $(i, j) \in IJ$ для всех $x_{ij} > 0$;
- 2 IJ является множеством ребер дерева в полном двудольном графе $K_{m,n}$.

Здесь IJ есть *базисное множество*, а все x_{ij} для $(i, j) \in IJ$ являются *базисными переменными*.

Базисные планы

Допустимое решение (план) x транспортной задачи ЛП является *базисным решением*, если

- 1 имеется подмножество IJ из $m + n - 1$ индексов переменных x_{ij} , таких, что $(i, j) \in IJ$ для всех $x_{ij} > 0$;
- 2 IJ является множеством ребер дерева в полном двудольном графе $K_{m,n}$.

Здесь IJ есть базисное множество,
а все x_{ij} для $(i, j) \in IJ$ являются *базисными переменными*.

Базисные планы

Допустимое решение (план) x транспортной задачи ЛП является *базисным решением*, если

- 1 имеется подмножество IJ из $m + n - 1$ индексов переменных x_{ij} , таких, что $(i, j) \in IJ$ для всех $x_{ij} > 0$;
- 2 IJ является множеством ребер дерева в полном двудольном графе $K_{m,n}$.

Здесь IJ есть *базисное множество*,
а все x_{ij} для $(i, j) \in IJ$ являются *базисными переменными*.

Идея метода потенциалов

- Метод потенциалов на каждой итерации для текущего базисного решения x вычисляет потенциалы (α, β) ,
- которые удовлетворяют условию дополняющей нежесткости.
- Если при этом окажется, что все приведенные стоимости неотрицательны, то решение x оптимально.
- В противном случае, в базис вводится переменная x_{ij} , для которой приведенная стоимость отрицательна.

Идея метода потенциалов

- Метод потенциалов на каждой итерации для текущего базисного решения x вычисляет потенциалы (α, β) ,
- **которые удовлетворяют условию дополняющей нежесткости.**
- Если при этом окажется, что все приведенные стоимости неотрицательны, то решение x оптимально.
- В противном случае, в базис вводится переменная x_{ij} , для которой приведенная стоимость отрицательна.

Идея метода потенциалов

- Метод потенциалов на каждой итерации для текущего базисного решения x вычисляет потенциалы (α, β) ,
- которые удовлетворяют условию дополняющей нежесткости.
- Если при этом окажется, что все приведенные стоимости неотрицательны, то решение x оптимально.
- В противном случае, в базис вводится переменная x_{ij} , для которой приведенная стоимость отрицательна.

Идея метода потенциалов

- Метод потенциалов на каждой итерации для текущего базисного решения x вычисляет потенциалы (α, β) ,
- которые удовлетворяют условию дополняющей нежесткости.
- Если при этом окажется, что все приведенные стоимости неотрицательны, то решение x оптимально.
- В противном случае, в базис вводится переменная x_{ij} , для которой приведенная стоимость отрицательна.

Транспортная таблица

		
		
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
		
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
		

Транспортная таблица

c_{11}	c_{12}	...	c_{1j}	...	c_{1n}
c_{21}	c_{22}	...	c_{2j}	...	c_{2n}
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
c_{i1}	c_{i2}	...	c_{ij}	...	c_{in}
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
c_{m1}	c_{m2}	...	c_{mj}	...	c_{mn}

Транспортная таблица

c_{11}	c_{12}	...	c_{1j}	...	c_{1n}
x_{11}	x_{12}		x_{1j}		x_{1n}
c_{21}	c_{22}	...	c_{2j}	...	c_{2n}
x_{21}	x_{22}		x_{2j}		x_{2n}
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
c_{i1}	c_{i2}	...	c_{ij}	...	c_{in}
x_{i1}	x_{i2}		x_{ij}		x_{in}
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
c_{m1}	c_{m2}	...	c_{mj}	...	c_{mn}
x_{m1}	x_{m2}		x_{mj}		x_{mn}

Транспортная таблица

c_{11}	c_{12}	...	c_{1j}	...	c_{1n}	α_1
x_{11}	x_{12}		x_{1j}		x_{1n}	
c_{21}	c_{22}	...	c_{2j}	...	c_{2n}	α_2
x_{21}	x_{22}		x_{2j}		x_{2n}	
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
c_{i1}	c_{i2}	...	c_{ij}	...	c_{in}	α_i
x_{i1}	x_{i2}		x_{ij}		x_{in}	
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
c_{m1}	c_{m2}	...	c_{mj}	...	c_{mn}	α_m
x_{m1}	x_{m2}		x_{mj}		x_{mn}	

Транспортная таблица

c_{11}	c_{12}	...	c_{1j}	...	c_{1n}	α_1
x_{11}	x_{12}		x_{1j}		x_{1n}	
c_{21}	c_{22}	...	c_{2j}	...	c_{2n}	α_2
x_{21}	x_{22}		x_{2j}		x_{2n}	
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
c_{i1}	c_{i2}	...	c_{ij}	...	c_{in}	α_i
x_{i1}	x_{i2}		x_{ij}		x_{in}	
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
c_{m1}	c_{m2}	...	c_{mj}	...	c_{mn}	α_m
x_{m1}	x_{m2}		x_{mj}		x_{mn}	
β_1	β_2	...	β_i	...	β_n	

Транспортная таблица

c_{11}	\bar{c}_{11}	c_{12}	\bar{c}_{12}	...	c_{1j}	\bar{c}_{1j}	...	c_{1n}	\bar{c}_{1n}	α_1
x_{11}		x_{12}			x_{1j}			x_{1n}		
c_{21}	\bar{c}_{21}	c_{22}	\bar{c}_{22}	...	c_{2j}	\bar{c}_{2j}	...	c_{2n}	\bar{c}_{2n}	α_2
x_{21}		x_{22}			x_{2j}			x_{2n}		
\vdots		\vdots		\vdots	\vdots		\vdots	\vdots		\vdots
c_{i1}	\bar{c}_{i1}	c_{i2}	\bar{c}_{i2}	...	c_{ij}	\bar{c}_{ij}	...	c_{in}	\bar{c}_{in}	α_i
x_{i1}		x_{i2}			x_{ij}			x_{in}		
\vdots		\vdots		\vdots	\vdots		\vdots	\vdots		\vdots
c_{m1}	\bar{c}_{m1}	c_{m2}	\bar{c}_{m2}	...	c_{mj}	\bar{c}_{mj}	...	c_{mn}	\bar{c}_{mn}	α_m
x_{m1}		x_{m2}			x_{mj}			x_{mn}		
β_1		β_2		...	β_i		...	β_n		

Метод северо-западного угла

- Существует несколько способов построить начальный допустимый план перевозок x .
- Мы рассмотрим простейший *метод северо-западного угла*.
- На каждом шаге метод "вычеркивает" один столбец или одну строку транспортной таблицы.
- Пусть $\bar{a} = a$, $\bar{b} = b$, и $x = 0$.
- На шаге $k = 1, \dots, m + n - 1$ выбирается клетка (i, j) в левом верхнем (северо-западном) углу невычеркнутой части таблицы и полагается

$$x_{ij} = \min\{\bar{a}_i, \bar{b}_j\}, \quad \bar{a}_i := \bar{a}_i - x_{ij}, \quad \bar{b}_j := \bar{b}_j - x_{ij}.$$

- Если $\bar{a}_i = 0$, то из таблицы "вычеркивается" i -я строка; в противном случае "вычеркивается" j -й столбец.

Метод северо-западного угла

- Существует несколько способов построить начальный допустимый план перевозок x .
- Мы рассмотрим простейший *метод северо-западного угла*.
- На каждом шаге метод "вычеркивает" один столбец или одну строку транспортной таблицы.
- Пусть $\bar{a} = a$, $\bar{b} = b$, и $x = 0$.
- На шаге $k = 1, \dots, m + n - 1$ выбирается клетка (i, j) в левом верхнем (северо-западном) углу невычеркнутой части таблицы и полагается

$$x_{ij} = \min\{\bar{a}_i, \bar{b}_j\}, \quad \bar{a}_i := \bar{a}_i - x_{ij}, \quad \bar{b}_j := \bar{b}_j - x_{ij}.$$

- Если $\bar{a}_i = 0$, то из таблицы "вычеркивается" i -я строка; в противном случае "вычеркивается" j -й столбец.

Метод северо-западного угла

- Существует несколько способов построить начальный допустимый план перевозок x .
- Мы рассмотрим простейший *метод северо-западного угла*.
- На каждом шаге метод "вычеркивает" один столбец или одну строку транспортной таблицы.
- Пусть $\bar{a} = a$, $\bar{b} = b$, и $x = 0$.
- На шаге $k = 1, \dots, m + n - 1$ выбирается клетка (i, j) в левом верхнем (северо-западном) углу невычеркнутой части таблицы и полагается

$$x_{ij} = \min\{\bar{a}_i, \bar{b}_j\}, \quad \bar{a}_i := \bar{a}_i - x_{ij}, \quad \bar{b}_j := \bar{b}_j - x_{ij}.$$

- Если $\bar{a}_i = 0$, то из таблицы "вычеркивается" i -я строка; в противном случае "вычеркивается" j -й столбец.

Метод северо-западного угла

- Существует несколько способов построить начальный допустимый план перевозок x .
- Мы рассмотрим простейший *метод северо-западного угла*.
- На каждом шаге метод "вычеркивает" один столбец или одну строку транспортной таблицы.
- Пусть $\bar{a} = a$, $\bar{b} = b$, и $x = 0$.
- На шаге $k = 1, \dots, m + n - 1$ выбирается клетка (i, j) в левом верхнем (северо-западном) углу невычеркнутой части таблицы и полагается

$$x_{ij} = \min\{\bar{a}_i, \bar{b}_j\}, \quad \bar{a}_i := \bar{a}_i - x_{ij}, \quad \bar{b}_j := \bar{b}_j - x_{ij}.$$

- Если $\bar{a}_i = 0$, то из таблицы "вычеркивается" i -я строка; в противном случае "вычеркивается" j -й столбец.

Метод северо-западного угла

- Существует несколько способов построить начальный допустимый план перевозок x .
- Мы рассмотрим простейший *метод северо-западного угла*.
- На каждом шаге метод "вычеркивает" один столбец или одну строку транспортной таблицы.
- Пусть $\bar{a} = a$, $\bar{b} = b$, и $x = 0$.
- На шаге $k = 1, \dots, m + n - 1$ выбирается клетка (i, j) в левом верхнем (северо-западном) углу невычеркнутой части таблицы и полагается

$$x_{ij} = \min\{\bar{a}_i, \bar{b}_j\}, \quad \bar{a}_i := \bar{a}_i - x_{ij}, \quad \bar{b}_j := \bar{b}_j - x_{ij}.$$

- Если $\bar{a}_i = 0$, то из таблицы "вычеркивается" i -я строка; в противном случае "вычеркивается" j -й столбец.

Метод северо-западного угла

- Существует несколько способов построить начальный допустимый план перевозок x .
- Мы рассмотрим простейший *метод северо-западного угла*.
- На каждом шаге метод "вычеркивает" один столбец или одну строку транспортной таблицы.
- Пусть $\bar{a} = a$, $\bar{b} = b$, и $x = 0$.
- На шаге $k = 1, \dots, m + n - 1$ выбирается клетка (i, j) в левом верхнем (северо-западном) углу невычеркнутой части таблицы и полагается

$$x_{ij} = \min\{\bar{a}_i, \bar{b}_j\}, \quad \bar{a}_i := \bar{a}_i - x_{ij}, \quad \bar{b}_j := \bar{b}_j - x_{ij}.$$

- Если $\bar{a}_i = 0$, то из таблицы "вычеркивается" i -я строка; в противном случае "вычеркивается" j -й столбец.

Вычисление потенциалов и приведенных стоимостей

- **Одному (любому) из потенциалов можно присвоить произвольное значение. Например, $\alpha_1 = 0$.**
- Если еще не все потенциалы вычислены,
 - находим базисную клетку (i, j) , для которой вычислен ровно один потенциал, α_i или β_j ;
 - другой потенциал вычисляем из равенства $\alpha_i + \beta_j = c_{ij}$.
- Когда все потенциалы α_i и β_j определены,
 - для каждой небазисной клетки (i, j) вычисляем приведенную стоимость по правилу:

$$\bar{c}_{ij} = c_{ij} - \alpha_i - \beta_j.$$

Вычисление потенциалов и приведенных стоимостей

- Одному (любому) из потенциалов можно присвоить произвольное значение. Например, $\alpha_1 = 0$.
- Если еще не все потенциалы вычислены,
 - находим базисную клетку (i, j) , для которой вычислен ровно один потенциал, α_i или β_j ;
 - другой потенциал вычисляем из равенства $\alpha_i + \beta_j = c_{ij}$.
- Когда все потенциалы α_i и β_j определены,
 - для каждой небазисной клетки (i, j) вычисляем приведенную стоимость по правилу:

$$\bar{c}_{ij} = c_{ij} - \alpha_i - \beta_j.$$

Вычисление потенциалов и приведенных стоимостей

- Одному (любому) из потенциалов можно присвоить произвольное значение. Например, $\alpha_1 = 0$.
- Если еще не все потенциалы вычислены,
 - находим базисную клетку (i, j) , для которой вычислен ровно один потенциал, α_i или β_j ;
 - другой потенциал вычисляем из равенства $\alpha_i + \beta_j = c_{ij}$.
- Когда все потенциалы α_i и β_j определены,
 - для каждой небазисной клетки (i, j) вычисляем приведенную стоимость по правилу:

$$\bar{c}_{ij} = c_{ij} - \alpha_i - \beta_j.$$

Вычисление потенциалов и приведенных стоимостей

- Одному (любому) из потенциалов можно присвоить произвольное значение. Например, $\alpha_1 = 0$.
- Если еще не все потенциалы вычислены,
 - находим базисную клетку (i, j) , для которой вычислен ровно один потенциал, α_i или β_j ;
 - **другой потенциал вычисляем из равенства $\alpha_i + \beta_j = c_{ij}$.**
- Когда все потенциалы α_i и β_j определены,
 - для каждой небазисной клетки (i, j) вычисляем приведенную стоимость по правилу:

$$\bar{c}_{ij} = c_{ij} - \alpha_i - \beta_j.$$

Вычисление потенциалов и приведенных стоимостей

- Одному (любому) из потенциалов можно присвоить произвольное значение. Например, $\alpha_1 = 0$.
- Если еще не все потенциалы вычислены,
 - находим базисную клетку (i, j) , для которой вычислен ровно один потенциал, α_i или β_j ;
 - другой потенциал вычисляем из равенства $\alpha_i + \beta_j = c_{ij}$.
- Когда все потенциалы α_i и β_j определены,
 - для каждой небазисной клетки (i, j) вычисляем приведенную стоимость по правилу:

$$\bar{c}_{ij} = c_{ij} - \alpha_i - \beta_j.$$

Вычисление потенциалов и приведенных стоимостей

- Одному (любому) из потенциалов можно присвоить произвольное значение. Например, $\alpha_1 = 0$.
- Если еще не все потенциалы вычислены,
 - находим базисную клетку (i, j) , для которой вычислен ровно один потенциал, α_i или β_j ;
 - другой потенциал вычисляем из равенства $\alpha_i + \beta_j = c_{ij}$.
- Когда все потенциалы α_i и β_j определены,
 - для каждой небазисной клетки (i, j) вычисляем приведенную стоимость по правилу:

$$\bar{c}_{ij} = c_{ij} - \alpha_i - \beta_j.$$

Построение нового плана поставок

- Находим клетку (k, l) с минимальной приведенной стоимостью \bar{c}_{kl} .
- Если $\bar{c}_{kl} \geq 0$, то текущий план поставок оптимален и метод заканчивает работу.
- В противном случае находим единственный цикл $(k, l) = (i_0, j_0), (i_0, j_1), (i_1, j_1), \dots, (i_{s-1}, j_s), (i_s, j_s) = (i_0, j_0)$, который начинается и заканчивается в клетке (k, l) , а все его промежуточные клетки являются базисными.
- Неформально, из клетки $(i_0, j_0) = (k, l)$ мы идем по строке i_0 до базисной клетки (i_0, j_1) , в которой цикл делает изгиб и мы идем уже по столбцу до базисной клетки (i_1, j_1) .
- Далее по строке идем до клетки (i_1, j_2) , и так далее, пока не вернемся в начальную клетку $(i_s, j_s) = (k, l)$.

Построение нового плана поставок

- Находим клетку (k, l) с минимальной приведенной стоимостью \bar{c}_{kl} .
- Если $\bar{c}_{kl} \geq 0$, то текущий план поставок оптимален и метод заканчивает работу.
- В противном случае находим единственный цикл $(k, l) = (i_0, j_0), (i_0, j_1), (i_1, j_1), \dots, (i_{s-1}, j_s), (i_s, j_s) = (i_0, j_0)$, который начинается и заканчивается в клетке (k, l) , а все его промежуточные клетки являются базисными.
- Неформально, из клетки $(i_0, j_0) = (k, l)$ мы идем по строке i_0 до базисной клетки (i_0, j_1) , в которой цикл делает изгиб и мы идем уже по столбцу до базисной клетки (i_1, j_1) .
- Далее по строке идем до клетки (i_1, j_2) , и так далее, пока не вернемся в начальную клетку $(i_s, j_s) = (k, l)$.

Построение нового плана поставок

- Находим клетку (k, l) с минимальной приведенной стоимостью \bar{c}_{kl} .
- Если $\bar{c}_{kl} \geq 0$, то текущий план поставок оптимален и метод заканчивает работу.
- В противном случае находим единственный цикл $(k, l) = (i_0, j_0), (i_0, j_1), (i_1, j_1), \dots, (i_{s-1}, j_s), (i_s, j_s) = (i_0, j_0)$, который начинается и заканчивается в клетке (k, l) , а все его промежуточные клетки являются базисными.
- Неформально, из клетки $(i_0, j_0) = (k, l)$ мы идем по строке i_0 до базисной клетки (i_0, j_1) , в которой цикл делает изгиб и мы идем уже по столбцу до базисной клетки (i_1, j_1) .
- Далее по строке идем до клетки (i_1, j_2) , и так далее, пока не вернемся в начальную клетку $(i_s, j_s) = (k, l)$.

Построение нового плана поставок

- Находим клетку (k, l) с минимальной приведенной стоимостью \bar{c}_{kl} .
- Если $\bar{c}_{kl} \geq 0$, то текущий план поставок оптимален и метод заканчивает работу.
- В противном случае находим единственный цикл $(k, l) = (i_0, j_0), (i_0, j_1), (i_1, j_1), \dots, (i_{s-1}, j_s), (i_s, j_s) = (i_0, j_0)$, который начинается и заканчивается в клетке (k, l) , а все его промежуточные клетки являются базисными.
- Неформально, из клетки $(i_0, j_0) = (k, l)$ мы идем по строке i_0 до базисной клетки (i_0, j_1) , в которой цикл делает изгиб и мы идем уже по столбцу до базисной клетки (i_1, j_1) .
- Далее по строке идем до клетки (i_1, j_2) , и так далее, пока не вернемся в начальную клетку $(i_s, j_s) = (k, l)$.

Построение нового плана поставок

- Находим клетку (k, l) с минимальной приведенной стоимостью \bar{c}_{kl} .
- Если $\bar{c}_{kl} \geq 0$, то текущий план поставок оптимален и метод заканчивает работу.
- В противном случае находим единственный цикл $(k, l) = (i_0, j_0), (i_0, j_1), (i_1, j_1), \dots, (i_{s-1}, j_s), (i_s, j_s) = (i_0, j_0)$, который начинается и заканчивается в клетке (k, l) , а все его промежуточные клетки являются базисными.
- Неформально, из клетки $(i_0, j_0) = (k, l)$ мы идем по строке i_0 до базисной клетки (i_0, j_1) , в которой цикл делает изгиб и мы идем уже по столбцу до базисной клетки (i_1, j_1) .
- Далее по строке идем до клетки (i_1, j_2) , и так далее, пока не вернемся в начальную клетку $(i_s, j_s) = (k, l)$.

Построение нового плана поставок

- Находим клетку (k, l) с минимальной приведенной стоимостью \bar{c}_{kl} .
- Если $\bar{c}_{kl} \geq 0$, то текущий план поставок оптимален и метод заканчивает работу.
- В противном случае находим единственный цикл $(k, l) = (i_0, j_0), (i_0, j_1), (i_1, j_1), \dots, (i_{s-1}, j_s), (i_s, j_s) = (i_0, j_0)$, который начинается и заканчивается в клетке (k, l) , а все его промежуточные клетки являются базисными.
- Затем вычисляем минимальное значение среди величин поставок в нечетных (с нечетным индексом) клетках цикла $\epsilon = \min\{x_{i_0, j_1}, x_{i_1, j_2}, \dots, x_{i_{s-1}, j_s}\}$
- и уменьшаем на ϵ поставки в нечетных клетках и увеличиваем на ϵ поставки в четных клетках:

$$x_{i_{t-1}, j_t} := x_{i_{t-1}, j_t} - \epsilon, \quad x_{i_t, j_t} := x_{i_t, j_t} + \epsilon, \quad t = 1, \dots, s.$$

Построение нового плана поставок

- Находим клетку (k, l) с минимальной приведенной стоимостью \bar{c}_{kl} .
- Если $\bar{c}_{kl} \geq 0$, то текущий план поставок оптимален и метод заканчивает работу.
- В противном случае находим единственный цикл $(k, l) = (i_0, j_0), (i_0, j_1), (i_1, j_1), \dots, (i_{s-1}, j_s), (i_s, j_s) = (i_0, j_0)$, который начинается и заканчивается в клетке (k, l) , а все его промежуточные клетки являются базисными.
- Затем вычисляем минимальное значение среди величин поставок в нечетных (с нечетным индексом) клетках цикла $\epsilon = \min\{x_{i_0, j_1}, x_{i_1, j_2}, \dots, x_{i_{s-1}, j_s}\}$
- и уменьшаем на ϵ поставки в нечетных клетках и увеличиваем на ϵ поставки в четных клетках:

$$x_{i_{t-1}, j_t} := x_{i_{t-1}, j_t} - \epsilon, \quad x_{i_t, j_t} := x_{i_t, j_t} + \epsilon, \quad t = 1, \dots, s.$$

План лекции

- 1 Транспортная задача
 - ЛП формулировка
 - Метод потенциалов
 - Числовой пример
- 2 Агрегированное планирование

Исходные данные

- **Фирма, предоставляющая в аренду автомобили, обнаружила дисбаланс в распределении автомобилей.**
- В городах 1,2 и 3 имеется избыточное количество автомобилей:
 - 100 — в городе 1, 150 — в городе 2, 100 — в городе 3
- В городах 4,5,6 автомобилей не хватает:
 - 50 — в городе 4, 100 — в городе 5, 100 — в городе 6
- Расстояния между городами следующие

	4	5	6
1	120	70	350
2	156	240	75
3	225	160	145

- Затраты по перегону автомобиля из одного города в другой пропорциональны расстоянию между городами.
- Нужно найти самый экономный план передислокации автомобилей.

Исходные данные

- Фирма, предоставляющая в аренду автомобили, обнаружила дисбаланс в распределении автомобилей.
- В городах 1,2 и 3 имеется избыточное количество автомобилей:
 - 26 — в городе 1, 43 — в городе 2, 31 — в городе 3.
- В городах 4,5,6 автомобилей не хватает:
 - 33 — в городе 4, 35 — в городе 5, 29 — в городе 6.
- Расстояния между городами следующие

	4	5	6
1	120	70	350
2	156	240	75
3	225	160	145

- Затраты по перегону автомобиля из одного города в другой пропорциональны расстоянию между городами.
- Нужно найти самый экономный план передислокации автомобилей.

Исходные данные

- Фирма, предоставляющая в аренду автомобили, обнаружила дисбаланс в распределении автомобилей.
- В городах 1,2 и 3 имеется избыточное количество автомобилей:
 - 26 — в городе 1, 43 — в городе 2, 31 — в городе 3.
- В городах 4,5,6 автомобилей не хватает:
 - 23 — в городе 4, 25 — в городе 5, 29 — в городе 6.
- Расстояния между городами следующие

	4	5	6
1	120	70	350
2	156	240	75
3	225	160	145

- Затраты по перегону автомобиля из одного города в другой пропорциональны расстоянию между городами.
- Нужно найти самый экономный план передислокации автомобилей.

Исходные данные

- Фирма, предоставляющая в аренду автомобили, обнаружила дисбаланс в распределении автомобилей.
- В городах 1,2 и 3 имеется избыточное количество автомобилей:
 - 26 — в городе 1, 43 — в городе 2, 31 — в городе 3.
- В городах 4,5,6 автомобилей не хватает:
 - 13 — в городе 4, 15 — в городе 5, 12 — в городе 6.
- Расстояния между городами следующие

	4	5	6
1	120	70	350
2	156	240	75
3	225	160	145

- Затраты по перегону автомобиля из одного города в другой пропорциональны расстоянию между городами.
- Нужно найти самый экономный план передислокации автомобилей.

Исходные данные

- Фирма, предоставляющая в аренду автомобили, обнаружила дисбаланс в распределении автомобилей.
- В городах 1,2 и 3 имеется избыточное количество автомобилей:
 - 26 — в городе 1, 43 — в городе 2, 31 — в городе 3.
- В городах 4,5,6 автомобилей не хватает:
 - 13 — в городе 4, 17 — в городе 5, 14 — в городе 6.
- Расстояния между городами следующие

	4	5	6
1	120	70	350
2	156	240	75
3	225	160	145

- Затраты по перегону автомобиля из одного города в другой пропорциональны расстоянию между городами.
- Нужно найти самый экономный план передислокации автомобилей.

Исходные данные

- Фирма, предоставляющая в аренду автомобили, обнаружила дисбаланс в распределении автомобилей.
- В городах 1,2 и 3 имеется избыточное количество автомобилей:
 - 26 — в городе 1, 43 — в городе 2, 31 — в городе 3.
- В городах 4,5,6 автомобилей не хватает:
 - 32 — в городе 4, 28 — в городе 5, 26 — в городе 6.
- Расстояния между городами следующие

	4	5	6
1	120	70	350
2	156	240	75
3	225	160	145

- Затраты по перегону автомобиля из одного города в другой пропорциональны расстоянию между городами.
- Нужно найти самый экономный план передислокации автомобилей.

Исходные данные

- Фирма, предоставляющая в аренду автомобили, обнаружила дисбаланс в распределении автомобилей.
- В городах 1,2 и 3 имеется избыточное количество автомобилей:
 - 26 — в городе 1, 43 — в городе 2, 31 — в городе 3.
- В городах 4,5,6 автомобилей не хватает:
 - 32 — в городе 4, 28 — в городе 5, 26 — в городе 6.
- Расстояния между городами следующие

	4	5	6
1	120	70	350
2	156	240	75
3	225	160	145

- Затраты по перегону автомобиля из одного города в другой пропорциональны расстоянию между городами.
- Нужно найти самый экономный план передислокации автомобилей.

Исходные данные

- Фирма, предоставляющая в аренду автомобили, обнаружила дисбаланс в распределении автомобилей.
- В городах 1,2 и 3 имеется избыточное количество автомобилей:
 - 26 — в городе 1, 43 — в городе 2, 31 — в городе 3.
- В городах 4,5,6 автомобилей не хватает:
 - 32 — в городе 4, 28 — в городе 5, 26 — в городе 6.
- Расстояния между городами следующие

	4	5	6
1	120	70	350
2	156	240	75
3	225	160	145

- Затраты по перегону автомобиля из одного города в другой пропорциональны расстоянию между городами.
- Нужно найти самый экономный план передислокации автомобилей.

Исходные данные

- Фирма, предоставляющая в аренду автомобили, обнаружила дисбаланс в распределении автомобилей.
- В городах 1,2 и 3 имеется избыточное количество автомобилей:
 - 26 — в городе 1, 43 — в городе 2, 31 — в городе 3.
- В городах 4,5,6 автомобилей не хватает:
 - 32 — в городе 4, 28 — в городе 5, **26 — в городе 6.**
- Расстояния между городами следующие

	4	5	6
1	120	70	350
2	156	240	75
3	225	160	145

- Затраты по перегону автомобиля из одного города в другой пропорциональны расстоянию между городами.
- Нужно найти самый экономный план передислокации автомобилей.

Исходные данные

- Фирма, предоставляющая в аренду автомобили, обнаружила дисбаланс в распределении автомобилей.
- В городах 1,2 и 3 имеется избыточное количество автомобилей:
 - 26 — в городе 1, 43 — в городе 2, 31 — в городе 3.
- В городах 4,5,6 автомобилей не хватает:
 - 32 — в городе 4, 28 — в городе 5, 26 — в городе 6.
- Расстояния между городами следующие

	4	5	6
1	120	70	350
2	156	240	75
3	225	160	145

- Затраты по перегону автомобиля из одного города в другой пропорциональны расстоянию между городами.
- Нужно найти самый экономный план передислокации автомобилей.

Исходные данные

- Фирма, предоставляющая в аренду автомобили, обнаружила дисбаланс в распределении автомобилей.
- В городах 1,2 и 3 имеется избыточное количество автомобилей:
 - 26 — в городе 1, 43 — в городе 2, 31 — в городе 3.
- В городах 4,5,6 автомобилей не хватает:
 - 32 — в городе 4, 28 — в городе 5, 26 — в городе 6.
- Расстояния между городами следующие

	4	5	6
1	120	70	350
2	156	240	75
3	225	160	145

- Затраты по перегону автомобиля из одного города в другой пропорциональны расстоянию между городами.
- Нужно найти самый экономный план передислокации автомобилей.

Исходные данные

- Фирма, предоставляющая в аренду автомобили, обнаружила дисбаланс в распределении автомобилей.
- В городах 1,2 и 3 имеется избыточное количество автомобилей:
 - 26 — в городе 1, 43 — в городе 2, 31 — в городе 3.
- В городах 4,5,6 автомобилей не хватает:
 - 32 — в городе 4, 28 — в городе 5, 26 — в городе 6.
- Расстояния между городами следующие

	4	5	6
1	120	70	350
2	156	240	75
3	225	160	145

- Затраты по перегону автомобиля из одного города в другой пропорциональны расстоянию между городами.
- **Нужно найти самый экономный план передислокации автомобилей.**

Построение начального плана

Мы имеем транспортную задачу, в которой поставщиками (автомобилей) являются города 1,2 и 3, а потребителями — города 5,6 и 7.

120		70		350
156		240		75
225		160		145

- Поскольку суммарное предложение $26 + 43 + 31 = 100$
- больше спроса $32 + 28 + 26 = 86$,
- то вводим фиктивного потребителя со спросом 14.

Построение начального плана

Мы имеем транспортную задачу, в которой поставщиками (автомобилей) являются города 1,2 и 3, а потребителями — города 5,6 и 7.

120	70	350
156	240	75
225	160	145

- Поскольку суммарное предложение $26 + 43 + 31 = 100$
- больше спроса $32 + 28 + 26 = 86$,
- то вводим фиктивного потребителя со спросом 14.

Построение начального плана

Мы имеем транспортную задачу, в которой поставщиками (автомобилей) являются города 1,2 и 3, а потребителями — города 5,6 и 7.

26

120	70	350
156	240	75
225	160	145

- Поскольку суммарное предложение $26 + 43 + 31 = 100$
- больше спроса $32 + 28 + 26 = 86$,
- то вводим фиктивного потребителя со спросом 14.

Построение начального плана

Мы имеем транспортную задачу, в которой поставщиками (автомобилей) являются города 1,2 и 3, а потребителями — города 5,6 и 7.

26	120	70	350
43	156	240	75
	225	160	145

- Поскольку суммарное предложение $26 + 43 + 31 = 100$
- больше спроса $32 + 28 + 26 = 86$,
- то вводим фиктивного потребителя со спросом 14.

Построение начального плана

Мы имеем транспортную задачу, в которой поставщиками (автомобилей) являются города 1,2 и 3, а потребителями — города 5,6 и 7.

26	120	70	350
43	156	240	75
31	225	160	145

- Поскольку суммарное предложение $26 + 43 + 31 = 100$
- больше спроса $32 + 28 + 26 = 86$,
- то вводим фиктивного потребителя со спросом 14.

Построение начального плана

Мы имеем транспортную задачу, в которой поставщиками (автомобилей) являются города 1,2 и 3, а потребителями — города 5,6 и 7.

26	120	70	350
43	156	240	75
31	225	160	145

- Поскольку суммарное предложение $26 + 43 + 31 = 100$
- больше спроса $32 + 28 + 26 = 86$,
- то вводим фиктивного потребителя со спросом 14.

Построение начального плана

Мы имеем транспортную задачу, в которой поставщиками (автомобилей) являются города 1,2 и 3, а потребителями — города 5,6 и 7.

32

26	120	70	350
43	156	240	75
31	225	160	145

- Поскольку суммарное предложение $26 + 43 + 31 = 100$
- больше спроса $32 + 28 + 26 = 86$,
- то вводим фиктивного потребителя со спросом 14.

Построение начального плана

Мы имеем транспортную задачу, в которой поставщиками (автомобилей) являются города 1,2 и 3, а потребителями — города 5,6 и 7.

	32	28	
26	120	70	350
43	156	240	75
31	225	160	145

- Поскольку суммарное предложение $26 + 43 + 31 = 100$
- больше спроса $32 + 28 + 26 = 86$,
- то вводим фиктивного потребителя со спросом 14.

Построение начального плана

Мы имеем транспортную задачу, в которой поставщиками (автомобилей) являются города 1,2 и 3, а потребителями — города 5,6 и 7.

	32	28	26
26	120	70	350
43	156	240	75
31	225	160	145

- Поскольку суммарное предложение $26 + 43 + 31 = 100$
- больше спроса $32 + 28 + 26 = 86$,
- то вводим фиктивного потребителя со спросом 14.

Построение начального плана

Мы имеем транспортную задачу, в которой поставщиками (автомобилей) являются города 1,2 и 3, а потребителями — города 5,6 и 7.

		32	28	26
26	120		70	
				350
43	156		240	
				75
31	225		160	
				145

- Поскольку суммарное предложение $26 + 43 + 31 = 100$
- больше спроса $32 + 28 + 26 = 86$,
- то вводим фиктивного потребителя со спросом 14.

Построение начального плана

Мы имеем транспортную задачу, в которой поставщиками (автомобилей) являются города 1,2 и 3, а потребителями — города 5,6 и 7.

	32	28	26	14	
26	120	70	350	0	
43	156	240	75	0	
31	225	160	145	0	

- Поскольку суммарное предложение $26 + 43 + 31 = 100$
- больше спроса $32 + 28 + 26 = 86$,
- **то вводим фиктивного потребителя со спросом 14.**

Построение начального плана

	32	28	26	14	
26	120	70	350	0	
43	156	240	75	0	
31	225	160	145	0	

- Начальный план строим по методу северо-западного угла.

Построение начального плана

	32	28	26	14
26	120	70	350	0
43	156	240	75	0
31	225	160	145	0

- Начальный план строим по методу северо-западного угла.

$$\min\{26, 32\} = 26$$

Построение начального плана

	32	28	26	14
26	120	70	350	0
	26			
43	156	240	75	0
31	225	160	145	0

- Начальный план строим по методу северо-западного угла.

$$\min\{26, 32\} = 26$$

Построение начального плана

	32	28	26	14
0	120	70	350	0
	26			
43	156	240	75	0
31	225	160	145	0

- Начальный план строим по методу северо-западного угла.

$$\min\{26, 32\} = 26$$

Построение начального плана

	6	28	26	14
0	120	70	350	0
	26			
43	156	240	75	0
31	225	160	145	0

- Начальный план строим по методу северо-западного угла.

$$\min\{26, 32\} = 26$$

Построение начального плана

	6	28	26	14
0	120	70	350	0
	26			
43	156	240	75	0
31	225	160	145	0

- Начальный план строим по методу северо-западного угла.

$$\min\{26, 32\} = 26$$

Построение начального плана

	6	28	26	14
0	120	70	350	0
	26			
43	156	240	75	0
	●			
31	225	160	145	0

- Начальный план строим по методу северо-западного угла.

$$\min\{43, 6\} = 6$$

Построение начального плана

	6	28	26	14
0	120	70	350	0
	26			
43	156	240	75	0
	6			
31	225	160	145	0

- Начальный план строим по методу северо-западного угла.

$$\min\{43, 6\} = 6$$

Построение начального плана

	6	28	26	14
0	120	70	350	0
	26			
37	156	240	75	0
	6			
31	225	160	145	0

- Начальный план строим по методу северо-западного угла.

$$\min\{43, 6\} = 6$$

Построение начального плана

	0	28	26	14
0	120	70	350	0
	26			
37	156	240	75	0
	6			
31	225	160	145	0

- Начальный план строим по методу северо-западного угла.

$$\min\{43, 6\} = 6$$

Построение начального плана

	0	28	26	14
0	120	70	350	0
	26			
37	156	240	75	0
	6			
31	225	160	145	0

- Начальный план строим по методу северо-западного угла.

$$\min\{43, 6\} = 6$$

Построение начального плана

	0	28	26	14
0	120	70	350	0
	26			
37	156	240	75	0
	6			
31	225	160	145	0

- Начальный план строим по методу северо-западного угла.

$$\min\{37, 28\} = 28$$

Построение начального плана

	0	28	26	14
0	120	70	350	0
	26			
37	156	240	75	0
	6	28		
31	225	160	145	0

- Начальный план строим по методу северо-западного угла.

$$\min\{37, 28\} = 28$$

Построение начального плана

	0	28	26	14
0	120	70	350	0
	26			
9	156	240	75	0
	6	28		
31	225	160	145	0

- Начальный план строим по методу северо-западного угла.

$$\min\{37, 28\} = 28$$

Построение начального плана

	0	0	26	14
0	120	70	350	0
	26			
9	156	240	75	0
	6	28		
31	225	160	145	0

- Начальный план строим по методу северо-западного угла.

$$\min\{37, 28\} = 28$$

Построение начального плана

	0	0	26	14
0	120	70	350	0
	26			
9	156	240	75	0
	6	28		
31	225	160	145	0

- Начальный план строим по методу северо-западного угла.

$$\min\{37, 28\} = 28$$

Построение начального плана

	0	0	26	14
0	120	70	350	0
	26			
9	156	240	75	0
	6	28		
31	225	160	145	0

- Начальный план строим по методу северо-западного угла.

$$\min\{9, 26\} = 9$$

Построение начального плана

	0	0	26	14
0	120	70	350	0
	26			
9	156	240	75	0
	6	28	9	
31	225	160	145	0

- Начальный план строим по методу северо-западного угла.

$$\min\{9, 26\} = 9$$

Построение начального плана

	0	0	26	14
0	120	70	350	0
	26			
0	156	240	75	0
	6	28	9	
31	225	160	145	0

- Начальный план строим по методу северо-западного угла.

$$\min\{9, 26\} = 9$$

Построение начального плана

	0	0	17	14
0	120	70	350	0
	26			
0	156	240	75	0
	6	28	9	
31	225	160	145	0

- Начальный план строим по методу северо-западного угла.

$$\min\{9, 26\} = 9$$

Построение начального плана

	0	0	17	14
0	120	70	350	0
	26			
0	156	240	75	0
	6	28	9	
31	225	160	145	0

- Начальный план строим по методу северо-западного угла.

$$\min\{9, 26\} = 9$$

Построение начального плана

	0	0	17	14
0	120	70	350	0
	26			
0	156	240	75	0
	6	28	9	
31	225	160	145	0
			●	

- Начальный план строим по методу северо-западного угла.

$$\min\{31, 17\} = 17$$

Построение начального плана

	0	0	17	14
0	120	70	350	0
	26			
0	156	240	75	0
	6	28	9	
31	225	160	145	0
			17	

- Начальный план строим по методу северо-западного угла.

$$\min\{31, 17\} = 17$$

Построение начального плана

	0	0	17	14
0	120	70	350	0
	26			
0	156	240	75	0
	6	28	9	
14	225	160	145	0
			17	

- Начальный план строим по методу северо-западного угла.

$$\min\{31, 17\} = 17$$

Построение начального плана

	0	0	0	14
0	120	70	350	0
	26			
0	156	240	75	0
	6	28	9	
14	225	160	145	0
			17	

- Начальный план строим по методу северо-западного угла.

$$\min\{31, 17\} = 17$$

Построение начального плана

	0	0	0	14
0	120	70	350	0
	26			
0	156	240	75	0
	6	28	9	
14	225	160	145	0
			17	

- Начальный план строим по методу северо-западного угла.

$$\min\{31, 17\} = 17$$

Построение начального плана

	0	0	0	14
0	120	70	350	0
	26			
0	156	240	75	0
	6	28	9	
14	225	160	145	0
			17	●

- Начальный план строим по методу северо-западного угла.

$$\min\{14, 14\} = 14$$

Построение начального плана

	0	0	0	14
0	120	70	350	0
	26			
0	156	240	75	0
	6	28	9	
14	225	160	145	0
			17	14

- Начальный план строим по методу северо-западного угла.

$$\min\{14, 14\} = 14$$

Построение начального плана

	0	0	0	14
0	120	70	350	0
	26			
0	156	240	75	0
	6	28	9	
0	225	160	145	0
			17	14

- Начальный план строим по методу северо-западного угла.

$$\min\{14, 14\} = 14$$

Построение начального плана

	0	0	0	0
0	120	70	350	0
	26			
0	156	240	75	0
	6	28	9	
0	225	160	145	0
			17	14

- Начальный план строим по методу северо-западного угла.

$$\min\{14, 14\} = 14$$

Построение начального плана

	0	0	0	0	
0	120	70	350	0	
	26				
0	156	240	75	0	
	6	28	9		
0	225	160	145	0	
			17	14	

- Начальный план строим по методу северо-западного угла.

$$\min\{14, 14\} = 14$$

Итерация 1: вычисление потенциалов

120		70		350		0	
	26						
156		240		75		0	
	6		28		9		
225		160		145		0	
					17		14

- Строчке 1 произвольно приписываем потенциал $\alpha_1 = 0$.
- Вычисляем остальные потенциалы:

Итерация 1: вычисление потенциалов

120	70	350	0	0
26				
156	240	75	0	
6	28	9		
225	160	145	0	
		17	14	

- Строке 1 произвольно приписываем потенциал $\alpha_1 = 0$.
- Вычисляем остальные потенциалы:

Итерация 1: вычисление потенциалов

120	70	350	0	0
26				
156	240	75	0	
6	28	9		
225	160	145	0	
		17	14	

- Строчке 1 произвольно приписываем потенциал $\alpha_1 = 0$.
- Вычисляем остальные потенциалы:

$$\alpha_1 + \beta_1 = 120 \Rightarrow \beta_1 = 120 - 0 = 120$$

Итерация 1: вычисление потенциалов

120		70		350		0		0
	26							
156		240		75		0		
	6		28		9			
225		160		145		0		
					17		14	

- Строке 1 произвольно приписываем потенциал $\alpha_1 = 0$.
- Вычисляем остальные потенциалы:

$$\alpha_1 + \beta_1 = 120 \Rightarrow \beta_1 = 120 - 0 = 120$$

Итерация 1: вычисление потенциалов

120		70		350		0		0
	26							
156		240		75		0		
	6		28		9			
225		160		145		0		
					17		14	
								120

- Строчке 1 произвольно приписываем потенциал $\alpha_1 = 0$.
- Вычисляем остальные потенциалы:

$$\alpha_1 + \beta_1 = 120 \Rightarrow \beta_1 = 120 - 0 = 120$$

Итерация 1: вычисление потенциалов

120	70	350	0	0
26				
156	240	75	0	
6	28	9		
225	160	145	0	
		17	14	
120				

- Строчке 1 произвольно приписываем потенциал $\alpha_1 = 0$.
- Вычисляем остальные потенциалы:

$$\alpha_2 + \beta_1 = 156 \Rightarrow \alpha_2 = 156 - 120 = 36$$

Итерация 1: вычисление потенциалов

120		70		350		0		0
	26							
156		240		75		0		36
	6		28		9			
225		160		145		0		
					17		14	
								120

- Строке 1 произвольно приписываем потенциал $\alpha_1 = 0$.
- Вычисляем остальные потенциалы:

$$\alpha_2 + \beta_1 = 156 \Rightarrow \alpha_2 = 156 - 120 = 36$$

Итерация 1: вычисление потенциалов

120	70	350	0	0
26				
156	240	75	0	36
6	28	9		
225	160	145	0	
		17	14	
120				

- Строке 1 произвольно приписываем потенциал $\alpha_1 = 0$.
- Вычисляем остальные потенциалы:

$$\alpha_2 + \beta_2 = 240 \Rightarrow \beta_2 = 240 - 36 = 204$$

Итерация 1: вычисление потенциалов

120	70	350	0	0
26				
156	240	75	0	36
6	28	9		
225	160	145	0	
		17	14	
120	204			

- Строчке 1 произвольно приписываем потенциал $\alpha_1 = 0$.
- Вычисляем остальные потенциалы:

$$\alpha_2 + \beta_2 = 240 \Rightarrow \beta_2 = 240 - 36 = 204$$

Итерация 1: вычисление потенциалов

120	70	350	0	0
26				
156	240	75	0	36
6	28	9		
225	160	145	0	
		17	14	
120	204			

- Строке 1 произвольно приписываем потенциал $\alpha_1 = 0$.
- Вычисляем остальные потенциалы:

$$\alpha_2 + \beta_3 = 75 \Rightarrow \beta_3 = 75 - 36 = 39$$

Итерация 1: вычисление потенциалов

120	70	350	0	0
26				
156	240	75	0	36
6	28	9		
225	160	145	0	
		17	14	
120	204	39		

- Строке 1 произвольно приписываем потенциал $\alpha_1 = 0$.
- Вычисляем остальные потенциалы:

$$\alpha_2 + \beta_3 = 75 \Rightarrow \beta_3 = 75 - 36 = 39$$

Итерация 1: вычисление потенциалов

120	70	350	0	0
26				
156	240	75	0	36
6	28	9		
225	160	145	0	
		17	14	
120	204	39		

- Строчке 1 произвольно приписываем потенциал $\alpha_1 = 0$.
- Вычисляем остальные потенциалы:

$$\alpha_3 + \beta_3 = 145 \Rightarrow \alpha_3 = 145 - 39 = 106$$

Итерация 1: вычисление потенциалов

120	70	350	0	0
26				
156	240	75	0	36
6	28	9		
225	160	145	0	106
		17	14	
120	204	39		

- Строчке 1 произвольно приписываем потенциал $\alpha_1 = 0$.
- Вычисляем остальные потенциалы:

$$\alpha_3 + \beta_3 = 145 \Rightarrow \alpha_3 = 145 - 39 = 106$$

Итерация 1: вычисление потенциалов

120	70	350	0	0
26				
156	240	75	0	36
6	28	9		
225	160	145	0	106
		17	14	
120	204	39		

- Строке 1 произвольно приписываем потенциал $\alpha_1 = 0$.
- Вычисляем остальные потенциалы:

$$\alpha_3 + \beta_4 = 0 \Rightarrow \beta_4 = 0 - 106 = -106$$

Итерация 1: вычисление потенциалов

120	70	350	0	0
26				
156	240	75	0	36
6	28	9		
225	160	145	0	106
		17	14	
120	204	39	-106	

- Строчке 1 произвольно приписываем потенциал $\alpha_1 = 0$.
- Вычисляем остальные потенциалы:

$$\alpha_3 + \beta_4 = 0 \Rightarrow \beta_4 = 0 - 106 = -106$$

Итерация 1: вычисление приведенных стоимостей

120	70	350	0	0
26				
156	240	75	0	36
6	28	9		
225	160	145	0	106
		17	14	
120	204	39	-106	

Для каждой небазисной клетки вычисляем приведенную стоимость:

Итерация 1: вычисление приведенных стоимостей

120	70	350	0	0
26				
156	240	75	0	36
6	28	9		
225	160	145	0	106
		17	14	
120	204	39	-106	

Для каждой небазисной клетки вычисляем приведенную стоимость: $\bar{c}_{12} = 70 - 0 - 204 = -134$

Итерация 1: вычисление приведенных стоимостей

120	70	350	0	0
26				
156	240	75	0	36
6	28	9		
225	160	145	0	106
		17	14	
120	204	39	-106	

Для каждой небазисной клетки вычисляем приведенную стоимость: $\bar{c}_{12} = 70 - 0 - 204 = -134$

Итерация 1: вычисление приведенных стоимостей

120	70	-134	350	0	0
26					
156	240		75	0	36
6	28		9		
225	160		145	0	106
			17	14	
120	204		39	-106	

Для каждой небазисной клетки вычисляем приведенную стоимость: $\bar{c}_{12} = 70 - 0 - 204 = -134$

Итерация 1: вычисление приведенных стоимостей

120	70	-134	350	0	0
26					
156	240		75	0	36
6	28		9		
225	160		145	0	106
			17	14	
120	204		39	-106	

Для каждой небазисной клетки вычисляем приведенную стоимость: $\bar{c}_{13} = 350 - 0 - 39 = 311$

Итерация 1: вычисление приведенных стоимостей

120	70	-134	350	311	0		0
26							
156	240		75		0		36
6	28		9				
225	160		145		0		106
			17		14		
120	204		39		-106		

Для каждой небазисной клетки вычисляем приведенную стоимость: $\bar{c}_{13} = 350 - 0 - 39 = 311$

Итерация 1: вычисление приведенных стоимостей

120		70	-134	350	311	0		0
	26							
156		240		75		0		36
	6		28		9			
225		160		145		0		106
					17		14	
	120	204		39		-106		

Для каждой небазисной клетки вычисляем приведенную стоимость: $\bar{c}_{14} = 0 - 0 - (-106) = 106$

Итерация 1: вычисление приведенных стоимостей

120		70	-134	350	311	0	106	0
	26							
156		240		75		0		36
	6		28		9			
225		160		145		0		106
					17		14	
	120		204		39		-106	

Для каждой небазисной клетки вычисляем приведенную стоимость: $\bar{c}_{14} = 0 - 0 - (-106) = 106$

Итерация 1: вычисление приведенных стоимостей

120		70	-134	350	311	0	106	0
	26							
156		240		75		0		36
	6		28		9			
225		160		145		0		106
					17		14	
	120	204		39		-106		

Для каждой небазисной клетки вычисляем приведенную стоимость: $\bar{c}_{24} = 0 - 36 - (-106) = 70$

Итерация 1: вычисление приведенных стоимостей

120		70	-134	350	311	0	106	0
	26							
156		240		75		0	70	36
	6		28		9			
225		160		145		0		106
					17		14	
	120		204		39		-106	

Для каждой небазисной клетки вычисляем приведенную стоимость: $\bar{c}_{24} = 0 - 36 - (-106) = 70$

Итерация 1: вычисление приведенных стоимостей

120		70	-134	350	311	0	106	0
	26							
156		240		75		0	70	36
	6		28		9			
225		160		145		0		106
					17		14	
	120		204		39		-106	

Для каждой небазисной клетки вычисляем приведенную стоимость: $\bar{c}_{31} = 225 - 106 - 120 = -1$

Итерация 1: вычисление приведенных стоимостей

120		70	-134	350	311	0	106	0
	26							
156		240		75		0	70	36
	6		28		9			
225	-1	160		145		0		106
					17		14	
	120		204		39		-106	

Для каждой небазисной клетки вычисляем приведенную стоимость: $\bar{c}_{31} = 225 - 106 - 120 = -1$

Итерация 1: вычисление приведенных стоимостей

120		70	-134	350	311	0	106	0
26								
156		240		75		0	70	36
6		28		9				
225	-1	160		145		0		106
				17		14		
120		204		39		-106		

Для каждой небазисной клетки вычисляем приведенную стоимость:

$$\bar{c}_{32} = 160 - 106 - 204 = -150$$

Итерация 1: вычисление приведенных стоимостей

120		70	-134	350	311	0	106	0
26								
156		240		75		0	70	36
6		28		9				
225	-1	160	-150	145		0		106
				17		14		
120		204		39		-106		

Для каждой небазисной клетки вычисляем приведенную стоимость:

$$\bar{c}_{32} = 160 - 106 - 204 = -150$$

Итерация 1: изменение плана

120		70	-134	350	311	0	106
	26						
156		240		75		0	70
	6		28		9		
225	-1	160	-150	145		0	
					17		14

- Находим клетку с минимальной приведенной стоимостью. Это клетка (3, 2).
- Начиная с клетки (3, 2), строим цикл:
 $(3, 2) \rightarrow (3, 3) \rightarrow (2, 3) \rightarrow (2, 2) \rightarrow (3, 2)$.

Итерация 1: изменение плана

120		70	-134	350	311	0	106
	26						
156		240		75		0	70
	6		28		9		
225	-1	160	-150	145		0	
					17		14

- Находим клетку с минимальной приведенной стоимостью. Это клетка (3, 2).
- Начиная с клетки (3, 2), строим цикл:
 $(3, 2) \rightarrow (3, 3) \rightarrow (2, 3) \rightarrow (2, 2) \rightarrow (3, 2)$.

Итерация 1: изменение плана

120		70	-134	350	311	0	106
	26						
156		240		75		0	70
	6		28		9		
225	-1	160	-150	145		0	
					17		14

- Находим клетку с минимальной приведенной стоимостью. Это клетка (3, 2).
- Начиная с клетки (3, 2), строим цикл:
 $(3, 2) \rightarrow (3, 3) \rightarrow (2, 3) \rightarrow (2, 2) \rightarrow (3, 2)$.

Итерация 1: изменение плана

120		70	-134	350	311	0	106
	26						
156		240		75		0	70
	6		28		9		
225	-1	160	-150	145		0	
			+	17			14

- Находим клетку с минимальной приведенной стоимостью. Это клетка (3, 2).
- Начиная с клетки (3, 2), строим цикл:
 $(3, 2) \rightarrow (3, 3) \rightarrow (2, 3) \rightarrow (2, 2) \rightarrow (3, 2)$.

Итерация 1: изменение плана

120		70	-134	350	311	0	106
	26						
156		240		75		0	70
	6		28		9		
225	-1	160	-150	145		0	
			+		17	-	14

- Находим клетку с минимальной приведенной стоимостью. Это клетка (3, 2).
- Начиная с клетки (3, 2), строим цикл:
 (3, 2) → (3, 3) → (2, 3) → (2, 2) → (3, 2).

Итерация 1: изменение плана

120		70	-134	350	311	0	106
	26						
156		240		75		0	70
	6		28	9			
225	-1	160	-150	145		0	
			+	17	-		14

- Находим клетку с минимальной приведенной стоимостью. Это клетка (3, 2).
- Начиная с клетки (3, 2), строим цикл:
 $(3, 2) \rightarrow (3, 3) \rightarrow (2, 3) \rightarrow (2, 2) \rightarrow (3, 2)$.

Итерация 1: изменение плана

120		70	-134	350	311	0	106
26							
156		240		75		0	70
6		28		9			
225	-1	160	-150	145		0	
			+	17	-		14

- Среди клеток, помеченных знаком минус выбираем клетку (3,3) с минимальным значением поставки $\min\{17, 28\} = 17$.
- Прибавляем 17 к поставкам в клетках цикла, помеченных знаком плюс, и отнимаем 17 от поставок в клетках цикла, помеченных знаком минус.

Итерация 1: изменение плана

120		70	-134	350	311	0	106
26							
156		240		75		0	70
6		28		9			
225	-1	160	-150	145		0	
			+	17	-		14

- Среди клеток, помеченных знаком минус выбираем клетку (3,3) с минимальным значением поставки $\min\{17, 28\} = 17$.
- Прибавляем 17 к поставкам в клетках цикла, помеченных знаком плюс, и отнимаем 17 от поставок в клетках цикла, помеченных знаком минус.

Итерация 1: изменение плана

120		70	-134	350	311	0	106
26							
156		240		75		0	70
6		28		9			
225	-1	160	-150	145		0	
		17	+	17	-		14

- Среди клеток, помеченных знаком минус выбираем клетку (3,3) с минимальным значением поставки $\min\{17, 28\} = 17$.
- Прибавляем 17 к поставкам в клетках цикла, помеченных знаком плюс, и отнимаем 17 от поставок в клетках цикла, помеченных знаком минус.

Итерация 1: изменение плана

120		70	-134	350	311	0	106
26							
156		240		75		0	70
6		28		9			
225	-1	160	-150	145		0	
		17		0			14

- Среди клеток, помеченных знаком минус выбираем клетку (3,3) с минимальным значением поставки $\min\{17, 28\} = 17$.
- Прибавляем 17 к поставкам в клетках цикла, помеченных знаком плюс, и отнимаем 17 от поставок в клетках цикла, помеченных знаком минус.

Итерация 1: изменение плана

120		70	-134	350	311	0	106
26							
156		240		75		0	70
6		28		26			
225	-1	160	-150	145		0	
		17					14

- Среди клеток, помеченных знаком минус выбираем клетку (3,3) с минимальным значением поставки $\min\{17, 28\} = 17$.
- Прибавляем 17 к поставкам в клетках цикла, помеченных знаком плюс, и отнимаем 17 от поставок в клетках цикла, помеченных знаком минус.

Итерация 1: изменение плана

120		70	-134	350	311	0	106
26							
156		240		75		0	70
6		11		26			
225	-1	160	-150	145		0	
		17					14

- Среди клеток, помеченных знаком минус выбираем клетку (3,3) с минимальным значением поставки $\min\{17, 28\} = 17$.
- Прибавляем 17 к поставкам в клетках цикла, помеченных знаком плюс, и отнимаем 17 от поставок в клетках цикла, помеченных знаком минус.

Итерация 1: изменение плана

120		70	-134	350	311	0	106
26							
156		240		75		0	70
6		11		26			
225	-1	160	-150	145		0	
		17					14

- Среди клеток, помеченных знаком минус выбираем клетку (3,3) с минимальным значением поставки $\min\{17, 28\} = 17$.
- Прибавляем 17 к поставкам в клетках цикла, помеченных знаком плюс, и отнимаем 17 от поставок в клетках цикла, помеченных знаком минус.

Итерация 1: изменение плана

120		70		350		0	
	26						
156		240		75		0	
	6		11		26		
225		160		145		0	
			17				14

Итерация 1 завершена.

Итерация 2: вычисление потенциалов

120		70		350		0	
	26						
156		240		75		0	
	6		11		26		
225		160		145		0	
			17				14

- Строчке 1 произвольно приписываем потенциал $\alpha_1 = 0$.
- Вычисляем остальные потенциалы:

Итерация 2: вычисление потенциалов

120		70		350		0		0
	26							
156		240		75		0		
	6		11		26			
225		160		145		0		
			17				14	

- Строке 1 произвольно приписываем потенциал $\alpha_1 = 0$.
- Вычисляем остальные потенциалы:

Итерация 2: вычисление потенциалов

120		70		350		0		0
	26							
156		240		75		0		
	6		11		26			
225		160		145		0		
			17				14	

- Строчке 1 произвольно приписываем потенциал $\alpha_1 = 0$.
- Вычисляем остальные потенциалы:

Итерация 2: вычисление потенциалов

120	70	350	0	0
26				
156	240	75	0	
6	11	26		
225	160	145	0	
	17		14	

- Строке 1 произвольно приписываем потенциал $\alpha_1 = 0$.
- Вычисляем остальные потенциалы:

$$\alpha_1 + \beta_1 = 120 \Rightarrow \beta_1 = 120 - 0 = 120$$

Итерация 2: вычисление потенциалов

120		70		350		0		0
	26							
156		240		75		0		
	6		11		26			
225		160		145		0		
			17				14	
								120

- Строчке 1 произвольно приписываем потенциал $\alpha_1 = 0$.
- Вычисляем остальные потенциалы:

$$\alpha_1 + \beta_1 = 120 \Rightarrow \beta_1 = 120 - 0 = 120$$

Итерация 2: вычисление потенциалов

120	70	350	0	0
26				
156	240	75	0	
6	11	26		
225	160	145	0	
	17		14	
120				

- Строчке 1 произвольно приписываем потенциал $\alpha_1 = 0$.
- Вычисляем остальные потенциалы:

$$\alpha_2 + \beta_1 = 156 \Rightarrow \alpha_2 = 156 - 120 = 36$$

Итерация 2: вычисление потенциалов

120	70	350	0	0
26				
156	240	75	0	36
6	11	26		
225	160	145	0	
	17		14	
120				

- Строчке 1 произвольно приписываем потенциал $\alpha_1 = 0$.
- Вычисляем остальные потенциалы:

$$\alpha_2 + \beta_1 = 156 \Rightarrow \alpha_2 = 156 - 120 = 36$$

Итерация 2: вычисление потенциалов

120		70		350		0		0
	26							
156		240		75		0		36
	6		11		26			
225		160		145		0		
			17				14	
								120

- Строчке 1 произвольно приписываем потенциал $\alpha_1 = 0$.
- Вычисляем остальные потенциалы:

$$\alpha_2 + \beta_2 = 240 \Rightarrow \beta_2 = 240 - 36 = 204$$

Итерация 2: вычисление потенциалов

120	70	350	0	0
26				
156	240	75	0	36
6	11	26		
225	160	145	0	
	17		14	
120	204			

- Строчке 1 произвольно приписываем потенциал $\alpha_1 = 0$.
- Вычисляем остальные потенциалы:

$$\alpha_2 + \beta_2 = 240 \Rightarrow \beta_2 = 240 - 36 = 204$$

Итерация 2: вычисление потенциалов

120	70	350	0	0
26				
156	240	75	0	36
6	11	26		
225	160	145	0	
	17		14	
120	204			

- Строке 1 произвольно приписываем потенциал $\alpha_1 = 0$.
- Вычисляем остальные потенциалы:

$$\alpha_2 + \beta_3 = 75 \Rightarrow \beta_3 = 75 - 36 = 39$$

Итерация 2: вычисление потенциалов

120	70	350	0	0
26				
156	240	75	0	36
6	11	26		
225	160	145	0	
	17		14	
120	204	39		

- Строчке 1 произвольно приписываем потенциал $\alpha_1 = 0$.
- Вычисляем остальные потенциалы:

$$\alpha_2 + \beta_3 = 75 \Rightarrow \beta_3 = 75 - 36 = 39$$

Итерация 2: вычисление потенциалов

120	70	350	0	0
26				
156	240	75	0	36
6	11	26		
225	160	145	0	
	17		14	
120	204	39		

- Строчке 1 произвольно приписываем потенциал $\alpha_1 = 0$.
- Вычисляем остальные потенциалы:

$$\alpha_3 + \beta_2 = 160 \Rightarrow \alpha_3 = 160 - 204 = -44$$

Итерация 2: вычисление потенциалов

120	70	350	0	0
26				
156	240	75	0	36
6	11	26		
225	160	145	0	-44
	17		14	
120	204	39		

- Строчке 1 произвольно приписываем потенциал $\alpha_1 = 0$.
- Вычисляем остальные потенциалы:

$$\alpha_3 + \beta_2 = 160 \Rightarrow \alpha_3 = 160 - 204 = -44$$

Итерация 2: вычисление потенциалов

120	70	350	0	0
26				
156	240	75	0	36
6	11	26		
225	160	145	0	-44
	17		14	
120	204	39		

- Строке 1 произвольно приписываем потенциал $\alpha_1 = 0$.
- Вычисляем остальные потенциалы:

$$\alpha_3 + \beta_4 = 0 \Rightarrow \beta_4 = 0 - (-44) = 44$$

Итерация 2: вычисление потенциалов

120	70	350	0	0
26				
156	240	75	0	36
6	11	26		
225	160	145	0	-44
	17		14	
120	204	39	44	

- Строке 1 произвольно приписываем потенциал $\alpha_1 = 0$.
- Вычисляем остальные потенциалы:

$$\alpha_3 + \beta_4 = 0 \Rightarrow \beta_4 = 0 - (-44) = 44$$

Итерация 2: вычисление приведенных стоимостей

120	70	350	0	0
26				
156	240	75	0	36
6	11	26		
225	160	145	0	-44
	17		14	
120	204	39	44	

Для каждой небазисной клетки вычисляем приведенную стоимость:

Итерация 2: вычисление приведенных стоимостей

120	70	350	0	0
26				
156	240	75	0	36
6	11	26		
225	160	145	0	-44
	17		14	
120	204	39	44	

Для каждой небазисной клетки вычисляем приведенную стоимость:

Итерация 2: вычисление приведенных стоимостей

120	70	350	0	0
26				
156	240	75	0	36
6	11	26		
225	160	145	0	-44
	17		14	
120	204	39	44	

Для каждой небазисной клетки вычисляем приведенную стоимость: $\bar{c}_{12} = 70 - 0 - 204 = -134$

Итерация 2: вычисление приведенных стоимостей

120	70	-134	350	0	0
26					
156	240		75	0	36
6	11		26		
225	160		145	0	-44
	17			14	
120	204		39	44	

Для каждой небазисной клетки вычисляем приведенную стоимость: $\bar{c}_{12} = 70 - 0 - 204 = -134$

Итерация 2: вычисление приведенных стоимостей

120	70	-134	350	0	0
26					
156	240		75	0	36
6	11		26		
225	160		145	0	-44
	17			14	
120	204		39	44	

Для каждой небазисной клетки вычисляем приведенную стоимость: $\bar{c}_{13} = 350 - 0 - 39 = 311$

Итерация 2: вычисление приведенных стоимостей

120	70	-134	350	311	0	0
26						
156	240		75		0	36
6	11		26			
225	160		145		0	-44
	17				14	
120	204		39		44	

Для каждой небазисной клетки вычисляем приведенную стоимость: $\bar{c}_{13} = 350 - 0 - 39 = 311$

Итерация 2: вычисление приведенных стоимостей

120	70	-134	350	311	0	0
26						
156	240		75		0	36
6	11		26			
225	160		145		0	-44
	17				14	
120	204		39		44	

Для каждой небазисной клетки вычисляем приведенную стоимость: $\bar{c}_{14} = 0 - 0 - 44 = -44$

Итерация 2: вычисление приведенных стоимостей

120	70	-134	350	311	0	-44	0
26							
156	240		75		0		36
6	11		26				
225	160		145		0		-44
	17					14	
120	204		39			44	

Для каждой небазисной клетки вычисляем приведенную стоимость: $\bar{c}_{14} = 0 - 0 - 44 = -44$

Итерация 2: вычисление приведенных стоимостей

120		70	-134	350	311	0	-44	0
	26							
156		240		75		0		36
	6		11		26			
225		160		145		0		-44
			17				14	
	120		204		39		44	

Для каждой небазисной клетки вычисляем приведенную стоимость:
 $\bar{c}_{24} = 0 - 36 - 44 = -80$

Итерация 2: вычисление приведенных стоимостей

120		70	-134	350	311	0	-44	0
	26							
156		240		75		0	-80	36
	6		11		26			
225		160		145		0		-44
			17				14	
	120		204		39		44	

Для каждой небазисной клетки вычисляем приведенную стоимость: $\bar{c}_{24} = 0 - 36 - 44 = -80$

Итерация 2: вычисление приведенных стоимостей

120		70	-134	350	311	0	-44	0
	26							
156		240		75		0	-80	36
	6		11		26			
225		160		145		0		-44
			17				14	
	120		204		39		44	

Для каждой небазисной клетки вычисляем приведенную стоимость: $\bar{c}_{31} = 225 - (-44) - 120 = 149$

Итерация 2: вычисление приведенных стоимостей

120		70	-134	350	311	0	-44	0
	26							
156		240		75		0	-80	36
	6		11		26			
225	149	160		145		0		-44
			17				14	
	120	204		39		44		

Для каждой небазисной клетки вычисляем приведенную стоимость: $\bar{c}_{31} = 225 - (-44) - 120 = 149$

Итерация 2: вычисление приведенных стоимостей

120		70	-134	350	311	0	-44	0
	26							
156		240		75		0	-80	36
	6		11		26			
225	149	160		145		0		-44
			17				14	
	120	204		39			44	

Для каждой небазисной клетки вычисляем приведенную стоимость:

$$\bar{c}_{33} = 145 - (-44) - 39 = 150$$

Итерация 2: вычисление приведенных стоимостей

120		70	-134	350	311	0	-44	0
	26							
156		240		75		0	-80	36
	6		11		26			
225	149	160		145	150	0		-44
			17				14	
	120		204		39		44	

Для каждой небазисной клетки вычисляем приведенную стоимость:

$$\bar{c}_{33} = 145 - (-44) - 39 = 150$$

Итерация 2: изменение плана

120		70	-134	350	311	0	-44
	26						
156		240		75		0	-80
	6		11		26		
225	149	160		145	150	0	
			17				14

- Находим клетку с минимальной приведенной стоимостью. Это клетка (1, 2).
- Начиная с клетки (1, 2), строим цикл:
 $(1, 2) \rightarrow (1, 1) \rightarrow (2, 1) \rightarrow (2, 2) \rightarrow (1, 2)$.

Итерация 2: изменение плана

120		70	-134	350	311	0	-44
	26						
156		240		75		0	-80
	6		11		26		
225	149	160		145	150	0	
			17				14

- Находим клетку с минимальной приведенной стоимостью. Это клетка (1, 2).
- Начиная с клетки (1, 2), строим цикл:
 $(1, 2) \rightarrow (1, 1) \rightarrow (2, 1) \rightarrow (2, 2) \rightarrow (1, 2)$.

Итерация 2: изменение плана

120		70	-134	350	311	0	-44
	26						
156		240		75		0	-80
	6		11		26		
225	149	160		145	150	0	
			17				14

- Находим клетку с минимальной приведенной стоимостью. Это клетка (1, 2).
- Начиная с клетки (1, 2), строим цикл:
 $(1, 2) \rightarrow (1, 1) \rightarrow (2, 1) \rightarrow (2, 2) \rightarrow (1, 2)$.

Итерация 2: изменение плана

120		70	-134	350	311	0	-44
26			+				
156		240		75		0	-80
6		11		26			
225	149	160		145	150	0	
		17				14	

- Находим клетку с минимальной приведенной стоимостью. Это клетка (1, 2).
- Начиная с клетки (1, 2), строим цикл:
 $(1, 2) \rightarrow (1, 1) \rightarrow (2, 1) \rightarrow (2, 2) \rightarrow (1, 2)$.

Итерация 2: изменение плана

120		70	-134	350	311	0	-44
26			+				
156		240		75		0	-80
6		11		26			
225	149	160		145	150	0	
		17				14	

- Находим клетку с минимальной приведенной стоимостью. Это клетка (1, 2).
- Начиная с клетки (1, 2), строим цикл:
 (1, 2) \rightarrow (1, 1) \rightarrow (2, 1) \rightarrow (2, 2) \rightarrow (1, 2).

Итерация 2: изменение плана

120		70	-134	350	311	0	-44
	26		+				
156		240		75		0	-80
	6	+	11		26		
225	149	160		145	150	0	
			17				14

- Находим клетку с минимальной приведенной стоимостью. Это клетка (1, 2).
- Начиная с клетки (1, 2), строим цикл:
 (1, 2) \rightarrow (1, 1) \rightarrow (2, 1) \rightarrow (2, 2) \rightarrow (1, 2).

Итерация 2: изменение плана

120		70	-134	350	311	0	-44
	26						
156		240		75		0	-80
	6		11		26		
225	149	160		145	150	0	
			17				14

- Находим клетку с минимальной приведенной стоимостью. Это клетка (1, 2).
- Начиная с клетки (1, 2), строим цикл:
 (1, 2) → (1, 1) → (2, 1) → (2, 2) → (1, 2).

Итерация 2: изменение плана

120		70	-134	350	311	0	-44
	26		+				
156		240		75		0	-80
	6	+	11	-	26		
225	149	160		145	150	0	
			17				14

- Среди клеток, помеченных знаком минус выбираем клетку (2, 2) с минимальным значением поставки $\min\{26, 11\} = 11$.
- Прибавляем 11 к поставкам в клетках цикла, помеченных знаком плюс, и отнимаем 11 от поставок в клетках цикла, помеченных знаком минус.

Итерация 2: изменение плана

120		70	-134	350	311	0	-44
	26		+				
156		240		75		0	-80
	6	+	11	-	26		
225	149	160		145	150	0	
		17					14

- Среди клеток, помеченных знаком минус выбираем клетку (2, 2) с минимальным значением поставки $\min\{26, 11\} = 11$.
- Прибавляем 11 к поставкам в клетках цикла, помеченных знаком плюс, и отнимаем 11 от поставок в клетках цикла, помеченных знаком минус.

Итерация 2: изменение плана

120		70	-134	350	311	0	-44
	26		11				
156		240		75		0	-80
	6		11		26		
225	149	160		145	150	0	
			17				14

- Среди клеток, помеченных знаком минус выбираем клетку (2, 2) с минимальным значением поставки $\min\{26, 11\} = 11$.
- Прибавляем 11 к поставкам в клетках цикла, помеченных знаком плюс, и отнимаем 11 от поставок в клетках цикла, помеченных знаком минус.

Итерация 2: изменение плана

120		70	-134	350	311	0	-44
15		11	+				
156		240		75		0	-80
6	+	11	-	26			
225	149	160		145	150	0	
		17				14	

- Среди клеток, помеченных знаком минус выбираем клетку (2, 2) с минимальным значением поставки $\min\{26, 11\} = 11$.
- Прибавляем 11 к поставкам в клетках цикла, помеченных знаком плюс, и отнимаем 11 от поставок в клетках цикла, помеченных знаком минус.

Итерация 2: изменение плана

120		70	-134	350	311	0	-44
15		11	+				
156		240		75		0	-80
17	+	11	-	26			
225	149	160		145	150	0	
		17				14	

- Среди клеток, помеченных знаком минус выбираем клетку (2, 2) с минимальным значением поставки $\min\{26, 11\} = 11$.
- Прибавляем 11 к поставкам в клетках цикла, помеченных знаком плюс, и отнимаем 11 от поставок в клетках цикла, помеченных знаком минус.

Итерация 2: изменение плана

120		70	-134	350	311	0	-44
15		11	+				
156		240		75		0	-80
17	+	0	-	26			
225	149	160		145	150	0	
		17				14	

- Среди клеток, помеченных знаком минус выбираем клетку (2, 2) с минимальным значением поставки $\min\{26, 11\} = 11$.
- Прибавляем 11 к поставкам в клетках цикла, помеченных знаком плюс, и отнимаем 11 от поставок в клетках цикла, помеченных знаком минус.

Итерация 2: изменение плана

120		70	-134	350	311	0	-44
15		11	+				
156		240		75		0	-80
17	+		-	26			
225	149	160		145	150	0	
		17				14	

- Среди клеток, помеченных знаком минус выбираем клетку (2, 2) с минимальным значением поставки $\min\{26, 11\} = 11$.
- Прибавляем 11 к поставкам в клетках цикла, помеченных знаком плюс, и отнимаем 11 от поставок в клетках цикла, помеченных знаком минус.

Итерация 2: изменение плана

120		70		350		0	
	15		11				
156		240		75		0	
	17				26		
225		160		145	150	0	
			17				14

Итерация 2 завершена.

Итерация 3: вычисление потенциалов

120	70	350	0
15	11		
156	240	75	0
17		26	
225	160	145	0
	17		14

- Строчке 1 произвольно приписываем потенциал $\alpha_1 = 0$.
- Вычисляем остальные потенциалы:

Итерация 3: вычисление потенциалов

120	70	350	0	0
15	11			
156	240	75	0	
17		26		
225	160	145	0	
	17		14	

- Строке 1 произвольно приписываем потенциал $\alpha_1 = 0$.
- Вычисляем остальные потенциалы:

Итерация 3: вычисление потенциалов

120	70	350	0	0
15	11			
156	240	75	0	
17		26		
225	160	145	0	
	17		14	

- Строчке 1 произвольно приписываем потенциал $\alpha_1 = 0$.
- Вычисляем остальные потенциалы:

Итерация 3: вычисление потенциалов

120	70	350	0	0
15	11			
156	240	75	0	
17		26		
225	160	145	0	
	17		14	

- Строке 1 произвольно приписываем потенциал $\alpha_1 = 0$.
- Вычисляем остальные потенциалы:

$$\alpha_1 + \beta_1 = 120 \Rightarrow \beta_1 = 120 - 0 = 120$$

Итерация 3: вычисление потенциалов

120	70	350	0	0
15	11			
156	240	75	0	
17		26		
225	160	145	0	
	17		14	

120

- Строчке 1 произвольно приписываем потенциал $\alpha_1 = 0$.
- Вычисляем остальные потенциалы:

$$\alpha_1 + \beta_1 = 120 \Rightarrow \beta_1 = 120 - 0 = 120$$

Итерация 3: вычисление потенциалов

120	70	350	0	0
15	11			
156	240	75	0	
17		26		
225	160	145	0	
	17		14	
120				

- Строке 1 произвольно приписываем потенциал $\alpha_1 = 0$.
- Вычисляем остальные потенциалы:

$$\alpha_1 + \beta_2 = 70 \Rightarrow \beta_2 = 70 - 0 = 70$$

Итерация 3: вычисление потенциалов

120	70	350	0	0
15	11			
156	240	75	0	
17		26		
225	160	145	0	
	17		14	
120	70			

- Строчке 1 произвольно приписываем потенциал $\alpha_1 = 0$.
- Вычисляем остальные потенциалы:

$$\alpha_1 + \beta_2 = 70 \Rightarrow \beta_2 = 70 - 0 = 70$$

Итерация 3: вычисление потенциалов

120	70	350	0	0
15	11			
156	240	75	0	
17		26		
225	160	145	0	
	17		14	
120	70			

- Строке 1 произвольно приписываем потенциал $\alpha_1 = 0$.
- Вычисляем остальные потенциалы:

$$\alpha_2 + \beta_1 = 156 \Rightarrow \alpha_2 = 156 - 120 = 36$$

Итерация 3: вычисление потенциалов

120	70	350	0	0
15	11			
156	240	75	0	36
17		26		
225	160	145	0	
	17		14	
120	70			

- Строчке 1 произвольно приписываем потенциал $\alpha_1 = 0$.
- Вычисляем остальные потенциалы:

$$\alpha_2 + \beta_1 = 156 \Rightarrow \alpha_2 = 156 - 120 = 36$$

Итерация 3: вычисление потенциалов

120	70	350	0	0
15	11			
156	240	75	0	36
17		26		
225	160	145	0	
	17		14	
120	70			

- Строчке 1 произвольно приписываем потенциал $\alpha_1 = 0$.
- Вычисляем остальные потенциалы:

$$\alpha_2 + \beta_3 = 75 \Rightarrow \beta_3 = 75 - 36 = 39$$

Итерация 3: вычисление потенциалов

120	70	350	0	0
15	11			
156	240	75	0	36
17		26		
225	160	145	0	
	17		14	
120	70	39		

- Строке 1 произвольно приписываем потенциал $\alpha_1 = 0$.
- Вычисляем остальные потенциалы:

$$\alpha_2 + \beta_3 = 75 \Rightarrow \beta_3 = 75 - 36 = 39$$

Итерация 3: вычисление потенциалов

120	70	350	0	0
15	11			
156	240	75	0	36
17		26		
225	160	145	0	
	17		14	
120	70	39		

- Строке 1 произвольно приписываем потенциал $\alpha_1 = 0$.
- Вычисляем остальные потенциалы:

$$\alpha_3 + \beta_2 = 160 \Rightarrow \alpha_3 = 160 - 70 = 90$$

Итерация 3: вычисление потенциалов

120	70	350	0	0
15	11			
156	240	75	0	36
17		26		
225	160	145	0	90
	17		14	
120	70	39		

- Строке 1 произвольно приписываем потенциал $\alpha_1 = 0$.
- Вычисляем остальные потенциалы:

$$\alpha_3 + \beta_2 = 160 \Rightarrow \alpha_3 = 160 - 70 = 90$$

Итерация 3: вычисление потенциалов

120	70	350	0	0
15	11			
156	240	75	0	36
17		26		
225	160	145	0	90
	17		14	
120	70	39		

- Строчке 1 произвольно приписываем потенциал $\alpha_1 = 0$.
- Вычисляем остальные потенциалы:

$$\alpha_3 + \beta_4 = 0 \Rightarrow \beta_4 = 0 - 90 = -90$$

Итерация 3: вычисление потенциалов

120	70	350	0	0
15	11			
156	240	75	0	36
17		26		
225	160	145	0	90
	17		14	
120	70	39	-90	

- Строчке 1 произвольно приписываем потенциал $\alpha_1 = 0$.
- Вычисляем остальные потенциалы:

$$\alpha_3 + \beta_4 = 0 \Rightarrow \beta_4 = 0 - 90 = -90$$

Итерация 3: вычисление приведенных стоимостей

120	70	350	0	0
15	11			
156	240	75	0	36
17		26		
225	160	145	0	90
	17		14	
120	70	39	-90	

Для каждой небазисной клетки вычисляем приведенную стоимость:

Итерация 3: вычисление приведенных стоимостей

120	70	350	0	0
15	11			
156	240	75	0	36
17		26		
225	160	145	0	90
	17		14	
120	70	39	-90	

Для каждой небазисной клетки вычисляем приведенную стоимость:

Итерация 3: вычисление приведенных стоимостей

120	70	350	0	0
15	11			
156	240	75	0	36
17		26		
225	160	145	0	90
	17		14	
120	70	39	-90	

Для каждой небазисной клетки вычисляем приведенную стоимость: $\bar{c}_{13} = 350 - 0 - 39 = 311$

Итерация 3: вычисление приведенных стоимостей

120	70	350	311	0	0
15	11				
156	240	75		0	36
17		26			
225	160	145		0	90
	17			14	
120	70	39		-90	

Для каждой небазисной клетки вычисляем приведенную стоимость: $\bar{c}_{13} = 350 - 0 - 39 = 311$

Итерация 3: вычисление приведенных стоимостей

120	70	350	311	0	0
15	11				
156	240	75		0	36
17		26			
225	160	145		0	90
	17			14	
120	70	39		-90	

Для каждой небазисной клетки вычисляем приведенную стоимость: $\bar{c}_{14} = 0 - 0 - (-90) = 90$

Итерация 3: вычисление приведенных стоимостей

120	70	350	311	0	90	0
15	11					
156	240	75		0		36
17		26				
225	160	145		0		90
	17				14	
120	70	39			-90	

Для каждой небазисной клетки вычисляем приведенную стоимость: $\bar{c}_{14} = 0 - 0 - (-90) = 90$

Итерация 3: вычисление приведенных стоимостей

120	70	350	311	0	90	0
15	11					
156	240	75		0		36
17		26				
225	160	145		0		90
	17				14	
120	70	39			-90	

Для каждой небазисной клетки вычисляем приведенную стоимость: $\bar{c}_{23} = 240 - 36 - 70 = 134$

Итерация 3: вычисление приведенных стоимостей

120	70	350	311	0	90	0
15	11					
156	240	134	75	0		36
17			26			
225	160	145		0		90
	17				14	
120	70	39			-90	

Для каждой небазисной клетки вычисляем приведенную стоимость: $\bar{c}_{23} = 240 - 36 - 70 = 134$

Итерация 3: вычисление приведенных стоимостей

120	70	350	311	0	90	0
15	11					
156	240	134	75	0		36
17			26			
225	160	145		0		90
	17				14	
120	70	39				-90

Для каждой небазисной клетки вычисляем приведенную стоимость: $\bar{c}_{24} = 0 - 36 - (-90) = 54$

Итерация 3: вычисление приведенных стоимостей

120	70	350	311	0	90	0
15	11					
156	240	134	75	0	54	36
17			26			
225	160	145		0		90
	17				14	
120	70	39			-90	

Для каждой небазисной клетки вычисляем приведенную стоимость: $\bar{c}_{24} = 0 - 36 - (-90) = 54$

Итерация 3: вычисление приведенных стоимостей

120		70		350	311	0	90	0
	15		11					
156		240	134	75		0	54	36
	17				26			
225		160		145		0		90
			17				14	
	120		70		39		-90	

Для каждой небазисной клетки вычисляем приведенную стоимость: $\bar{c}_{31} = 225 - 90 - 120 = 15$

Итерация 3: вычисление приведенных стоимостей

120		70		350	311	0	90	0
	15		11					
156		240	134	75		0	54	36
	17				26			
225	15	160		145		0		90
			17				14	
	120		70		39		-90	

Для каждой небазисной клетки вычисляем приведенную стоимость: $\bar{c}_{31} = 225 - 90 - 120 = 15$

Итерация 3: вычисление приведенных стоимостей

120		70		350	311	0	90	0
	15		11					
156		240	134	75		0	54	36
	17				26			
225	15	160		145		0		90
			17				14	
	120		70		39		-90	

Для каждой небазисной клетки вычисляем приведенную стоимость:

$$\bar{c}_{33} = 145 - 90 - 39 = 16$$

Итерация 3: вычисление приведенных стоимостей

120		70		350	311	0	90	0
	15		11					
156		240	134	75		0	54	36
	17				26			
225	15	160		145	16	0		90
			17				14	
	120		70		39		-90	

Для каждой небазисной клетки вычисляем приведенную стоимость:

$$\bar{c}_{33} = 145 - 90 - 39 = 16$$

Итерация 3: оптимальный план

120		70		350	311	0	90	0
15		11						
156		240		75		0	54	36
17				26				
225	15	160		145	16	0		90
		17				14		
120		70		39		-90		

Поскольку приведенные стоимости во всех клетках неотрицательны, то текущий план оптимален.

Итерация 3: оптимальный план

120		70		350	311	0	90	0
15		11						
156		240		75		0	54	36
17				26				
225	15	160		145	16	0		90
		17				14		
120		70		39		-90		

Поскольку приведенные стоимости во всех клетках неотрицательны, то текущий план оптимален.

Итерация 3: оптимальный план

120		70		350	311	0	90	0
15		11						
156		240		75		0	54	36
17				26				
225	15	160		145	16	0		90
		17				14		
120		70		39		-90		

Ответ: перегнать

- из города 1: 15 автомобилей в город 4
и 11 автомобилей в город 5;
- из города 2: 17 автомобилей в город 4
и 26 автомобилей в город 6;
- из города 3: 17 автомобилей в город 5.

Итерация 3: оптимальный план

120		70		350	311	0	90	0
15		11						
156		240		75		0	54	36
17				26				
225	15	160		145	16	0		90
		17				14		
120		70		39		-90		

Ответ: перегнать

- из города 1: 15 автомобилей в город 4
и 11 автомобилей в город 5;
- из города 2: 17 автомобилей в город 4
и 26 автомобилей в город 6;
- из города 3: 17 автомобилей в город 5.

Итерация 3: оптимальный план

120		70		350	311	0	90	0
15		11						
156		240		75		0	54	36
17				26				
225	15	160		145	16	0		90
		17				14		
120		70		39		-90		

Ответ: перегнать

- из города 1: 15 автомобилей в город 4
и 11 автомобилей в город 5;
- из города 2: 17 автомобилей в город 4
и 26 автомобилей в город 6;
- из города 3: 17 автомобилей в город 5.

Итерация 3: оптимальный план

120		70		350	311	0	90	0
15		11						
156		240		75		0	54	36
17				26				
225	15	160		145	16	0		90
		17				14		
120		70		39		-90		

Ответ: перегнать

- из города 1: 15 автомобилей в город 4
и 11 автомобилей в город 5;
- из города 2: 17 автомобилей в город 4
и 26 автомобилей в город 6;
- из города 3: 17 автомобилей в город 5.

Итерация 3: оптимальный план

120		70		350	311	0	90	0
15		11						
156		240		75		0	54	36
17				26				
225	15	160		145	16	0		90
		17				14		
120		70		39		-90		

Ответ: перегнать

- из города 1: 15 автомобилей в город 4
и 11 автомобилей в город 5;
- из города 2: 17 автомобилей в город 4
и 26 автомобилей в город 6;
- из города 3: 17 автомобилей в город 5.

Итерация 3: оптимальный план

120		70		350	311	0	90	0
15		11						
156		240	134	75		0	54	36
17				26				
225	15	160		145	16	0		90
		17				14		
120		70		39		-90		

Ответ: перегнать

- из города 1: 15 автомобилей в город 4
и 11 автомобилей в город 5;
- из города 2: 17 автомобилей в город 4
и 26 автомобилей в город 6;
- из города 3: 17 автомобилей в город 5.

Пример задачи агрегированного планирования

- **Предприятие, к-рое осуществляет сборку автомобилей, должно разработать агрег. план на месяц (4 недели).**
- Прогнозируемый спрос — 100 автомобилей в неделю.
- Произв. возможности предприятия — 440 автомобилей:
 - недели 1,4: 60 в регулярное время и 20 во внеурочное.
 - недели 2,3: 100 в регулярное время и 40 во внеурочное.
- Поскольку произв. возможности превышают спрос на 40 автомобилей ($2 \cdot (60 + 20 + 100 + 40) - 4 \cdot 100$), то решено к концу месяца накопить на складе 20 автомобилей.
- В начале месяца на складе имеется 10 автомобилей.
- Затраты на сборку одного автомобиля
 - в регулярное время — \$150, а во внеурочное — \$200.
- Стоимость хранения 1-го автомобиля за неделю = \$5.
- Автомобили могут поставляться с задержкой на неделю. При этом дилеры получают автомобили со скидкой \$50.

Пример задачи агрегированного планирования

- Предприятие, к-рое осуществляет сборку автомобилей, должно разработать агрег. план на месяц (4 недели).
- **Прогнозируемый спрос — 100 автомобилей в неделю.**
- Произв. возможности предприятия — 440 автомобилей:
 - недели 1,4: 60 в регулярное время и 20 во внеурочное.
 - недели 2,3: 100 в регулярное время и 40 во внеурочное.
- Поскольку произв. возможности превышают спрос на 40 автомобилей ($2 \cdot (60 + 20 + 100 + 40) - 4 \cdot 100$), то решено к концу месяца накопить на складе 20 автомобилей.
- В начале месяца на складе имеется 10 автомобилей.
- Затраты на сборку одного автомобиля
 - в регулярное время — \$150, а во внеурочное — \$200.
- Стоимость хранения 1-го автомобиля за неделю = \$5.
- Автомобили могут поставляться с задержкой на неделю. При этом дилеры получают автомобили со скидкой \$50.

Пример задачи агрегированного планирования

- Предприятие, к-рое осуществляет сборку автомобилей, должно разработать агрег. план на месяц (4 недели).
- Прогнозируемый спрос — 100 автомобилей в неделю.
- **Произв. возможности предприятия — 440 автомобилей:**
 - недели 1,4: 60 в регулярное время и 20 во внеурочное.
 - недели 2,3: 100 в регулярное время и 40 во внеурочное.
- Поскольку проив. возможности превышают спрос на 40 автомобилей ($2 \cdot (60 + 20 + 100 + 40) - 4 \cdot 100$), то решено к концу месяца накопить на складе 20 автомобилей.
- В начале месяца на складе имеется 10 автомобилей.
- Затраты на сборку одного автомобиля
 - в регулярное время — \$150, а во внеурочное — \$200.
- Стоимость хранения 1-го автомобиля за неделю = \$5.
- Автомобили могут поставляться с задержкой на неделю. При этом дилеры получают автомобили со скидкой \$50.

Пример задачи агрегированного планирования

- Предприятие, к-рое осуществляет сборку автомобилей, должно разработать агрег. план на месяц (4 недели).
- Прогнозируемый спрос — 100 автомобилей в неделю.
- Произв. возможности предприятия — 440 автомобилей:
 - недели 1,4: 60 в регулярное время и 20 во внеурочное.
 - недели 2,3: 100 в регулярное время и 40 во внеурочное.
- Поскольку произв. возможности превышают спрос на 40 автомобилей ($2 \cdot (60 + 20 + 100 + 40) - 4 \cdot 100$), то решено к концу месяца накопить на складе 20 автомобилей.
- В начале месяца на складе имеется 10 автомобилей.
- Затраты на сборку одного автомобиля
 - в регулярное время — \$150, а во внеурочное — \$200.
- Стоимость хранения 1-го автомобиля за неделю = \$5.
- Автомобили могут поставляться с задержкой на неделю. При этом дилеры получают автомобили со скидкой \$50.

Пример задачи агрегированного планирования

- Предприятие, к-рое осуществляет сборку автомобилей, должно разработать агрег. план на месяц (4 недели).
- Прогнозируемый спрос — 100 автомобилей в неделю.
- Произв. возможности предприятия — 440 автомобилей:
 - недели 1,4: 60 в регулярное время и 20 во внеурочное.
 - **недели 2,3: 100 в регулярное время и 40 во внеурочное.**
- Поскольку произв. возможности превышают спрос на 40 автомобилей ($2 \cdot (60 + 20 + 100 + 40) - 4 \cdot 100$), то решено к концу месяца накопить на складе 20 автомобилей.
- В начале месяца на складе имеется 10 автомобилей.
- Затраты на сборку одного автомобиля
 - в регулярное время — \$150, а во внеурочное — \$200.
- Стоимость хранения 1-го автомобиля за неделю = \$5.
- Автомобили могут поставляться с задержкой на неделю. При этом дилеры получают автомобили со скидкой \$50.

Пример задачи агрегированного планирования

- Предприятие, к-рое осуществляет сборку автомобилей, должно разработать агрег. план на месяц (4 недели).
- Прогнозируемый спрос — 100 автомобилей в неделю.
- Произв. возможности предприятия — 440 автомобилей:
 - недели 1,4: 60 в регулярное время и 20 во внеурочное.
 - недели 2,3: 100 в регулярное время и 40 во внеурочное.
- Поскольку проив. возможности превышают спрос на 40 автомобилей ($2 \cdot (60 + 20 + 100 + 40) - 4 \cdot 100$), то решено к концу месяца накопить на складе 20 автомобилей.
- В начале месяца на складе имеется 10 автомобилей.
- Затраты на сборку одного автомобиля
 - в регулярное время — \$150, а во внеурочное — \$200.
- Стоимость хранения 1-го автомобиля за неделю = \$5.
- Автомобили могут поставляться с задержкой на неделю. При этом дилеры получают автомобили со скидкой \$50.

Пример задачи агрегированного планирования

- Предприятие, к-рое осуществляет сборку автомобилей, должно разработать агрег. план на месяц (4 недели).
- Прогнозируемый спрос — 100 автомобилей в неделю.
- Произв. возможности предприятия — 440 автомобилей:
 - недели 1,4: 60 в регулярное время и 20 во внеурочное.
 - недели 2,3: 100 в регулярное время и 40 во внеурочное.
- Поскольку произв. возможности превышают спрос на 40 автомобилей ($2 \cdot (60 + 20 + 100 + 40) - 4 \cdot 100$), то решено к концу месяца накопить на складе 20 автомобилей.
- **В начале месяца на складе имеется 10 автомобилей.**
- Затраты на сборку одного автомобиля
 - в регулярное время — \$150, а во внеурочное — \$200.
- Стоимость хранения 1-го автомобиля за неделю = \$5.
- Автомобили могут поставляться с задержкой на неделю. При этом дилеры получают автомобили со скидкой \$50.

Пример задачи агрегированного планирования

- Предприятие, к-рое осуществляет сборку автомобилей, должно разработать агрег. план на месяц (4 недели).
- Прогнозируемый спрос — 100 автомобилей в неделю.
- Произв. возможности предприятия — 440 автомобилей:
 - недели 1,4: 60 в регулярное время и 20 во внеурочное.
 - недели 2,3: 100 в регулярное время и 40 во внеурочное.
- Поскольку произв. возможности превышают спрос на 40 автомобилей ($2 \cdot (60 + 20 + 100 + 40) - 4 \cdot 100$), то решено к концу месяца накопить на складе 20 автомобилей.
- В начале месяца на складе имеется 10 автомобилей.
- **Затраты на сборку одного автомобиля**
в регулярное время — \$150, а во внеурочное — \$200.
- Стоимость хранения 1-го автомобиля за неделю = \$5.
- Автомобили могут поставляться с задержкой на неделю. При этом дилеры получают автомобили со скидкой \$50.

Пример задачи агрегированного планирования

- Предприятие, к-рое осуществляет сборку автомобилей, должно разработать агрег. план на месяц (4 недели).
- Прогнозируемый спрос — 100 автомобилей в неделю.
- Произв. возможности предприятия — 440 автомобилей:
 - недели 1,4: 60 в регулярное время и 20 во внеурочное.
 - недели 2,3: 100 в регулярное время и 40 во внеурочное.
- Поскольку произв. возможности превышают спрос на 40 автомобилей ($2 \cdot (60 + 20 + 100 + 40) - 4 \cdot 100$), то решено к концу месяца накопить на складе 20 автомобилей.
- В начале месяца на складе имеется 10 автомобилей.
- Затраты на сборку одного автомобиля в регулярное время — \$150, а во внеурочное — \$200.
- **Стоимость хранения 1-го автомобиля за неделю = \$5.**
- Автомобили могут поставляться с задержкой на неделю. При этом дилеры получают автомобили со скидкой \$50.

Пример задачи агрегированного планирования

- Предприятие, к-рое осуществляет сборку автомобилей, должно разработать агрег. план на месяц (4 недели).
- Прогнозируемый спрос — 100 автомобилей в неделю.
- Произв. возможности предприятия — 440 автомобилей:
 - недели 1,4: 60 в регулярное время и 20 во внеурочное.
 - недели 2,3: 100 в регулярное время и 40 во внеурочное.
- Поскольку произв. возможности превышают спрос на 40 автомобилей ($2 \cdot (60 + 20 + 100 + 40) - 4 \cdot 100$), то решено к концу месяца накопить на складе 20 автомобилей.
- В начале месяца на складе имеется 10 автомобилей.
- Затраты на сборку одного автомобиля
 - в регулярное время — \$150, а во внеурочное — \$200.
- Стоимость хранения 1-го автомобиля за неделю = \$5.
- Автомобили могут поставляться с задержкой на неделю. При этом дилеры получают автомобили со скидкой \$50.

Пример задачи агрегированного планирования

- Прогнозируемый спрос — 100 автомобилей в неделю.
- Произв. возможности предприятия — 440 автомобилей:
 - недели 1,4: 60 в регулярное время и 20 во внеурочное.
 - недели 2,3: 100 в регулярное время и 40 во внеурочное.
- Поскольку проив. возможности превышают спрос на 40 автомобилей ($2 \cdot (60 + 20 + 100 + 40) - 4 \cdot 100$), то решено к концу месяца накопить на складе 20 автомобилей.
- В начале месяца на складе имеется 10 автомобилей.
- Затраты на сборку одного автомобиля
 - в регулярное время — \$150, а во внеурочное — \$200.
- Стоимость хранения 1-го автомобиля за неделю = \$5.
- Автомобили могут поставляться с задержкой на неделю. При этом дилеры получают автомобили со скидкой \$50.
- **Нужно определить сколько автомобилей производить в каждую из недель, чтобы полностью удовлетворить спрос с минимальными затратами (на сборку и хранение автомобилей + скидки за поздние поставки).**

Агрегированное планирование методом потенциалов

Периоды производства		Периоды потребления				Склад	Неисп. мощ.	Произв. мощ.
		1	2	3	4			
Склад								
1	Регулярное время							
	Внеурочное время							
2	Регулярное время							
	Внеурочное время							
3	Регулярное время							
	Внеурочное время							
4	Регулярное время							
	Внеурочное время							
Спрос								

Агрегированное планирование методом потенциалов

Периоды производства		Периоды потребления				Склад	Неисп. мощ.	Произв. мощ.
		1	2	3	4			
Склад								
1	Регулярное время							
	Внеурочное время							
2	Регулярное время							
	Внеурочное время							
3	Регулярное время							
	Внеурочное время							
4	Регулярное время							
	Внеурочное время							
Спрос								

Агрегированное планирование методом потенциалов

Периоды производства		Периоды потребления				Склад	Неисп. мощ.	Произв. мощ.
		1	2	3	4			
Склад								
1	Регулярное время							
	Внеурочное время							
2	Регулярное время							
	Внеурочное время							
3	Регулярное время							
	Внеурочное время							
4	Регулярное время							
	Внеурочное время							
Спрос		100	100	100	100	20		

Агрегированное планирование методом потенциалов

Периоды производства		Периоды потребления				Склад	Неисп. мощ.	Произв. мощ.
		1	2	3	4			
Склад								10
1	Регулярное время							60
	Внеурочное время							20
2	Регулярное время							100
	Внеурочное время							40
3	Регулярное время							100
	Внеурочное время							40
4	Регулярное время							60
	Внеурочное время							20
Спрос		100	100	100	100	20		

Агрегированное планирование методом потенциалов

Периоды производства		Периоды потребления				Склад	Неисп. мощн.	Произв. мощн.
		1	2	3	4			
Склад								10
1	Регулярное время							60
	Внеурочное время							20
2	Регулярное время							100
	Внеурочное время							40
3	Регулярное время							100
	Внеурочное время							40
4	Регулярное время							60
	Внеурочное время							20
Спрос		100	100	100	100	20	30	450

Агрегированное планирование методом потенциалов

Периоды производства		Периоды потребления				Склад	Неисп. мощн.	Произв. мощн.
		1	2	3	4			
Склад		0	5	10	15	20	0	10
1	Регулярное время							60
	Внеурочное время							20
2	Регулярное время							100
	Внеурочное время							40
3	Регулярное время							100
	Внеурочное время							40
4	Регулярное время							60
	Внеурочное время							20
Спрос		100	100	100	100	20	30	450

Агрегированное планирование методом потенциалов

Периоды производства		Периоды потребления				Склад	Неисп. мощн.	Произв. мощн.
		1	2	3	4			
Склад		0	5	10	15	20	0	10
1	Регулярное время	150	155	160	165	170	0	60
	Внеурочное время							20
2	Регулярное время							100
	Внеурочное время							40
3	Регулярное время							100
	Внеурочное время							40
4	Регулярное время							60
	Внеурочное время							20
Спрос		100	100	100	100	20	30	450

Агрегированное планирование методом потенциалов

Периоды производства		Периоды потребления				Склад	Неисп. мощн.	Произв. мощн.
		1	2	3	4			
Склад		0	5	10	15	20	0	10
1	Регулярное время	150	155	160	165	170	0	60
	Внеурочное время	200	205	210	215	220	0	20
2	Регулярное время							100
	Внеурочное время							40
3	Регулярное время							100
	Внеурочное время							40
4	Регулярное время							60
	Внеурочное время							20
Спрос		100	100	100	100	20	30	450

Агрегированное планирование методом потенциалов

Периоды производства		Периоды потребления				Склад	Неисп. мощн.	Произв. мощн.
		1	2	3	4			
Склад		0	5	10	15	20	0	10
1	Регулярное время	150	155	160	165	170	0	60
	Внеурочное время	200	205	210	215	220	0	20
2	Регулярное время	200	150	155	160	165	0	100
	Внеурочное время							40
3	Регулярное время							100
	Внеурочное время							40
4	Регулярное время							60
	Внеурочное время							20
Спрос		100	100	100	100	20	30	450

Агрегированное планирование методом потенциалов

Периоды производства		Периоды потребления				Склад	Неисп. мощн.	Произв. мощн.
		1	2	3	4			
Склад		0	5	10	15	20	0	10
1	Регулярное время	150	155	160	165	170	0	60
	Внеурочное время	200	205	210	215	220	0	20
2	Регулярное время	200	150	155	160	165	0	100
	Внеурочное время	250	200	205	210	215	0	40
3	Регулярное время							100
	Внеурочное время							40
4	Регулярное время							60
	Внеурочное время							20
Спрос		100	100	100	100	20	30	450

Агрегированное планирование методом потенциалов

Периоды производства		Периоды потребления				Склад	Неисп. мощн.	Произв. мощн.
		1	2	3	4			
Склад		0	5	10	15	20	0	10
1	Регулярное время	150	155	160	165	170	0	60
	Внеурочное время	200	205	210	215	220	0	20
2	Регулярное время	200	150	155	160	165	0	100
	Внеурочное время	250	200	205	210	215	0	40
3	Регулярное время	∞	200	150	155	160	0	100
	Внеурочное время							40
4	Регулярное время							60
	Внеурочное время							20
Спрос		100	100	100	100	20	30	450

Агрегированное планирование методом потенциалов

Периоды производства		Периоды потребления				Склад	Неисп. мощн.	Произв. мощн.
		1	2	3	4			
Склад		0	5	10	15	20	0	10
1	Регулярное время	150	155	160	165	170	0	60
	Внеурочное время	200	205	210	215	220	0	20
2	Регулярное время	200	150	155	160	165	0	100
	Внеурочное время	250	200	205	210	215	0	40
3	Регулярное время	∞	200	150	155	160	0	100
	Внеурочное время	∞	250	200	205	210	0	40
4	Регулярное время							60
	Внеурочное время							20
Спрос		100	100	100	100	20	30	450

Агрегированное планирование методом потенциалов

Периоды производства		Периоды потребления				Склад	Неисп. мощн.	Произв. мощн.
		1	2	3	4			
Склад		0	5	10	15	20	0	10
1	Регулярное время	150	155	160	165	170	0	60
	Внеурочное время	200	205	210	215	220	0	20
2	Регулярное время	200	150	155	160	165	0	100
	Внеурочное время	250	200	205	210	215	0	40
3	Регулярное время	∞	200	150	155	160	0	100
	Внеурочное время	∞	250	200	205	210	0	40
4	Регулярное время	∞	∞	200	150	155	0	60
	Внеурочное время							20
Спрос		100	100	100	100	20	30	450

Агрегированное планирование методом потенциалов

Периоды производства		Периоды потребления				Склад	Неисп. мощн.	Произв. мощн.
		1	2	3	4			
Склад		0	5	10	15	20	0	10
1	Регулярное время	150	155	160	165	170	0	60
	Внеурочное время	200	205	210	215	220	0	20
2	Регулярное время	200	150	155	160	165	0	100
	Внеурочное время	250	200	205	210	215	0	40
3	Регулярное время	∞	200	150	155	160	0	100
	Внеурочное время	∞	250	200	205	210	0	40
4	Регулярное время	∞	∞	200	150	155	0	60
	Внеурочное время	∞	∞	250	200	205	0	20
Спрос		100	100	100	100	20	30	450

Агрегированное планирование методом потенциалов

Периоды производства		Периоды потребления				Склад	Неисп. мощн.	Произв. мощн.
		1	2	3	4			
Склад		0	5	10	15	20	0	10
1	Регулярное время	150	155	160	165	170	0	60
	Внеурочное время	200	205	210	215	220	0	20
2	Регулярное время	200	150	155	160	165	0	100
	Внеурочное время	250	200	205	210	215	0	40
3	Регулярное время	∞	200	150	155	160	0	100
	Внеурочное время	∞	250	200	205	210	0	40
4	Регулярное время	∞	∞	200	150	155	0	60
	Внеурочное время	∞	∞	250	200	205	0	20
Спрос		100	100	100	100	20	30	450