Байесовские игры

Н.Н. Писарук
pisaruk@yandex.by

Экономический факультет
Белорусский государственный университет

Минск - 2014

Содержание

Игры с неполной информацией

- До сих пор мы изучали игры с *полной информацией*,
- когда перед началом игры каждый из игроков знал стратегии и функции выигрышей всех других игроков.
- Когда в начале игры некоторые игроки имеют ограниченную информацию о стратегиях и функциях выигрышей других игроков,
- то им нужно принимать решения, базируясь только на доступной информации.
- Такие игры называются *играми с неполной информацией* или *Байесовскими играми*.
- Эти игры не следует путать с играми с несовершенной информацией, в которых неполная информированность игроков появляется в процессе игры
- из-за невозможности наблюдать действия других игроков или результаты случайных ходов.

Игры с неполной информацией

- До сих пор мы изучали игры с *полной информацией*,
- когда перед началом игры каждый из игроков знал стратегии и функции выигрышей всех других игроков.
- Когда в начале игры некоторые игроки имеют ограниченную информацию о стратегиях и функциях выигрышей других игроков,
- то им нужно принимать решения, базируясь только на доступной информации.
- Такие игры называются *играми с неполной информацией* или *Байесовскими играми*.
- Эти игры не следует путать с играми с несовершенной информацией, в которых неполная информированность игроков появляется в процессе игры
- из-за невозможности наблюдать действия других игроков или результаты случайных ходов.

Игры с неполной информацией

- До сих пор мы изучали игры с *полной информацией*,
- когда перед началом игры каждый из игроков знал стратегии и функции выигрышей всех других игроков.
- Когда в начале игры некоторые игроки имеют ограниченную информацию о стратегиях и функциях выигрышей других игроков,
- то им нужно принимать решения, базируясь только на доступной информации.
- Такие игры называются *играми с неполной информацией* или *Байесовскими играми*.
- Эти игры не следует путать с играми с несовершенной информацией, в которых неполная информированность игроков появляется в процессе игры
- из-за невозможности наблюдать действия других игроков или результаты случайных ходов.

Игры с неполной информацией

- До сих пор мы изучали игры с *полной информацией*,
- когда перед началом игры каждый из игроков знал стратегии и функции выигрышей всех других игроков.
- Когда в начале игры некоторые игроки имеют ограниченную информацию о стратегиях и функциях выигрышей других игроков,
- то им нужно принимать решения, базируясь только на доступной информации.
- Такие игры называются *играми с неполной информацией* или *Байесовскими играми.*
- Эти игры не следует путать с играми с несовершенной информацией, в которых неполная информированность игроков появляется в процессе игры
- из-за невозможности наблюдать действия других игроков или результаты случайных ходов.

Игры с неполной информацией

- До сих пор мы изучали игры с *полной информацией*,
- когда перед началом игры каждый из игроков знал стратегии и функции выигрышей всех других игроков.
- Когда в начале игры некоторые игроки имеют ограниченную информацию о стратегиях и функциях выигрышей других игроков,
- то им нужно принимать решения, базируясь только на доступной информации.
- Такие игры называются *играми с неполной информацией* или *Байесовскими играми*.
- Эти игры не следует путать с играми с несовершенной информацией, в которых неполная информированность игроков появляется в процессе игры
- из-за невозможности наблюдать действия других игроков или результаты случайных ходов.

Игры с неполной информацией

- До сих пор мы изучали игры с *полной информацией*,
- когда перед началом игры каждый из игроков знал стратегии и функции выигрышей всех других игроков.
- Когда в начале игры некоторые игроки имеют ограниченную информацию о стратегиях и функциях выигрышей других игроков,
- то им нужно принимать решения, базируясь только на доступной информации.
- Такие игры называются *играми с неполной информацией* или *Байесовскими играми*.
- Эти игры не следует путать с играми с несовершенной информацией, в которых неполная информированность игроков появляется в процессе игры
- из-за невозможности наблюдать действия других игроков или результаты случайных ходов.

Игры с неполной информацией

- До сих пор мы изучали игры с *полной информацией*,
- когда перед началом игры каждый из игроков знал стратегии и функции выигрышей всех других игроков.
- Когда в начале игры некоторые игроки имеют ограниченную информацию о стратегиях и функциях выигрышей других игроков,
- то им нужно принимать решения, базируясь только на доступной информации.
- Такие игры называются *играми с неполной информацией* или *Байесовскими играми*.
- Эти игры не следует путать с играми с несовершенной информацией, в которых неполная информированность игроков появляется в процессе игры
- из-за невозможности наблюдать действия других игроков или результаты случайных ходов.

Дуополия Курно

- На однопродуктовом рынке конкурируют две фирмы.
- Предположим, что функция спроса линейна: $q = f(p) = a - bp$, где a и b — положительные числа.
- Функции затрат фирм также линейны: $g_i(y_i) = c_i y_i$, где $c_i > 0$ и $y_i \geq 0$ есть соотв. стоимость производства единицы продукта и выпуск на фирме $i = 1, 2$.
- Цена определяется так, чтобы уравнять спрос и предложение. Тогда $q = y_1 + y_2$ и каждая из фирм продает все, что она производит.
- Чистая прибыль фирмы i равна $\pi_i(p, y_i) = py_i - c_i y_i$.
- Обращая функцию спроса, получаем
$$p = (a - q)/b = (a - y_1 - y_2)/b.$$
- Чистые прибыли фирм как функции выпусков:
$$\phi_i(y_1, y_2) = \frac{a - y_1 - y_2}{b} y_i - c_i y_i\,, \quad i = 1, 2.$$
- Равновесные выпуски фирм опрелеляются по формулам:
$$\hat{y}_1 = (a + (c_2 - 2c_1)b)/3, \quad \hat{y}_2 = (a + (c_1 - 2c_2)b)/3.$$

Дуополия Курно

- На однопродуктовом рынке конкурируют две фирмы.
- Предположим, что функция спроса линейна: $q = f(p) = a - bp$, где a и b — положительные числа.
- Функции затрат фирм также линейны: $g_i(y_i) = c_i y_i$, где $c_i > 0$ и $y_i \geq 0$ есть соотв. стоимость производства единицы продукта и выпуск на фирме $i = 1, 2$.
- Цена определяется так, чтобы уравнять спрос и предложение. Тогда $q = y_1 + y_2$ и каждая из фирм продает все, что она производит.
- Чистая прибыль фирмы i равна $\pi_i(p, y_i) = py_i - c_i y_i$.
- Обращая функцию спроса, получаем
$$p = (a - q)/b = (a - y_1 - y_2)/b.$$
- Чистые прибыли фирм как функции выпусков:
$$\phi_i(y_1, y_2) = \frac{a - y_1 - y_2}{b} y_i - c_i y_i, \quad i = 1, 2.$$
- Равновесные выпуски фирм опрелеляются по формулам:
$$\hat{y}_1 = (a + (c_2 - 2c_1)b)/3, \quad \hat{y}_2 = (a + (c_1 - 2c_2)b)/3.$$

Дуополия Курно

- На однопродуктовом рынке конкурируют две фирмы.
- Предположим, что функция спроса линейна: $q = f(p) = a - bp$, где a и b — положительные числа.
- Функции затрат фирм также линейны: $g_i(y_i) = c_i y_i$, где $c_i > 0$ и $y_i \geq 0$ есть соотв. стоимость производства единицы продукта и выпуск на фирме $i = 1, 2$.
- Цена определяется так, чтобы уравнять спрос и предложение. Тогда $q = y_1 + y_2$ и каждая из фирм продает все, что она производит.
- Чистая прибыль фирмы i равна $\pi_i(p, y_i) = py_i - c_i y_i$.
- Обращая функцию спроса, получаем
$$p = (a - q)/b = (a - y_1 - y_2)/b.$$
- Чистые прибыли фирм как функции выпусков:
$$\phi_i(y_1, y_2) = \frac{a - y_1 - y_2}{b} y_i - c_i y_i, \quad i = 1, 2.$$
- Равновесные выпуски фирм опрелеляются по формулам:
$$\hat{y}_1 = (a + (c_2 - 2c_1)b)/3, \quad \hat{y}_2 = (a + (c_1 - 2c_2)b)/3.$$

Дуополия Курно

- На однопродуктовом рынке конкурируют две фирмы.
- Предположим, что функция спроса линейна: $q = f(p) = a - bp$, где a и b — положительные числа.
- Функции затрат фирм также линейны: $g_i(y_i) = c_i y_i$, где $c_i > 0$ и $y_i \geq 0$ есть соотв. стоимость производства единицы продукта и выпуск на фирме $i = 1, 2$.
- Цена определяется так, чтобы уравнять спрос и предложение. Тогда $q = y_1 + y_2$ и каждая из фирм продает все, что она производит.
- Чистая прибыль фирмы i равна $\pi_i(p, y_i) = py_i - c_i y_i$.
- Обращая функцию спроса, получаем
$$p = (a - q)/b = (a - y_1 - y_2)/b.$$
- Чистые прибыли фирм как функции выпусков:
$$\phi_i(y_1, y_2) = \frac{a - y_1 - y_2}{b} y_i - c_i y_i, \quad i = 1, 2.$$
- Равновесные выпуски фирм опрелеляются по формулам:
$$\hat{y}_1 = (a + (c_2 - 2c_1)b)/3, \quad \hat{y}_2 = (a + (c_1 - 2c_2)b)/3.$$

Дуополия Курно

- На однопродуктовом рынке конкурируют две фирмы.
- Предположим, что функция спроса линейна: $q = f(p) = a - bp$, где a и b — положительные числа.
- Функции затрат фирм также линейны: $g_i(y_i) = c_i y_i$, где $c_i > 0$ и $y_i \geq 0$ есть соотв. стоимость производства единицы продукта и выпуск на фирме $i = 1, 2$.
- Цена определяется так, чтобы уравнять спрос и предложение. Тогда $q = y_1 + y_2$ и каждая из фирм продает все, что она производит.
- Чистая прибыль фирмы i равна $\pi_i(p, y_i) = py_i - c_i y_i$.
- Обращая функцию спроса, получаем
$$p = (a - q)/b = (a - y_1 - y_2)/b.$$
- Чистые прибыли фирм как функции выпусков:
$$\phi_i(y_1, y_2) = \frac{a - y_1 - y_2}{b} y_i - c_i y_i, \quad i = 1, 2.$$
- Равновесные выпуски фирм опрелеляются по формулам:
$$\hat{y}_1 = (a + (c_2 - 2c_1)b)/3, \quad \hat{y}_2 = (a + (c_1 - 2c_2)b)/3.$$

Дуополия Курно

- На однопродуктовом рынке конкурируют две фирмы.
- Предположим, что функция спроса линейна: $q = f(p) = a - bp$, где a и b — положительные числа.
- Функции затрат фирм также линейны: $g_i(y_i) = c_i y_i$, где $c_i > 0$ и $y_i \geq 0$ есть соотв. стоимость производства единицы продукта и выпуск на фирме $i = 1, 2$.
- Цена определяется так, чтобы уравнять спрос и предложение. Тогда $q = y_1 + y_2$ и каждая из фирм продает все, что она производит.
- Чистая прибыль фирмы i равна $\pi_i(p, y_i) = py_i - c_i y_i$.
- Обращая функцию спроса, получаем
$$p = (a - q)/b = (a - y_1 - y_2)/b.$$
- Чистые прибыли фирм как функции выпусков:
$$\phi_i(y_1, y_2) = \frac{a - y_1 - y_2}{b} y_i - c_i y_i\,, \quad i = 1, 2.$$
- Равновесные выпуски фирм опрeделяются по формулам:
$$\hat{y}_1 = (a + (c_2 - 2c_1)b)/3, \quad \hat{y}_2 = (a + (c_1 - 2c_2)b)/3.$$

Дуополия Курно

- На однопродуктовом рынке конкурируют две фирмы.
- Предположим, что функция спроса линейна: $q = f(p) = a - bp$, где a и b — положительные числа.
- Функции затрат фирм также линейны: $g_i(y_i) = c_i y_i$, где $c_i > 0$ и $y_i \geq 0$ есть соотв. стоимость производства единицы продукта и выпуск на фирме $i = 1, 2$.
- Цена определяется так, чтобы уравнять спрос и предложение. Тогда $q = y_1 + y_2$ и каждая из фирм продает все, что она производит.
- Чистая прибыль фирмы i равна $\pi_i(p, y_i) = py_i - c_i y_i$.
- Обращая функцию спроса, получаем
$$p = (a - q)/b = (a - y_1 - y_2)/b.$$
- Чистые прибыли фирм как функции выпусков:
$$\phi_i(y_1, y_2) = \frac{a - y_1 - y_2}{b} y_i - c_i y_i\,, \quad i = 1, 2.$$
- Равновесные выпуски фирм определяются по формулам:
$$\hat{y}_1 = (a + (c_2 - 2c_1)b)/3, \quad \hat{y}_2 = (a + (c_1 - 2c_2)b)/3.$$

Дуополия Курно

- На однопродуктовом рынке конкурируют две фирмы.
- Предположим, что функция спроса линейна: $q = f(p) = a - bp$, где a и b — положительные числа.
- Функции затрат фирм также линейны: $g_i(y_i) = c_i y_i$, где $c_i > 0$ и $y_i \geq 0$ есть соотв. стоимость производства единицы продукта и выпуск на фирме $i = 1, 2$.
- Цена определяется так, чтобы уравнять спрос и предложение. Тогда $q = y_1 + y_2$ и каждая из фирм продает все, что она производит.
- Чистая прибыль фирмы i равна $\pi_i(p, y_i) = py_i - c_i y_i$.
- Обращая функцию спроса, получаем
$$p = (a - q)/b = (a - y_1 - y_2)/b.$$
- Чистые прибыли фирм как функции выпусков:
$$\phi_i(y_1, y_2) = \frac{a - y_1 - y_2}{b} y_i - c_i y_i\,, \quad i = 1, 2.$$
- Равновесные выпуски фирм опрелеляются по формулам:
$$\hat{y}_1 = (a + (c_2 - 2c_1)b)/3, \quad \hat{y}_2 = (a + (c_1 - 2c_2)b)/3.$$

Содержание

Неполная информированность одной фирмы

- Фирма 1 точно не знает технологии фирмы 2.
- Фирма 1 полагает, что
  - с вероятностью θ фирма 2 использует старую технологию, для которой стоимость выпуска единицы продукции высокая и равна c_H,
  - и с вероятностью $1-\theta$ фирма 2 использует новую технологию, для которой стоимость выпуска единицы продукции низкая и равна c_L.
- Другими словами, функция затрат фирмы 1 равна $g_1(y_1) = c_1 y_1$ и фирма 1 полагает, что
  - $g_2(y_2) = c_H y_2$ с вероятностью θ
  - и $g_2(y_2) = c_L y_2$ с вероятностью $1-\theta$.
- Заметим, что фирма 2 точно знает свою технологию, т. е. она точно знает свою функцию затрат.

Неполная информированность одной фирмы

- Фирма 1 точно не знает технологии фирмы 2.
- Фирма 1 полагает, что
  - с вероятностью θ фирма 2 использует старую технологию, для которой стоимость выпуска единицы продукции высокая и равна c_H,
  - и с вероятностью $1-\theta$ фирма 2 использует новую технологию, для которой стоимость выпуска единицы продукции низкая и равна c_L.
- Другими словами, функция затрат фирмы 1 равна $g_1(y_1) = c_1 y_1$ и фирма 1 полагает, что
  - $g_2(y_2) = c_H y_2$ с вероятностью θ
  - и $g_2(y_2) = c_L y_2$ с вероятностью $1-\theta$.
- Заметим, что фирма 2 точно знает свою технологию, т. е. она точно знает свою функцию затрат.

Неполная информированность одной фирмы

- Фирма 1 точно не знает технологии фирмы 2.
- Фирма 1 полагает, что
  - с вероятностью θ фирма 2 использует старую технологию, для которой стоимость выпуска единицы продукции высокая и равна c_H,
  - и с вероятностью $1-\theta$ фирма 2 использует новую технологию, для которой стоимость выпуска единицы продукции низкая и равна c_L.
- Другими словами, функция затрат фирмы 1 равна $g_1(y_1) = c_1 y_1$ и фирма 1 полагает, что
  - $g_2(y_2) = c_H y_2$ с вероятностью θ
  - и $g_2(y_2) = c_L y_2$ с вероятностью $1-\theta$.
- Заметим, что фирма 2 точно знает свою технологию, т. е. она точно знает свою функцию затрат.

Неполная информированность одной фирмы

- Фирма 1 точно не знает технологии фирмы 2.
- Фирма 1 полагает, что
  - с вероятностью θ фирма 2 использует старую технологию, для которой стоимость выпуска единицы продукции высокая и равна c_H,
  - и с вероятностью $1 - \theta$ фирма 2 использует новую технологию, для которой стоимость выпуска единицы продукции низкая и равна c_L.
- Другими словами, функция затрат фирмы 1 равна $g_1(y_1) = c_1 y_1$ и фирма 1 полагает, что
  - $g_2(y_2) = c_H y_2$ с вероятностью θ
  - и $g_2(y_2) = c_L y_2$ с вероятностью $1 - \theta$.
- Заметим, что фирма 2 точно знает свою технологию, т. е. она точно знает свою функцию затрат.

Неполная информированность одной фирмы

- Фирма 1 точно не знает технологии фирмы 2.
- Фирма 1 полагает, что
  - с вероятностью θ фирма 2 использует старую технологию, для которой стоимость выпуска единицы продукции высокая и равна c_H,
  - и с вероятностью $1-\theta$ фирма 2 использует новую технологию, для которой стоимость выпуска единицы продукции низкая и равна c_L.
- Другими словами, функция затрат фирмы 1 равна $g_1(y_1) = c_1 y_1$ и фирма 1 полагает, что
  - $g_2(y_2) = c_H y_2$ с вероятностью θ
  - и $g_2(y_2) = c_L y_2$ с вероятностью $1-\theta$.
- Заметим, что фирма 2 точно знает свою технологию, т. е. она точно знает свою функцию затрат.

Неполная информированность одной фирмы

- Фирма 1 точно не знает технологии фирмы 2.
- Фирма 1 полагает, что
  - с вероятностью θ фирма 2 использует старую технологию, для которой стоимость выпуска единицы продукции высокая и равна c_H,
  - и с вероятностью $1-\theta$ фирма 2 использует новую технологию, для которой стоимость выпуска единицы продукции низкая и равна c_L.
- Другими словами, функция затрат фирмы 1 равна $g_1(y_1) = c_1 y_1$ и фирма 1 полагает, что
  - $g_2(y_2) = c_H y_2$ с вероятностью θ
  - и $g_2(y_2) = c_L y_2$ с вероятностью $1-\theta$.
- Заметим, что фирма 2 точно знает свою технологию, т. е. она точно знает свою функцию затрат.

Неполная информированность одной фирмы

- Фирма 1 точно не знает технологии фирмы 2.
- Фирма 1 полагает, что
  - с вероятностью θ фирма 2 использует старую технологию, для которой стоимость выпуска единицы продукции высокая и равна c_H,
  - и с вероятностью $1-\theta$ фирма 2 использует новую технологию, для которой стоимость выпуска единицы продукции низкая и равна c_L.
- Другими словами, функция затрат фирмы 1 равна $g_1(y_1) = c_1 y_1$ и фирма 1 полагает, что
  - $g_2(y_2) = c_H y_2$ с вероятностью θ
  - и $g_2(y_2) = c_L y_2$ с вероятностью $1-\theta$.
- Заметим, что фирма 2 точно знает свою технологию, т. е. она точно знает свою функцию затрат.

Неполная информированность одной фирмы

- Фирма 1 точно не знает технологии фирмы 2.
- Фирма 1 полагает, что
  - с вероятностью θ фирма 2 использует старую технологию, для которой стоимость выпуска единицы продукции высокая и равна c_H,
  - и с вероятностью $1-\theta$ фирма 2 использует новую технологию, для которой стоимость выпуска единицы продукции низкая и равна c_L.
- Другими словами, функция затрат фирмы 1 равна $g_1(y_1) = c_1 y_1$ и фирма 1 полагает, что
  - $g_2(y_2) = c_H y_2$ с вероятностью θ
  - и $g_2(y_2) = c_L y_2$ с вероятностью $1-\theta$.
- Заметим, что фирма 2 точно знает свою технологию, т. е. она точно знает свою функцию затрат.

Оптимальный ответ фирмы 2 на выпуск фирмы 1

- Зная выпуск y_1 фирмы 1, фирма 2 определяет свой выпуск, максимизируя свою функцию чистой прибыли.
- Если $g_2(y_2) = c_H y_2$, фирма 2 решает задачу:
$$\phi_2(y_1, y_2; c_H) = \frac{a - y_1 - y_2}{b} y_2 - c_H y_2 \to \max_{y_2 \geq 0}.$$
- Из условия оптимальности первого порядка
$$\frac{\partial \phi_2}{\partial y_2} = \frac{a - y_1 - 2y_2}{b} - c_H = 0$$
- находим опт. выпуск $y_2(H) = (a - y_1 - c_H b)/2$ фирмы 2.
- Аналогично, если $g_2(y_2) = c_L y_2$, фирма 2 решает задачу:
$$\phi_2(y_1, y_2; L) = \frac{a - y_1 - y_2}{b} y_2 - c_L y_2 \to \max_{y_2 \geq 0}.$$
- и находит свой опт. выпуск $y_2(L) = (a - y_1 - c_L b)/2$.

Оптимальный ответ фирмы 2 на выпуск фирмы 1

- Зная выпуск y_1 фирмы 1, фирма 2 определяет свой выпуск, максимизируя свою функцию чистой прибыли.
- Если $g_2(y_2) = c_H y_2$, фирма 2 решает задачу:
$$\phi_2(y_1, y_2; c_H) = \frac{a - y_1 - y_2}{b} y_2 - c_H y_2 \to \max_{y_2 \geq 0}.$$
- Из условия оптимальности первого порядка
$$\frac{\partial \phi_2}{\partial y_2} = \frac{a - y_1 - 2y_2}{b} - c_H = 0$$
- находим опт. выпуск $y_2(H) = (a - y_1 - c_H b)/2$ фирмы 2.
- Аналогично, если $g_2(y_2) = c_L y_2$, фирма 2 решает задачу:
$$\phi_2(y_1, y_2; L) = \frac{a - y_1 - y_2}{b} y_2 - c_L y_2 \to \max_{y_2 \geq 0}.$$
- и находит свой опт. выпуск $y_2(L) = (a - y_1 - c_L b)/2$.

Оптимальный ответ фирмы 2 на выпуск фирмы 1

- Зная выпуск y_1 фирмы 1, фирма 2 определяет свой выпуск, максимизируя свою функцию чистой прибыли.
- Если $g_2(y_2) = c_H y_2$, фирма 2 решает задачу:
$$\phi_2(y_1, y_2; c_H) = \frac{a - y_1 - y_2}{b} y_2 - c_H y_2 \to \max_{y_2 \geq 0}.$$
- Из условия оптимальности первого порядка
$$\frac{\partial \phi_2}{\partial y_2} = \frac{a - y_1 - 2y_2}{b} - c_H = 0$$
- находим опт. выпуск $y_2(H) = (a - y_1 - c_H b)/2$ фирмы 2.
- Аналогично, если $g_2(y_2) = c_L y_2$, фирма 2 решает задачу:
$$\phi_2(y_1, y_2; L) = \frac{a - y_1 - y_2}{b} y_2 - c_L y_2 \to \max_{y_2 \geq 0}.$$
- и находит свой опт. выпуск $y_2(L) = (a - y_1 - c_L b)/2$.

Оптимальный ответ фирмы 2 на выпуск фирмы 1

- Зная выпуск y_1 фирмы 1, фирма 2 определяет свой выпуск, максимизируя свою функцию чистой прибыли.
- Если $g_2(y_2) = c_H y_2$, фирма 2 решает задачу:
$$\phi_2(y_1, y_2; c_H) = \frac{a - y_1 - y_2}{b} y_2 - c_H y_2 \to \max_{y_2 \geq 0}.$$
- Из условия оптимальности первого порядка
$$\frac{\partial \phi_2}{\partial y_2} = \frac{a - y_1 - 2y_2}{b} - c_H = 0$$
- находим опт. выпуск $y_2(H) = (a - y_1 - c_H b)/2$ фирмы 2.
- Аналогично, если $g_2(y_2) = c_L y_2$, фирма 2 решает задачу:
$$\phi_2(y_1, y_2; L) = \frac{a - y_1 - y_2}{b} y_2 - c_L y_2 \to \max_{y_2 \geq 0}.$$
- и находит свой опт. выпуск $y_2(L) = (a - y_1 - c_L b)/2$.

Оптимальный ответ фирмы 2 на выпуск фирмы 1

- Зная выпуск y_1 фирмы 1, фирма 2 определяет свой выпуск, максимизируя свою функцию чистой прибыли.
- Если $g_2(y_2) = c_H y_2$, фирма 2 решает задачу:

$$\phi_2(y_1, y_2; c_H) = \frac{a - y_1 - y_2}{b} y_2 - c_H y_2 \to \max_{y_2 \geq 0}.$$

- Из условия оптимальности первого порядка

$$\frac{\partial \phi_2}{\partial y_2} = \frac{a - y_1 - 2y_2}{b} - c_H = 0$$

- находим опт. выпуск $y_2(H) = (a - y_1 - c_H b)/2$ фирмы 2.
- Аналогично, если $g_2(y_2) = c_L y_2$, фирма 2 решает задачу:

$$\phi_2(y_1, y_2; L) = \frac{a - y_1 - y_2}{b} y_2 - c_L y_2 \to \max_{y_2 \geq 0}.$$

- и находит свой опт. выпуск $y_2(L) = (a - y_1 - c_L b)/2$.

Оптимальный ответ фирмы 2 на выпуск фирмы 1

- Зная выпуск y_1 фирмы 1, фирма 2 определяет свой выпуск, максимизируя свою функцию чистой прибыли.
- Если $g_2(y_2) = c_H y_2$, фирма 2 решает задачу:

$$\phi_2(y_1, y_2; c_H) = \frac{a - y_1 - y_2}{b} y_2 - c_H y_2 \to \max_{y_2 \geq 0}.$$

- Из условия оптимальности первого порядка

$$\frac{\partial \phi_2}{\partial y_2} = \frac{a - y_1 - 2y_2}{b} - c_H = 0$$

- находим опт. выпуск $y_2(H) = (a - y_1 - c_H b)/2$ фирмы 2.
- Аналогично, если $g_2(y_2) = c_L y_2$, фирма 2 решает задачу:

$$\phi_2(y_1, y_2; L) = \frac{a - y_1 - y_2}{b} y_2 - c_L y_2 \to \max_{y_2 \geq 0}.$$

- и находит свой опт. выпуск $y_2(L) = (a - y_1 - c_L b)/2$.

Равновесие

- Фирма 1 хочет максим. свою среднюю чистую прибыль:

$$\phi_1(y_1, \theta y_2(H) + (1-\theta)y_2(L)) =$$
$$\frac{a - y_1 - \theta y_2(H) - (1-\theta)y_2(L)}{b} y_1 - c_1 y_1 \to \max_{y_1 \geq 0},$$

- Опт. выпуск y_1 фирмы 1 удовлетворяет условию

$$\frac{\partial \phi_1(y_1, \theta y_2(H) + (1-\theta)y_2(L))}{\partial y_1} =$$
$$\frac{a - \theta y_2(H) - (1-\theta)y_2(L)}{b} - \frac{2}{b} y_1 - c_1 = 0.$$

Равновесие

- Фирма 1 хочет максим. свою среднюю чистую прибыль:

$$\phi_1(y_1, \theta y_2(H) + (1-\theta) y_2(L)) =$$
$$\frac{a - y_1 - \theta y_2(H) - (1-\theta) y_2(L)}{b} y_1 - c_1 y_1 \to \max_{y_1 \geq 0},$$

- Опт. выпуск y_1 фирмы 1 удовлетворяет условию

$$\frac{\partial \phi_1(y_1, \theta y_2(H) + (1-\theta) y_2(L))}{\partial y_1} =$$
$$\frac{a - \theta y_2(H) - (1-\theta) y_2(L)}{b} - \frac{2}{b} y_1 - c_1 = 0.$$

Равновесие

- Решая систему уравнений

$$y_2(H) = \frac{a - y_1 - c_H b}{2},$$
$$y_2(L) = \frac{a - y_1 - c_L b}{2},$$
$$\frac{a - \theta y_2(H) - (1-\theta) y_2(L)}{b} - \frac{2}{b} y_1 - c_1 = 0,$$

- находим

$$y_1 = \frac{a + (\theta c_H + (1-\theta)c_L - 2c_1)b}{3},$$
$$y_2(H) = \frac{a + (c_1 - 2c_H)b}{3} + \frac{1-\theta}{6}(c_H - c_L)b,$$
$$y_2(L) = \frac{a + (c_1 - 2c_L)b}{3} - \frac{\theta}{6}(c_H - c_L)b.$$

Равновесие

- Решая систему уравнений

$$y_2(H) = \frac{a - y_1 - c_H b}{2},$$
$$y_2(L) = \frac{a - y_1 - c_L b}{2},$$
$$\frac{a - \theta y_2(H) - (1-\theta) y_2(L)}{b} - \frac{2}{b} y_1 - c_1 = 0,$$

- находим

$$y_1 = \frac{a + (\theta c_H + (1-\theta) c_L - 2c_1) b}{3},$$
$$y_2(H) = \frac{a + (c_1 - 2c_H) b}{3} + \frac{1-\theta}{6}(c_H - c_L) b,$$
$$y_2(L) = \frac{a + (c_1 - 2c_L) b}{3} - \frac{\theta}{6}(c_H - c_L) b.$$

Содержание

Неполная информированность обеих фирм

- Теперь предположим, что производственные издержки обеих фирм могут быть высокими или низкими.
- В зависимости от этого их функции затрат и функции чистой прибыли (выигрыши) следующие:
  - издержки высокие

$$g_i(y_i; H) = c_H y_i,$$

$$\phi_i(y_1, y_2; H) = \frac{a - y_1 - y_2}{b} y_i - c_H y_i;$$

  - издержки низкие

$$g_i(y_i; L) = c_L y_i,$$

$$\phi_i(y_1, y_2; L) = \frac{a - y_1 - y_2}{b} y_i - c_L y_i.$$

Неполная информированность обеих фирм

- Теперь предположим, что производственные издержки обеих фирм могут быть высокими или низкими.
- В зависимости от этого их функции затрат и функции чистой прибыли (выигрыши) следующие:
  - издержки высокие
$$g_i(y_i; H) = c_H y_i,$$
$$\phi_i(y_1, y_2; H) = \frac{a - y_1 - y_2}{b} y_i - c_H y_i;$$
  - издержки низкие
$$g_i(y_i; L) = c_L y_i,$$
$$\phi_i(y_1, y_2; L) = \frac{a - y_1 - y_2}{b} y_i - c_L y_i\,.$$

Неполная информированность обеих фирм

- Теперь предположим, что производственные издержки обеих фирм могут быть высокими или низкими.
- В зависимости от этого их функции затрат и функции чистой прибыли (выигрыши) следующие:
  - издержки высокие

$$g_i(y_i;H) = c_H y_i,$$
$$\phi_i(y_1,y_2;H) = \frac{a-y_1-y_2}{b}\,y_i - c_H y_i;$$

  - издержки низкие

$$g_i(y_i;L) = c_L y_i,$$
$$\phi_i(y_1,y_2;L) = \frac{a-y_1-y_2}{b}\,y_i - c_L y_i\,.$$

Неполная информированность обеих фирм

- Теперь предположим, что производственные издержки обеих фирм могут быть высокими или низкими.
- В зависимости от этого их функции затрат и функции чистой прибыли (выигрыши) следующие:
  - издержки высокие

$$g_i(y_i;H) = c_H y_i,$$
$$\phi_i(y_1,y_2;H) = \frac{a-y_1-y_2}{b}\,y_i - c_H y_i;$$

  - издержки низкие

$$g_i(y_i;L) = c_L y_i,$$
$$\phi_i(y_1,y_2;L) = \frac{a-y_1-y_2}{b}\,y_i - c_L y_i\,.$$

Представления фирмы 1

Представления фирмы 1 об издержках на фирме 2 заданы условными вероятностями:

- $\mu_1(H|H) = \mu_1(c_2 = c_H | c_1 = c_H)$ — вероятность того, что издержки фирмы 2 равны c_H, при условии что издержки фирмы 1 равны c_H;
- $\mu_1(L|H) = \mu_1(c_2 = c_L | c_1 = c_H)$ — вероятность того, что издержки фирмы 2 равны c_L, при условии что издержки фирмы 1 равны c_H;
- $\mu_1(H|L) = \mu_1(c_2 = c_H | c_1 = c_L)$ — вероятность того, что издержки фирмы 2 равны c_H, при условии что издержки фирмы 1 равны c_L;
- $\mu_1(L|L) = \mu_1(c_2 = c_L | c_1 = c_L)$ — вероятность того, что издержки фирмы 2 равны c_L, при условии что издержки фирмы 1 равны c_L.

Представления фирмы 1

Представления фирмы 1 об издержках на фирме 2 заданы условными вероятностями:

- $\mu_1(H|H) = \mu_1(c_2 = c_H|c_1 = c_H)$ — вероятность того, что издержки фирмы 2 равны c_H, при условии что издержки фирмы 1 равны c_H;
- $\mu_1(L|H) = \mu_1(c_2 = c_L|c_1 = c_H)$ — вероятность того, что издержки фирмы 2 равны c_L, при условии что издержки фирмы 1 равны c_H;
- $\mu_1(H|L) = \mu_1(c_2 = c_H|c_1 = c_L)$ — вероятность того, что издержки фирмы 2 равны c_H, при условии что издержки фирмы 1 равны c_L;
- $\mu_1(L|L) = \mu_1(c_2 = c_L|c_1 = c_L)$ — вероятность того, что издержки фирмы 2 равны c_L, при условии что издержки фирмы 1 равны c_L.

Представления фирмы 1

Представления фирмы 1 об издержках на фирме 2 заданы условными вероятностями:

- $\mu_1(H|H) = \mu_1(c_2 = c_H | c_1 = c_H)$ — вероятность того, что издержки фирмы 2 равны c_H, при условии что издержки фирмы 1 равны c_H;
- $\mu_1(L|H) = \mu_1(c_2 = c_L | c_1 = c_H)$ — вероятность того, что издержки фирмы 2 равны c_L, при условии что издержки фирмы 1 равны c_H;
- $\mu_1(H|L) = \mu_1(c_2 = c_H | c_1 = c_L)$ — вероятность того, что издержки фирмы 2 равны c_H, при условии что издержки фирмы 1 равны c_L;
- $\mu_1(L|L) = \mu_1(c_2 = c_L | c_1 = c_L)$ — вероятность того, что издержки фирмы 2 равны c_L, при условии что издержки фирмы 1 равны c_L.

Представления фирмы 1

Представления фирмы 1 об издержках на фирме 2 заданы условными вероятностями:

- $\mu_1(H|H) = \mu_1(c_2 = c_H | c_1 = c_H)$ — вероятность того, что издержки фирмы 2 равны c_H, при условии что издержки фирмы 1 равны c_H;
- $\mu_1(L|H) = \mu_1(c_2 = c_L | c_1 = c_H)$ — вероятность того, что издержки фирмы 2 равны c_L, при условии что издержки фирмы 1 равны c_H;
- $\mu_1(H|L) = \mu_1(c_2 = c_H | c_1 = c_L)$ — вероятность того, что издержки фирмы 2 равны c_H, при условии что издержки фирмы 1 равны c_L;
- $\mu_1(L|L) = \mu_1(c_2 = c_L | c_1 = c_L)$ — вероятность того, что издержки фирмы 2 равны c_L, при условии что издержки фирмы 1 равны c_L.

Представления фирмы 2

Представления фирмы 2 об издержках на фирме 1 заданы условными вероятностями:

- $\mu_2(H|H) = \mu_2(c_1 = c_H|c_2 = c_H)$ — вероятность того, что издержки фирмы 1 равны c_H, при условии что издержки фирмы 2 равны c_H;
- $\mu_2(L|H) = \mu_2(c_1 = c_L|c_2 = c_H)$ — вероятность того, что издержки фирмы 1 равны c_L, при условии что издержки фирмы 2 равны c_H;
- $\mu_2(H|L) = \mu_2(c_1 = c_H|c_2 = c_L)$ — вероятность того, что издержки фирмы 1 равны c_H, при условии что издержки фирмы 2 равны c_L;
- $\mu_2(L|L) = \mu_2(c_1 = c_L|c_2 = c_L)$ — вероятность того, что издержки фирмы 1 равны c_L, при условии что издержки фирмы 2 равны c_L.

Представления фирмы 2

Представления фирмы 2 об издержках на фирме 1 заданы условными вероятностями:

- $\mu_2(H|H) = \mu_2(c_1 = c_H|c_2 = c_H)$ — вероятность того, что издержки фирмы 1 равны c_H, при условии что издержки фирмы 2 равны c_H;
- $\mu_2(L|H) = \mu_2(c_1 = c_L|c_2 = c_H)$ — вероятность того, что издержки фирмы 1 равны c_L, при условии что издержки фирмы 2 равны c_H;
- $\mu_2(H|L) = \mu_2(c_1 = c_H|c_2 = c_L)$ — вероятность того, что издержки фирмы 1 равны c_H, при условии что издержки фирмы 2 равны c_L;
- $\mu_2(L|L) = \mu_2(c_1 = c_L|c_2 = c_L)$ — вероятность того, что издержки фирмы 1 равны c_L, при условии что издержки фирмы 2 равны c_L.

Представления фирмы 2

Представления фирмы 2 об издержках на фирме 1 заданы условными вероятностями:

- $\mu_2(H|H) = \mu_2(c_1 = c_H|c_2 = c_H)$ — вероятность того, что издержки фирмы 1 равны c_H, при условии что издержки фирмы 2 равны c_H;
- $\mu_2(L|H) = \mu_2(c_1 = c_L|c_2 = c_H)$ — вероятность того, что издержки фирмы 1 равны c_L, при условии что издержки фирмы 2 равны c_H;
- $\mu_2(H|L) = \mu_2(c_1 = c_H|c_2 = c_L)$ — вероятность того, что издержки фирмы 1 равны c_H, при условии что издержки фирмы 2 равны c_L;
- $\mu_2(L|L) = \mu_2(c_1 = c_L|c_2 = c_L)$ — вероятность того, что издержки фирмы 1 равны c_L, при условии что издержки фирмы 2 равны c_L.

Представления фирмы 2

Представления фирмы 2 об издержках на фирме 1 заданы условными вероятностями:

- $\mu_2(H|H) = \mu_2(c_1 = c_H|c_2 = c_H)$ — вероятность того, что издержки фирмы 1 равны c_H, при условии что издержки фирмы 2 равны c_H;
- $\mu_2(L|H) = \mu_2(c_1 = c_L|c_2 = c_H)$ — вероятность того, что издержки фирмы 1 равны c_L, при условии что издержки фирмы 2 равны c_H;
- $\mu_2(H|L) = \mu_2(c_1 = c_H|c_2 = c_L)$ — вероятность того, что издержки фирмы 1 равны c_H, при условии что издержки фирмы 2 равны c_L;
- $\mu_2(L|L) = \mu_2(c_1 = c_L|c_2 = c_L)$ — вероятность того, что издержки фирмы 1 равны c_L, при условии что издержки фирмы 2 равны c_L.

Оптим. ответ фирмы 1 на ожидаемый выпуск фирмы 2

- Выпуск (стратегия) y_i фирмы i есть функция от уровня ее издержек, т. е. $y_i = y_i(H)$ или $y_i = y_i(L)$.
- Если $c_1 = c_H$, фирма 1 определяет свою среднюю чистую прибыль $y_1(H)$ (выигрыш), как оптимальное решение следующей задачи

$$\phi_1(y_1, \mu_1(H|H)y_2(H) + \mu_1(L|H)y_2(L); H) =$$
$$\frac{a - y_1 - \mu_1(H|H)y_2(H) - \mu_1(L|H)y_2(L)}{b} y_1 - c_H y_1 \to \max_{y_1 \geq 0}.$$

- Если $c_1 = c_L$, то $y_1(L)$ есть оптимальное решение задачи

$$\phi_1(y_1, \mu_1(H|L)y_2(H) + \mu_1(L|L)y_2(L); L) =$$
$$\frac{a - y_1 - \mu_1(H|L)y_2(H) - \mu_1(L|L)y_2(L)}{b} y_1 - c_L y_1 \to \max_{y_1 \geq 0}.$$

Оптим. ответ фирмы 1 на ожидаемый выпуск фирмы 2

- Выпуск (стратегия) y_i фирмы i есть функция от уровня ее издержек, т. е. $y_i = y_i(H)$ или $y_i = y_i(L)$.
- Если $c_1 = c_H$, фирма 1 определяет свою среднюю чистую прибыль $y_1(H)$ (выигрыш), как оптимальное решение следующей задачи

$$\phi_1(y_1, \mu_1(H|H)y_2(H) + \mu_1(L|H)y_2(L); H) =$$
$$\frac{a - y_1 - \mu_1(H|H)y_2(H) - \mu_1(L|H)y_2(L)}{b}\, y_1 - c_H y_1 \to \max_{y_1 \geq 0}.$$

- Если $c_1 = c_L$, то $y_1(L)$ есть оптимальное решение задачи

$$\phi_1(y_1, \mu_1(H|L)y_2(H) + \mu_1(L|L)y_2(L); L) =$$
$$\frac{a - y_1 - \mu_1(H|L)y_2(H) - \mu_1(L|L)y_2(L)}{b}\, y_1 - c_L y_1 \to \max_{y_1 \geq 0}.$$

Оптим. ответ фирмы 1 на ожидаемый выпуск фирмы 2

- Выпуск (стратегия) y_i фирмы i есть функция от уровня ее издержек, т. е. $y_i = y_i(H)$ или $y_i = y_i(L)$.
- Если $c_1 = c_H$, фирма 1 определяет свою среднюю чистую прибыль $y_1(H)$ (выигрыш), как оптимальное решение следующей задачи

$$\phi_1(y_1, \mu_1(H|H)y_2(H) + \mu_1(L|H)y_2(L); H) =$$
$$\frac{a - y_1 - \mu_1(H|H)y_2(H) - \mu_1(L|H)y_2(L)}{b} y_1 - c_H y_1 \to \max_{y_1 \geq 0}.$$

- Если $c_1 = c_L$, то $y_1(L)$ есть оптимальное решение задачи

$$\phi_1(y_1, \mu_1(H|L)y_2(H) + \mu_1(L|L)y_2(L); L) =$$
$$\frac{a - y_1 - \mu_1(H|L)y_2(H) - \mu_1(L|L)y_2(L)}{b} y_1 - c_L y_1 \to \max_{y_1 \geq 0}.$$

Оптим. ответ фирмы 1 на ожидаемый выпуск фирмы 2

- Выпуск (стратегия) y_i фирмы i есть функция от уровня ее издержек, т. е. $y_i = y_i(H)$ или $y_i = y_i(L)$.
- Если $c_1 = c_H$, фирма 1 определяет свою среднюю чистую прибыль $y_1(H)$ (выигрыш), как оптимальное решение следующей задачи

$$\phi_1(y_1, \mu_1(H|H)y_2(H) + \mu_1(L|H)y_2(L); H) =$$
$$\frac{a - y_1 - \mu_1(H|H)y_2(H) - \mu_1(L|H)y_2(L)}{b} y_1 - c_H y_1 \to \max_{y_1 \geq 0}.$$

- Если $c_1 = c_L$, то $y_1(L)$ есть оптимальное решение задачи

$$\phi_1(y_1, \mu_1(H|L)y_2(H) + \mu_1(L|L)y_2(L); L) =$$
$$\frac{a - y_1 - \mu_1(H|L)y_2(H) - \mu_1(L|L)y_2(L)}{b} y_1 - c_L y_1 \to \max_{y_1 \geq 0}.$$

К системе уравнений

Оптим. ответ фирмы 2 на ожидаемый выпуск фирмы 1

- Аналогично, если $c_2 = c_H$, то $y_2(H)$ есть решение задачи

$$\phi_2(\mu_2(H|H)y_1(H) + \mu_2(L|H)y_1(L), y_2; H) =$$
$$\frac{a - \mu_2(H|H)y_1(H) - \mu_2(L|H)y_1(L) - y_2}{b} y_2 - c_H y_2 \to \max_{y_2 \geq 0},$$

- а если $c_2 = c_L$, то $y_2(L)$ есть решение задачи

$$\phi_2(\mu_2(H|L)y_1(H) + \mu_2(L|L)y_1(L), y_2; L) =$$
$$\frac{a - \mu_2(H|L)y_1(H) - \mu_2(L|L)y_1(L) - y_2}{b} y_2 - c_L y_2 \to \max_{y_2 \geq 0}.$$

Оптим. ответ фирмы 2 на ожидаемый выпуск фирмы 1

- Аналогично, если $c_2 = c_H$, то $y_2(H)$ есть решение задачи

$$\phi_2(\mu_2(H|H)y_1(H) + \mu_2(L|H)y_1(L), y_2; H) =$$
$$\frac{a - \mu_2(H|H)y_1(H) - \mu_2(L|H)y_1(L) - y_2}{b} y_2 - c_H y_2 \to \max_{y_2 \geq 0},$$

- а если $c_2 = c_L$, то $y_2(L)$ есть решение задачи

$$\phi_2(\mu_2(H|L)y_1(H) + \mu_2(L|L)y_1(L), y_2; L) =$$
$$\frac{a - \mu_2(H|L)y_1(H) - \mu_2(L|L)y_1(L) - y_2}{b} y_2 - c_L y_2 \to \max_{y_2 \geq 0}.$$

Оптим. ответ фирмы 2 на ожидаемый выпуск фирмы 1

- Аналогично, если $c_2 = c_H$, то $y_2(H)$ есть решение задачи

$$\phi_2(\mu_2(H|H)y_1(H) + \mu_2(L|H)y_1(L), y_2; H) =$$
$$\frac{a - \mu_2(H|H)y_1(H) - \mu_2(L|H)y_1(L) - y_2}{b} y_2 - c_H y_2 \to \max_{y_2 \geq 0},$$

- а если $c_2 = c_L$, то $y_2(L)$ есть решение задачи

$$\phi_2(\mu_2(H|L)y_1(H) + \mu_2(L|L)y_1(L), y_2; L) =$$
$$\frac{a - \mu_2(H|L)y_1(H) - \mu_2(L|L)y_1(L) - y_2}{b} y_2 - c_L y_2 \to \max_{y_2 \geq 0}.$$

К системе уравнений

Система уравнений для поиска равновесия

- Записывая условия оптимальности первого порядка для опт. задач фирмы 1 и фирмы 2, получим следующую систему уравнений

$$
\begin{aligned}
y_1(H) &= \frac{1}{2}(a - \mu_1(H|H)y_2(H) - \mu_1(L|H)y_2(L) - c_H b),\\
y_1(L) &= \frac{1}{2}(a - \mu_1(H|L)y_2(H) - \mu_1(L|L)y_2(L) - c_L b),\\
y_2(H) &= \frac{1}{2}(a - \mu_2(H|H)y_1(H) - \mu_2(L|H)y_1(L) - c_H b),\\
y_2(L) &= \frac{1}{2}(a - \mu_2(H|L)y_1(H) - \mu_2(L|L)y_1(L) - c_L b),
\end{aligned}
$$

- решая которую мы найдем оптимальные выпуски (стратегии) $y_1(H)$, $y_1(L)$, $y_2(H)$ и $y_2(L)$ обеих фирм.

Система уравнений для поиска равновесия

- Записывая условия оптимальности первого порядка для опт. задач ‣ фирмы 1 и ‣ фирмы 2, получим следующую систему уравнений

$$
\begin{aligned}
y_1(H) &= \frac{1}{2}(a - \mu_1(H|H)y_2(H) - \mu_1(L|H)y_2(L) - c_H b),\\
y_1(L) &= \frac{1}{2}(a - \mu_1(H|L)y_2(H) - \mu_1(L|L)y_2(L) - c_L b),\\
y_2(H) &= \frac{1}{2}(a - \mu_2(H|H)y_1(H) - \mu_2(L|H)y_1(L) - c_H b),\\
y_2(L) &= \frac{1}{2}(a - \mu_2(H|L)y_1(H) - \mu_2(L|L)y_1(L) - c_L b),
\end{aligned}
$$

- решая которую мы найдем оптимальные выпуски (стратегии) $y_1(H)$, $y_1(L)$, $y_2(H)$ и $y_2(L)$ обеих фирм.

Байесовские игры в стратегической форме

- Байесовская игра в страт. форме задается пятеркой

$$G = (N, \{S_i\}_{i\in N}, \{T_i\}_{i\in N}, \{\phi_i\}_{i\in N}, \{\mu_i\}_{i\in N}),$$

где

- $N = \{1, \ldots, n\}$ — множество игроков;
- S_i — множество стратегий игрока i, $i = 1, \ldots, n$;
- T_i множество типов игрока i, $i = 1, \ldots, n$;
- $\phi_i : \prod_{j=1}^n S_j \times T_i \to \mathbb{R}$ — функция выигрышей игрока i, $i = 1, \ldots, n$;
- $\mu_i : T_i \to \Delta(T_{-i})$ — представление игрока i (о типах других игроков), $i = 1, \ldots, n$.
- $\Delta(\Omega)$ обозначает семейство всех вероятностных мер на множестве Ω.

Байесовские игры в стратегической форме

- Байесовская игра в страт. форме задается пятеркой
$$G = (N, \{S_i\}_{i \in N}, \{T_i\}_{i \in N}, \{\phi_i\}_{i \in N}, \{\mu_i\}_{i \in N}),$$
где
- $N = \{1, \ldots, n\}$ — множество игроков;
- S_i — множество стратегий игрока i, $i = 1, \ldots, n$;
- T_i множество типов игрока i, $i = 1, \ldots, n$;
- $\phi_i : \prod_{j=1}^{n} S_j \times T_i \to \mathbb{R}$ — функция выигрышей игрока i, $i = 1, \ldots, n$;
- $\mu_i : T_i \to \Delta(T_{-i})$ — представление игрока i (о типах других игроков), $i = 1, \ldots, n$.
- $\Delta(\Omega)$ обозначает семейство всех вероятностных мер на множестве Ω.

Байесовские игры в стратегической форме

- Байесовская игра в страт. форме задается пятеркой

$$G = (N, \{S_i\}_{i \in N}, \{T_i\}_{i \in N}, \{\phi_i\}_{i \in N}, \{\mu_i\}_{i \in N}),$$

где

- $N = \{1, \ldots, n\}$ — множество игроков;
- S_i — множество стратегий игрока i, $i = 1, \ldots, n$;
- T_i множество типов игрока i, $i = 1, \ldots, n$;
- $\phi_i : \prod_{j=1}^{n} S_j \times T_i \to \mathbb{R}$ — функция выигрышей игрока i, $i = 1, \ldots, n$;
- $\mu_i : T_i \to \Delta(T_{-i})$ — представление игрока i (о типах других игроков), $i = 1, \ldots, n$.
- $\Delta(\Omega)$ обозначает семейство всех вероятностных мер на множестве Ω.

Байесовские игры в стратегической форме

- Байесовская игра в страт. форме задается пятеркой
$$G = (N, \{S_i\}_{i\in N}, \{T_i\}_{i\in N}, \{\phi_i\}_{i\in N}, \{\mu_i\}_{i\in N}),$$
где
- $N = \{1, \ldots, n\}$ — множество игроков;
- S_i — множество стратегий игрока i, $i = 1, \ldots, n$;
- T_i множество типов игрока i, $i = 1, \ldots, n$;
- $\phi_i : \prod_{j=1}^{n} S_j \times T_i \to \mathbb{R}$ — функция выигрышей игрока i, $i = 1, \ldots, n$;
- $\mu_i : T_i \to \Delta(T_{-i})$ — представление игрока i (о типах других игроков), $i = 1, \ldots, n$.
- $\Delta(\Omega)$ обозначает семейство всех вероятностных мер на множестве Ω.

Байесовские игры в стратегической форме

- Байесовская игра в страт. форме задается пятеркой
$$G = (N, \{S_i\}_{i \in N}, \{T_i\}_{i \in N}, \{\phi_i\}_{i \in N}, \{\mu_i\}_{i \in N}),$$
где
- $N = \{1, \ldots, n\}$ — множество игроков;
- S_i — множество стратегий игрока i, $i = 1, \ldots, n$;
- T_i множество типов игрока i, $i = 1, \ldots, n$;
- $\phi_i : \prod_{j=1}^{n} S_j \times T_i \to \mathbb{R}$ — функция выигрышей игрока i, $i = 1, \ldots, n$;
- $\mu_i : T_i \to \Delta(T_{-i})$ — представление игрока i (о типах других игроков), $i = 1, \ldots, n$.
- $\Delta(\Omega)$ обозначает семейство всех вероятностных мер на множестве Ω.

Байесовские игры в стратегической форме

- Байесовская игра в страт. форме задается пятеркой
$$G = (N, \{S_i\}_{i\in N}, \{T_i\}_{i\in N}, \{\phi_i\}_{i\in N}, \{\mu_i\}_{i\in N}),$$
где
- $N = \{1, \ldots, n\}$ — множество игроков;
- S_i — множество стратегий игрока i, $i = 1, \ldots, n$;
- T_i множество типов игрока i, $i = 1, \ldots, n$;
- $\phi_i : \prod_{j=1}^{n} S_j \times T_i \to \mathbb{R}$ — функция выигрышей игрока i, $i = 1, \ldots, n$;
- $\mu_i : T_i \to \Delta(T_{-i})$ — представление игрока i (о типах других игроков), $i = 1, \ldots, n$.
- $\Delta(\Omega)$ обозначает семейство всех вероятностных мер на множестве Ω.

Байесовские игры в стратегической форме

- Байесовская игра в страт. форме задается пятеркой
$$G = (N, \{S_i\}_{i\in N}, \{T_i\}_{i\in N}, \{\phi_i\}_{i\in N}, \{\mu_i\}_{i\in N}),$$
где
- $N = \{1, \dots, n\}$ — множество игроков;
- S_i — множество стратегий игрока i, $i = 1, \dots, n$;
- T_i множество типов игрока i, $i = 1, \dots, n$;
- $\phi_i : \prod_{j=1}^{n} S_j \times T_i \to \mathbb{R}$ — функция выигрышей игрока i, $i = 1, \dots, n$;
- $\mu_i : T_i \to \Delta(T_{-i})$ — представление игрока i (о типах других игроков), $i = 1, \dots, n$.
- $\Delta(\Omega)$ обозначает семейство всех вероятностных мер на множестве Ω.

Типы игроков

- Тип игрока представляет информацию, известную самому игроку, но неизвестную другим игрокам.
- Теперь выбор стратегии игрока зависит от его типа,
- т. е. игрок i типа $t_i \in T_i$ выбирает стратегию $s_i(t_i)$.
- Например, в рассмотренной нами модели дуополии Курно мы можем определить типы и стратегии игроков так:

  $$T_1 = \{H, L\},\ T_2 = \{H, L\},\ (y_1(H), y_1(L)),\ (y_2(H), y_2(L)).$$

Типы игроков

- Тип игрока представляет информацию, известную самому игроку, но неизвестную другим игрокам.
- Теперь выбор стратегии игрока зависит от его типа,
- т. е. игрок i типа $t_i \in T_i$ выбирает стратегию $s_i(t_i)$.
- Например, в рассмотренной нами модели дуополии Курно мы можем определить типы и стратегии игроков так:

$$T_1 = \{H, L\},\ T_2 = \{H, L\},\ (y_1(H), y_1(L)),\ (y_2(H), y_2(L)).$$

Типы игроков

- Тип игрока представляет информацию, известную самому игроку, но неизвестную другим игрокам.
- Теперь выбор стратегии игрока зависит от его типа,
- т. е. игрок i типа $t_i \in T_i$ выбирает стратегию $s_i(t_i)$.
- Например, в рассмотренной нами модели дуополии Курно мы можем определить типы и стратегии игроков так:

  $T_1 = \{H, L\}, \; T_2 = \{H, L\}, \; (y_1(H), y_1(L)), \; (y_2(H), y_2(L)).$

Типы игроков

- Тип игрока представляет информацию, известную самому игроку, но неизвестную другим игрокам.
- Теперь выбор стратегии игрока зависит от его типа,
- т. е. игрок i типа $t_i \in T_i$ выбирает стратегию $s_i(t_i)$.
- Например, в рассмотренной нами модели дуополии Курно мы можем определить типы и стратегии игроков так:

  $T_1 = \{H, L\},\ T_2 = \{H, L\},\ (y_1(H), y_1(L)),\ (y_2(H), y_2(L)).$

Выигрыши игроков

- Выигрыш игрока i зависит от выбранных игроками стратегий, а также от типа игрока i.
- Если сложилась ситуация $s = (s_1, \dots, s_n)$ и реальный тип игрока i равен t_i ($t_i \in T_i$),
- то игрок i выигрывает сумму $\phi_i(s_1, \dots, s_n; t_i)$.
- Например, в модели дуополии Курно выигрыш игрока i (фирмы i) в ситуации (y_1, y_2) равен

$$\phi_i(y_1, y_2; H) = \frac{a - y_1 - y_2}{b} y_i - c_H y_i \,,$$
$$\phi_i(y_1, y_2; L) = \frac{a - y_1 - y_2}{b} y_i - c_L y_i \,.$$

Выигрыши игроков

- Выигрыш игрока i зависит от выбранных игроками стратегий, а также от типа игрока i.
- Если сложилась ситуация $s = (s_1, \dots, s_n)$ и реальный тип игрока i равен t_i $(t_i \in T_i)$,
- то игрок i выигрывает сумму $\phi_i(s_1, \dots, s_n; t_i)$.
- Например, в модели дуополии Курно выигрыш игрока i (фирмы i) в ситуации (y_1, y_2) равен

$$\phi_i(y_1, y_2; H) = \frac{a - y_1 - y_2}{b} y_i - c_H y_i \,,$$

$$\phi_i(y_1, y_2; L) = \frac{a - y_1 - y_2}{b} y_i - c_L y_i \,.$$

Выигрыши игроков

- Выигрыш игрока i зависит от выбранных игроками стратегий, а также от типа игрока i.
- Если сложилась ситуация $s = (s_1, \ldots, s_n)$ и реальный тип игрока i равен t_i $(t_i \in T_i)$,
- то игрок i выигрывает сумму $\phi_i(s_1, \ldots, s_n; t_i)$.
- Например, в модели дуополии Курно выигрыш игрока i (фирмы i) в ситуации (y_1, y_2) равен

$$\phi_i(y_1, y_2; H) = \frac{a - y_1 - y_2}{b} y_i - c_H y_i\,,$$

$$\phi_i(y_1, y_2; L) = \frac{a - y_1 - y_2}{b} y_i - c_L y_i\,.$$

Выигрыши игроков

- Выигрыш игрока i зависит от выбранных игроками стратегий, а также от типа игрока i.
- Если сложилась ситуация $s = (s_1, \ldots, s_n)$ и реальный тип игрока i равен t_i $(t_i \in T_i)$,
- то игрок i выигрывает сумму $\phi_i(s_1, \ldots, s_n; t_i)$.
- Например, в модели дуополии Курно выигрыш игрока i (фирмы i) в ситуации (y_1, y_2) равен

$$\phi_i(y_1, y_2; H) = \frac{a - y_1 - y_2}{b}\, y_i - c_H y_i\,,$$
$$\phi_i(y_1, y_2; L) = \frac{a - y_1 - y_2}{b}\, y_i - c_L y_i\,.$$

Представления игроков

- *Представление игрока* i для любого его типа $t_i \in T_i$
- задает вероятностную меру (распределение вероятностей) $\mu_i(\cdot|t_i)$ на множестве T_{-i} типов других игроков, где $T \stackrel{\text{def}}{=} \prod_{i=1}^n T_i$.
- Если X есть измеримое (относительно $\mu_i(\cdot|t_i)$) подмножество в T_{-i},
- то $\mu_i(t_{-1} \in X|t_i)$ есть условная вероятность, которую игрок i приписывает событию $t_{-i} \in X$, при условии, что его собственный тип есть t_i.
- Если все множества T_i конечные, то мы можем рассматривать все μ_i как функции $\mu_i : T_{-i} \times T_i \to [0, 1]$.
- В таком случае $\mu_i(t_1, \dots, t_{i-1}, t_{i+1}, \dots, t_n|t_i) = \mu_i(t_{-i}|t_i)$
- есть условная вероятность того, что типы других игроков соответственно равны $t_1, \dots, t_{i-1}, t_{i+1}, \dots, t_n$, если тип самого игрока i равен t_i.

Представления игроков

- *Представление игрока i* для любого его типа $t_i \in T_i$
- задает вероятностную меру (распределение вероятностей) $\mu_i(\cdot|t_i)$ на множестве T_{-i} типов других игроков, где $T \stackrel{\text{def}}{=} \prod_{i=1}^n T_i$.
- Если X есть измеримое (относительно $\mu_i(\cdot|t_i)$) подмножество в T_{-i},
- то $\mu_i(t_{-1} \in X|t_i)$ есть условная вероятность, которую игрок i приписывает событию $t_{-i} \in X$, при условии, что его собственный тип есть t_i.
- Если все множества T_i конечные, то мы можем рассматривать все μ_i как функции $\mu_i : T_{-i} \times T_i \to [0, 1]$.
- В таком случае $\mu_i(t_1, \dots, t_{i-1}, t_{i+1}, \dots, t_n|t_i) = \mu_i(t_{-i}|t_i)$
- есть условная вероятность того, что типы других игроков соответственно равны $t_1, \dots, t_{i-1}, t_{i+1}, \dots, t_n$, если тип самого игрока i равен t_i.

Представления игроков

- *Представление игрока i* для любого его типа $t_i \in T_i$
- задает вероятностную меру (распределение вероятностей) $\mu_i(\cdot|t_i)$ на множестве T_{-i} типов других игроков, где $T \stackrel{\text{def}}{=} \prod_{i=1}^n T_i$.
- Если X есть измеримое (относительно $\mu_i(\cdot|t_i)$) подмножество в T_{-i},
- то $\mu_i(t_{-1} \in X|t_i)$ есть условная вероятность, которую игрок i приписывает событию $t_{-i} \in X$, при условии, что его собственный тип есть t_i.
- Если все множества T_i конечные, то мы можем рассматривать все μ_i как функции $\mu_i : T_{-i} \times T_i \to [0, 1]$.
- В таком случае $\mu_i(t_1, \ldots, t_{i-1}, t_{i+1}, \ldots, t_n|t_i) = \mu_i(t_{-i}|t_i)$
- есть условная вероятность того, что типы других игроков соответственно равны $t_1, \ldots, t_{i-1}, t_{i+1}, \ldots, t_n$, если тип самого игрока i равен t_i.

Представления игроков

- *Представление игрока i* для любого его типа $t_i \in T_i$
- задает вероятностную меру (распределение вероятностей) $\mu_i(\cdot|t_i)$ на множестве T_{-i} типов других игроков, где $T \stackrel{\text{def}}{=} \prod_{i=1}^{n} T_i$.
- Если X есть измеримое (относительно $\mu_i(\cdot|t_i)$) подмножество в T_{-i},
- то $\mu_i(t_{-1} \in X|t_i)$ есть условная вероятность, которую игрок i приписывает событию $t_{-i} \in X$, при условии, что его собственный тип есть t_i.
- Если все множества T_i конечные, то мы можем рассматривать все μ_i как функции $\mu_i : T_{-i} \times T_i \to [0, 1]$.
- В таком случае $\mu_i(t_1, \ldots, t_{i-1}, t_{i+1}, \ldots, t_n|t_i) = \mu_i(t_{-i}|t_i)$
- есть условная вероятность того, что типы других игроков соответственно равны $t_1, \ldots, t_{i-1}, t_{i+1}, \ldots, t_n$, если тип самого игрока i равен t_i.

Представления игроков

- *Представление игрока* i для любого его типа $t_i \in T_i$
- задает вероятностную меру (распределение вероятностей) $\mu_i(\cdot|t_i)$ на множестве T_{-i} типов других игроков, где $T \stackrel{\text{def}}{=} \prod_{i=1}^n T_i$.
- Если X есть измеримое (относительно $\mu_i(\cdot|t_i)$) подмножество в T_{-i},
- то $\mu_i(t_{-1} \in X|t_i)$ есть условная вероятность, которую игрок i приписывает событию $t_{-i} \in X$, при условии, что его собственный тип есть t_i.
- Если все множества T_i конечные, то мы можем рассматривать все μ_i как функции $\mu_i : T_{-i} \times T_i \to [0, 1]$.
- В таком случае $\mu_i(t_1, \ldots, t_{i-1}, t_{i+1}, \ldots, t_n|t_i) = \mu_i(t_{-i}|t_i)$
- есть условная вероятность того, что типы других игроков соответственно равны $t_1, \ldots, t_{i-1}, t_{i+1}, \ldots, t_n$, если тип самого игрока i равен t_i.

Представления игроков

- *Представление игрока i* для любого его типа $t_i \in T_i$
- задает вероятностную меру (распределение вероятностей) $\mu_i(\cdot|t_i)$ на множестве T_{-i} типов других игроков, где $T \stackrel{\text{def}}{=} \prod_{i=1}^{n} T_i$.
- Если X есть измеримое (относительно $\mu_i(\cdot|t_i)$) подмножество в T_{-i},
- то $\mu_i(t_{-1} \in X|t_i)$ есть условная вероятность, которую игрок i приписывает событию $t_{-i} \in X$, при условии, что его собственный тип есть t_i.
- Если все множества T_i конечные, то мы можем рассматривать все μ_i как функции $\mu_i : T_{-i} \times T_i \to [0, 1]$.
- В таком случае $\mu_i(t_1, \dots, t_{i-1}, t_{i+1}, \dots, t_n|t_i) = \mu_i(t_{-i}|t_i)$
- есть условная вероятность того, что типы других игроков соответственно равны $t_1, \dots, t_{i-1}, t_{i+1}, \dots, t_n$, если тип самого игрока i равен t_i.

Представления игроков

- *Представление игрока i* для любого его типа $t_i \in T_i$
- задает вероятностную меру (распределение вероятностей) $\mu_i(\cdot|t_i)$ на множестве T_{-i} типов других игроков, где $T \stackrel{\text{def}}{=} \prod_{i=1}^{n} T_i$.
- Если X есть измеримое (относительно $\mu_i(\cdot|t_i)$) подмножество в T_{-i},
- то $\mu_i(t_{-1} \in X|t_i)$ есть условная вероятность, которую игрок i приписывает событию $t_{-i} \in X$, при условии, что его собственный тип есть t_i.
- Если все множества T_i конечные, то мы можем рассматривать все μ_i как функции $\mu_i : T_{-i} \times T_i \to [0, 1]$.
- В таком случае $\mu_i(t_1, \ldots, t_{i-1}, t_{i+1}, \ldots, t_n|t_i) = \mu_i(t_{-i}|t_i)$
- есть условная вероятность того, что типы других игроков соответственно равны $t_1, \ldots, t_{i-1}, t_{i+1}, \ldots, t_n$, если тип самого игрока i равен t_i.

Содержание

Согласующиеся представления

- Представления $\{\mu_i\}_{i\in N}$ называются *согласующимися*,
- если на множестве T можно задать такое распределение вероятностей p,
- что все условные распределения вероятностей $\mu_i(\cdot|t_i)$ можно определить по правилу Байеса, исходя из распределения p.
- В случае, когда все множества T_i конечные, представления являются согласующимися,
- если существует распределение вероятностей

$$p : T \to [0,1], \sum_{t\in T} p(t) = 1,$$

- что представления игроков вычисляются по правилу:

$$\mu_i(t_{-i}|t_i) = \frac{p(t)}{\sum\limits_{\tau\in T:\tau_i=t_i} p(\tau)}, \quad t \in T,\ i = 1,\dots,n.$$

Согласующиеся представления

- Представления $\{\mu_i\}_{i \in N}$ называются *согласующимися*,
- если на множестве T можно задать такое распределение вероятностей p,
- что все условные распределения вероятностей $\mu_i(\cdot|t_i)$ можно определить по правилу Байеса, исходя из распределения p.
- В случае, когда все множества T_i конечные, представления являются согласующимися,
- если существует распределение вероятностей
$$p : T \to [0, 1], \sum_{t \in T} p(t) = 1,$$
- что представления игроков вычисляются по правилу:
$$\mu_i(t_{-i}|t_i) = \frac{p(t)}{\sum\limits_{\tau \in T: \tau_i = t_i} p(\tau)}, \quad t \in T, \ i = 1, \dots, n.$$

Согласующиеся представления

- Представления $\{\mu_i\}_{i\in N}$ называются *согласующимися*,
- если на множестве T можно задать такое распределение вероятностей p,
- что все условные распределения вероятностей $\mu_i(\cdot|t_i)$ можно определить по правилу Байеса, исходя из распределения p.
- В случае, когда все множества T_i конечные, представления являются согласующимися,
- если существует распределение вероятностей

$$p : T \to [0,1],\ \sum_{t\in T} p(t) = 1,$$

- что представления игроков вычисляются по правилу:

$$\mu_i(t_{-i}|t_i) = \frac{p(t)}{\sum\limits_{\tau\in T:\tau_i=t_i} p(\tau)}, \quad t \in T,\ i = 1,\dots,n.$$

Согласующиеся представления

- Представления $\{\mu_i\}_{i \in N}$ называются *согласующимися*,
- если на множестве T можно задать такое распределение вероятностей p,
- что все условные распределения вероятностей $\mu_i(\cdot|t_i)$ можно определить по правилу Байеса, исходя из распределения p.
- В случае, когда все множества T_i конечные, представления являются согласующимися,
- если существует распределение вероятностей
$$p : T \to [0, 1], \sum_{t \in T} p(t) = 1,$$
- что представления игроков вычисляются по правилу:
$$\mu_i(t_{-i}|t_i) = \frac{p(t)}{\sum\limits_{\tau \in T : \tau_i = t_i} p(\tau)}, \quad t \in T,\ i = 1, \dots, n.$$

Согласующиеся представления

- Представления $\{\mu_i\}_{i \in N}$ называются *согласующимися*,
- если на множестве T можно задать такое распределение вероятностей p,
- что все условные распределения вероятностей $\mu_i(\cdot|t_i)$ можно определить по правилу Байеса, исходя из распределения p.
- В случае, когда все множества T_i конечные, представления являются согласующимися,
- если существует распределение вероятностей
$$p : T \to [0,1], \sum_{t \in T} p(t) = 1,$$
- что представления игроков вычисляются по правилу:
$$\mu_i(t_{-i}|t_i) = \frac{p(t)}{\sum\limits_{\tau \in T : \tau_i = t_i} p(\tau)}, \quad t \in T,\ i = 1, \ldots, n.$$

Согласующиеся представления

- Представления $\{\mu_i\}_{i\in N}$ называются *согласующимися*,
- если на множестве T можно задать такое распределение вероятностей p,
- что все условные распределения вероятностей $\mu_i(\cdot|t_i)$ можно определить по правилу Байеса, исходя из распределения p.
- В случае, когда все множества T_i конечные, представления являются согласующимися,
- если существует распределение вероятностей

$$p : T \to [0,1],\ \sum_{t\in T} p(t) = 1,$$

- что представления игроков вычисляются по правилу:

$$\mu_i(t_{-i}|t_i) = \frac{p(t)}{\sum\limits_{\tau\in T:\tau_i=t_i} p(\tau)},\quad t\in T,\ i=1,\dots,n.$$

Согласующиеся представления: пример

- В модели дуополии Курно следующие предстваления игроков

$$\mu_1(L|L) = \frac{4}{7},\ \mu_1(H|L) = \frac{3}{7},\ \mu_1(L|H) = \frac{8}{17},\ \mu_1(H|H) = \frac{9}{17},$$
$$\mu_2(L|L) = \frac{1}{3},\ \mu_2(H|L) = \frac{2}{3},\ \mu_2(L|H) = \frac{1}{4},\ \mu_2(H|H) = \frac{3}{4}$$

- являются согласующимися, поскольку они определяется по правилу Байеса для распределения вероятностей

$$p(L,L) = \tfrac{1}{6},\ p(L,H) = \tfrac{1}{8},\ p(H,L) = \tfrac{1}{3},\ p(H,H) = \tfrac{3}{8}.$$

- Для примера,

$$\mu_1(L|H) = \frac{p(H,L)}{p(H,L)+p(H,H)} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{3}+\frac{3}{8}} = \frac{8}{17},$$

$$\mu_2(L|H) = \frac{p(L,H)}{p(L,H)+p(H,H)} = \frac{\frac{1}{8}}{\frac{1}{8}+\frac{3}{8}} = \frac{1}{4}.$$

Согласующиеся представления: пример

- В модели дуополии Курно следующие представаления игроков

$$\mu_1(L|L) = \frac{4}{7},\ \mu_1(H|L) = \frac{3}{7},\ \mu_1(L|H) = \frac{8}{17},\ \mu_1(H|H) = \frac{9}{17},$$
$$\mu_2(L|L) = \frac{1}{3},\ \mu_2(H|L) = \frac{2}{3},\ \mu_2(L|H) = \frac{1}{4},\ \mu_2(H|H) = \frac{3}{4}$$

- являются согласующимися, поскольку они определяется по правилу Байеса для распределения вероятностей

$$p(L,L) = \tfrac{1}{6},\ p(L,H) = \tfrac{1}{8},\ p(H,L) = \tfrac{1}{3},\ p(H,H) = \tfrac{3}{8}.$$

- Для примера,

$$\mu_1(L|H) = \frac{p(H,L)}{p(H,L)+p(H,H)} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{3}+\frac{3}{8}} = \frac{8}{17},$$

$$\mu_2(L|H) = \frac{p(L,H)}{p(L,H)+p(H,H)} = \frac{\frac{1}{8}}{\frac{1}{8}+\frac{3}{8}} = \frac{1}{4}.$$

Согласующиеся представления: пример

- В модели дуополии Курно следующие представаления игроков

$$\mu_1(L|L) = \frac{4}{7},\ \mu_1(H|L) = \frac{3}{7},\ \mu_1(L|H) = \frac{8}{17},\ \mu_1(H|H) = \frac{9}{17},$$
$$\mu_2(L|L) = \frac{1}{3},\ \mu_2(H|L) = \frac{2}{3},\ \mu_2(L|H) = \frac{1}{4},\ \mu_2(H|H) = \frac{3}{4}$$

- являются согласующимися, поскольку они определяется по правилу Байеса для распределения вероятностей

$$p(L,L) = \tfrac{1}{6},\ p(L,H) = \tfrac{1}{8},\ p(H,L) = \tfrac{1}{3},\ p(H,H) = \tfrac{3}{8}.$$

- Для примера,

$$\mu_1(L|H) = \frac{p(H,L)}{p(H,L)+p(H,H)} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{3}+\frac{3}{8}} = \frac{8}{17},$$
$$\mu_2(L|H) = \frac{p(L,H)}{p(L,H)+p(H,H)} = \frac{\frac{1}{8}}{\frac{1}{8}+\frac{3}{8}} = \frac{1}{4}.$$

Согласующиеся представления: пример

- В модели дуополии Курно следующие представаления игроков

$$\mu_1(L|L)=\frac{4}{7},\ \mu_1(H|L)=\frac{3}{7},\ \mu_1(L|H)=\frac{8}{17},\ \mu_1(H|H)=\frac{9}{17},$$
$$\mu_2(L|L)=\frac{1}{3},\ \mu_2(H|L)=\frac{2}{3},\ \mu_2(L|H)=\frac{1}{4},\ \mu_2(H|H)=\frac{3}{4}$$

- являются согласующимися, поскольку они определяется по правилу Байеса для распределения вероятностей

$$p(L,L)=\tfrac{1}{6},\ p(L,H)=\tfrac{1}{8},\ p(H,L)=\tfrac{1}{3},\ p(H,H)=\tfrac{3}{8}.$$

- Для примера,

$$\mu_1(L|H)=\frac{p(H,L)}{p(H,L)+p(H,H)}=\frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{3}+\frac{3}{8}}=\frac{8}{17},$$

$$\mu_2(L|H)=\frac{p(L,H)}{p(L,H)+p(H,H)}=\frac{\frac{1}{8}}{\frac{1}{8}+\frac{3}{8}}=\frac{1}{4}.$$

Согласующиеся представления: пример

- В модели дуополии Курно следующие представаления игроков
$$\mu_1(L|L) = \frac{4}{7},\ \mu_1(H|L) = \frac{3}{7},\ \mu_1(L|H) = \frac{8}{17},\ \mu_1(H|H) = \frac{9}{17},$$
$$\mu_2(L|L) = \frac{1}{3},\ \mu_2(H|L) = \frac{2}{3},\ \mu_2(L|H) = \frac{1}{4},\ \mu_2(H|H) = \frac{3}{4}$$
- являются согласующимися, поскольку они определяется по правилу Байеса для распределения вероятностей
$$p(L,L) = \tfrac{1}{6},\ p(L,H) = \tfrac{1}{8},\ p(H,L) = \tfrac{1}{3},\ p(H,H) = \tfrac{3}{8}.$$
- Для примера,
$$\mu_1(L|H) = \frac{p(H,L)}{p(H,L)+p(H,H)} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{3}+\frac{3}{8}} = \frac{8}{17},$$
$$\mu_2(L|H) = \frac{p(L,H)}{p(L,H)+p(H,H)} = \frac{\frac{1}{8}}{\frac{1}{8}+\frac{3}{8}} = \frac{1}{4}.$$

Согласующиеся и несогласующиеся представления

- В байесовской игре с согласующимися представлениями
- различия представлений игроков можно объяснить их различной информированностью.
- В игре с несогласующимися представлениями
- различия представлений игроков объясняются различием их мнений,
- которые не вытекают из различной информированности.

Согласующиеся и несогласующиеся представления

- В байесовской игре с согласующимися представлениями
- различия представлений игроков можно объяснить их различной информированностью.
- В игре с несогласующимися представлениями
- различия представлений игроков объясняются различием их мнений,
- которые не вытекают из различной информированности.

Согласующиеся и несогласующиеся представления

- В байесовской игре с согласующимися представлениями
- различия представлений игроков можно объяснить их различной информированностью.
- В игре с несогласующимися представлениями
- различия представлений игроков объясняются различием их мнений,
- которые не вытекают из различной информированности.

Согласующиеся и несогласующиеся представления

- В байесовской игре с согласующимися представлениями
- различия представлений игроков можно объяснить их различной информированностью.
- В игре с несогласующимися представлениями
- различия представлений игроков объясняются различием их мнений,
- которые не вытекают из различной информированности.

Согласующиеся и несогласующиеся представления

- В байесовской игре с согласующимися представлениями
- различия представлений игроков можно объяснить их различной информированностью.
- В игре с несогласующимися представлениями
- различия представлений игроков объясняются различием их мнений,
- которые не вытекают из различной информированности.

Содержание

Байесовское равновесие

Рассмотрим байесовскую игру

$$G = \left(\{1,\dots,n\}, \{S_i\}_{i=1}^n, \{T_i\}_{i=1}^n, \{\phi_i\}_{i=1}^n, \{\mu_i\}_{i=1}^n\right).$$

- *Байесовской стратегией* игрока i называется функция $\tilde{s}_i : T_i \to S_i$.
- Как и для обычных бескоолиционных игр, набор байесовских стратегий называем *ситуацией*.
- Ситуация $(\tilde{s}_1,\dots,\tilde{s}_n)$ — *байесовское равновесие*,
- если для каждого игрока i и каждого его типа $t_i \in T_i$ выполняются неравенства:

$$E_{t_i}(\phi_i(\tilde{s}_i(t_i), \tilde{s}_{-i}(t_{-i}); t_i)) \ge E_{t_i}(\phi_i(s_i, \tilde{s}_{-i}(t_{-i}); t_i)), \quad s_i \in S_i,$$

- где матожидание $E_{t_i}(\phi_i(s_i, \tilde{s}_{-i}(t_{-i}); t_i)$ вычисляется по распределению вероятностей $\mu_i(\cdot|t_i)$, а

$$\tilde{s}_{-i}(t_{-i}) \stackrel{\text{def}}{=} (\tilde{s}_1(t_1),\dots,\tilde{s}_{i-1}(t_{i-1}), \tilde{s}_{i+1}(t_{i+1}),\dots,\tilde{s}_n(t_n)).$$

Байесовское равновесие

Рассмотрим байесовскую игру

$$G = \left(\{1,\dots,n\}, \{S_i\}_{i=1}^n, \{T_i\}_{i=1}^n, \{\phi_i\}_{i=1}^n, \{\mu_i\}_{i=1}^n\right).$$

- *Байесовской стратегией* игрока i называется функция $\tilde{s}_i : T_i \to S_i$.
- Как и для обычных бескоолиционных игр, набор байесовских стратегий называем *ситуацией.*
- Ситуация $(\tilde{s}_1,\dots,\tilde{s}_n)$ — *байесовское равновесие,*
- если для каждого игрока i и каждого его типа $t_i \in T_i$ выполняются неравенства:

$$E_{t_i}(\phi_i(\tilde{s}_i(t_i), \tilde{s}_{-i}(t_{-i}); t_i)) \geq E_{t_i}(\phi_i(s_i, \tilde{s}_{-i}(t_{-i}); t_i)), \quad s_i \in S_i,$$

- где матожидание $E_{t_i}(\phi_i(s_i, \tilde{s}_{-i}(t_{-i}); t_i)$ вычисляется по распределению вероятностей $\mu_i(\cdot|t_i)$, а

$$\tilde{s}_{-i}(t_{-i}) \stackrel{\text{def}}{=} (\tilde{s}_1(t_1),\dots,\tilde{s}_{i-1}(t_{i-1}), \tilde{s}_{i+1}(t_{i+1}),\dots,\tilde{s}_n(t_n)).$$

Байесовское равновесие

Рассмотрим байесовскую игру

$$G = \left(\{1,\dots,n\}, \{S_i\}_{i=1}^n, \{T_i\}_{i=1}^n, \{\phi_i\}_{i=1}^n, \{\mu_i\}_{i=1}^n\right).$$

- *Байесовской стратегией* игрока i называется функция $\tilde{s}_i : T_i \to S_i$.
- Как и для обычных бескоолиционных игр, набор байесовских стратегий называем *ситуацией*.
- Ситуация $(\tilde{s}_1,\dots,\tilde{s}_n)$ — *байесовское равновесие*,
- если для каждого игрока i и каждого его типа $t_i \in T_i$ выполняются неравенства:

$$E_{t_i}(\phi_i(\tilde{s}_i(t_i), \tilde{s}_{-i}(t_{-i}); t_i)) \ge E_{t_i}(\phi_i(s_i, \tilde{s}_{-i}(t_{-i}); t_i)), \quad s_i \in S_i,$$

- где матожидание $E_{t_i}(\phi_i(s_i, \tilde{s}_{-i}(t_{-i}); t_i)$ вычисляется по распределению вероятностей $\mu_i(\cdot|t_i)$, а

$$\tilde{s}_{-i}(t_{-i}) \stackrel{\text{def}}{=} (\tilde{s}_1(t_1),\dots,\tilde{s}_{i-1}(t_{i-1}), \tilde{s}_{i+1}(t_{i+1}),\dots,\tilde{s}_n(t_n)).$$

Байесовское равновесие

Рассмотрим байесовскую игру

$$G = \left(\{1,\dots,n\}, \{S_i\}_{i=1}^n, \{T_i\}_{i=1}^n, \{\phi_i\}_{i=1}^n, \{\mu_i\}_{i=1}^n\right).$$

- *Байесовской стратегией* игрока i называется функция $\tilde{s}_i : T_i \to S_i$.
- Как и для обычных бескоолиционных игр, набор байесовских стратегий называем *ситуацией*.
- Ситуация $(\tilde{s}_1,\dots,\tilde{s}_n)$ — *байесовское равновесие,*
- если для каждого игрока i и каждого его типа $t_i \in T_i$ выполняются неравенства:

$$E_{t_i}(\phi_i(\tilde{s}_i(t_i), \tilde{s}_{-i}(t_{-i}); t_i)) \geq E_{t_i}(\phi_i(s_i, \tilde{s}_{-i}(t_{-i}); t_i)), \quad s_i \in S_i,$$

- где матожидание $E_{t_i}(\phi_i(s_i, \tilde{s}_{-i}(t_{-i}); t_i)$ вычисляется по распределению вероятностей $\mu_i(\cdot|t_i)$, а

$$\tilde{s}_{-i}(t_{-i}) \stackrel{\text{def}}{=} (\tilde{s}_1(t_1),\dots,\tilde{s}_{i-1}(t_{i-1}), \tilde{s}_{i+1}(t_{i+1}),\dots,\tilde{s}_n(t_n)).$$

Байесовское равновесие

Рассмотрим байесовскую игру

$$G = \left(\{1,\dots,n\}, \{S_i\}_{i=1}^n, \{T_i\}_{i=1}^n, \{\phi_i\}_{i=1}^n, \{\mu_i\}_{i=1}^n\right).$$

- *Байесовской стратегией* игрока i называется функция $\tilde{s}_i : T_i \to S_i$.
- Как и для обычных бескоолиционных игр, набор байесовских стратегий называем *ситуацией*.
- Ситуация $(\tilde{s}_1,\dots,\tilde{s}_n)$ — *байесовское равновесие*,
- если для каждого игрока i и каждого его типа $t_i \in T_i$ выполняются неравенства:

$$E_{t_i}(\phi_i(\tilde{s}_i(t_i), \tilde{s}_{-i}(t_{-i}); t_i)) \ge E_{t_i}(\phi_i(s_i, \tilde{s}_{-i}(t_{-i}); t_i)), \quad s_i \in S_i,$$

- где матожидание $E_{t_i}(\phi_i(s_i, \tilde{s}_{-i}(t_{-i}); t_i)$ вычисляется по распределению вероятностей $\mu_i(\cdot|t_i)$, а

$$\tilde{s}_{-i}(t_{-i}) \stackrel{\text{def}}{=} (\tilde{s}_1(t_1),\dots,\tilde{s}_{i-1}(t_{i-1}), \tilde{s}_{i+1}(t_{i+1}),\dots,\tilde{s}_n(t_n)).$$

Байесовское равновесие

Рассмотрим байесовскую игру

$$G = \left(\{1,\dots,n\}, \{S_i\}_{i=1}^n, \{T_i\}_{i=1}^n, \{\phi_i\}_{i=1}^n, \{\mu_i\}_{i=1}^n\right).$$

- *Байесовской стратегией* игрока i называется функция $\tilde{s}_i : T_i \to S_i$.
- Как и для обычных бескоолиционных игр, набор байесовских стратегий называем *ситуацией*.
- Ситуация $(\tilde{s}_1,\dots,\tilde{s}_n)$ — *байесовское равновесие*,
- если для каждого игрока i и каждого его типа $t_i \in T_i$ выполняются неравенства:

  $$E_{t_i}(\phi_i(\tilde{s}_i(t_i), \tilde{s}_{-i}(t_{-i}); t_i)) \ge E_{t_i}(\phi_i(s_i, \tilde{s}_{-i}(t_{-i}); t_i)), \quad s_i \in S_i,$$
- где матожидание $E_{t_i}(\phi_i(s_i, \tilde{s}_{-i}(t_{-i}); t_i)$ вычисляется по распределению вероятностей $\mu_i(\cdot|t_i)$, а

  $$\tilde{s}_{-i}(t_{-i}) \stackrel{\text{def}}{=} (\tilde{s}_1(t_1),\dots,\tilde{s}_{i-1}(t_{i-1}), \tilde{s}_{i+1}(t_{i+1}),\dots,\tilde{s}_n(t_n)).$$

Когда у всех игроков конечное количество типов

- В случае, когда все множества T_i конечные,
- ситуация $(\tilde{s}_1, \dots, \tilde{s}_n)$ является байесовским равновесием,
- если для каждого игрока i и каждого его типа $t_i \in T_i$
- стратегия $\tilde{s}_i(t_i)$ является оптимальным ответом игрока i типа t_i на комбинацию $\tilde{s}_{-i}$ байесовских стратегий других игроков:

$$\tilde{s}_i(t_i) \in \arg\max_{s_i \in S_i} \sum_{t_{-i} \in T_{-i}} \phi_i(s_i, \tilde{s}_{-i}(t_{-i}); t_i) \cdot \mu_i(t_{-i} | t_i).$$

Когда у всех игроков конечное количество типов

- В случае, когда все множества T_i конечные,
- ситуация $(\tilde{s}_1, \dots, \tilde{s}_n)$ является байесовским равновесием,
- если для каждого игрока i и каждого его типа $t_i \in T_i$
- стратегия $\tilde{s}_i(t_i)$ является оптимальным ответом игрока i типа t_i на комбинацию $\tilde{s}_{-i}$ байесовских стратегий других игроков:

$$\tilde{s}_i(t_i) \in \arg\max_{s_i \in S_i} \sum_{t_{-i} \in T_{-i}} \phi_i(s_i, \tilde{s}_{-i}(t_{-i}); t_i) \cdot \mu_i(t_{-i} | t_i).$$

Когда у всех игроков конечное количество типов

- В случае, когда все множества T_i конечные,
- ситуация $(\tilde{s}_1, \ldots, \tilde{s}_n)$ является байесовским равновесием,
- если для каждого игрока i и каждого его типа $t_i \in T_i$
- стратегия $\tilde{s}_i(t_i)$ является оптимальным ответом игрока i типа t_i на комбинацию $\tilde{s}_{-i}$ байесовских стратегий других игроков:

$$\tilde{s}_i(t_i) \in \arg\max_{s_i \in S_i} \sum_{t_{-i} \in T_{-i}} \phi_i(s_i, \tilde{s}_{-i}(t_{-i}); t_i) \cdot \mu_i(t_{-i} | t_i).$$

Когда у всех игроков конечное количество типов

- В случае, когда все множества T_i конечные,
- ситуация $(\tilde{s}_1, \dots, \tilde{s}_n)$ является байесовским равновесием,
- если для каждого игрока i и каждого его типа $t_i \in T_i$
- стратегия $\tilde{s}_i(t_i)$ является оптимальным ответом игрока i типа t_i на комбинацию $\tilde{s}_{-i}$ байесовских стратегий других игроков:

$$\tilde{s}_i(t_i) \in \arg\max_{s_i \in S_i} \sum_{t_{-i} \in T_{-i}} \phi_i(s_i, \tilde{s}_{-i}(t_{-i}); t_i) \cdot \mu_i(t_{-i} | t_i).$$

Байесовское равновесие в игре двух лиц

- В байесовской игре двух лиц
$$G = (\{1,2\},\{S_1,S_2\},\{T_1,T_2\},\{\phi_1,\phi_2\},\{\mu_1,\mu_2\})$$
с конечными множествами T_1 и T_2
- пара байесовских стратегий $(\tilde{s}_1,\tilde{s}_2)$ образует байесовское равновесие, если
- для каждого типа $t_1 \in T_1$ игрока 1
$$\tilde{s}_1(t_1) \in \arg\max_{s_1\in S_1} \sum_{t_2\in T_2} \phi_1(s_1,\tilde{s}_2(t_2);t_1)\cdot\mu_1(t_2|t_1)$$
- и для каждого типа $t_2 \in T_2$ игрока 2
$$\tilde{s}_2(t_2) \in \arg\max_{s_2\in S_2} \sum_{t_1\in T_1} \phi_2(\tilde{s}_1(t_1),s_2;t_2)\cdot\mu_2(t_1|t_2).$$

Байесовское равновесие в игре двух лиц

- В байесовской игре двух лиц
$$G = (\{1,2\},\{S_1,S_2\},\{T_1,T_2\},\{\phi_1,\phi_2\},\{\mu_1,\mu_2\})$$
с конечными множествами T_1 и T_2
- пара байесовских стратегий $(\tilde{s}_1,\tilde{s}_2)$ образует байесовское равновесие, если
- для каждого типа $t_1 \in T_1$ игрока 1
$$\tilde{s}_1(t_1) \in \arg\max_{s_1\in S_1} \sum_{t_2\in T_2} \phi_1(s_1,\tilde{s}_2(t_2);t_1)\cdot\mu_1(t_2|t_1)$$
- и для каждого типа $t_2 \in T_2$ игрока 2
$$\tilde{s}_2(t_2) \in \arg\max_{s_2\in S_2} \sum_{t_1\in T_1} \phi_2(\tilde{s}_1(t_1),s_2;t_2)\cdot\mu_2(t_1|t_2).$$

Байесовское равновесие в игре двух лиц

- В байесовской игре двух лиц
$$G = (\{1,2\}, \{S_1, S_2\}, \{T_1, T_2\}, \{\phi_1, \phi_2\}, \{\mu_1, \mu_2\})$$
с конечными множествами T_1 и T_2
- пара байесовских стратегий $(\tilde{s}_1, \tilde{s}_2)$ образует байесовское равновесие, если
- для каждого типа $t_1 \in T_1$ игрока 1
$$\tilde{s}_1(t_1) \in \arg\max_{s_1 \in S_1} \sum_{t_2 \in T_2} \phi_1(s_1, \tilde{s}_2(t_2); t_1) \cdot \mu_1(t_2|t_1)$$
- и для каждого типа $t_2 \in T_2$ игрока 2
$$\tilde{s}_2(t_2) \in \arg\max_{s_2 \in S_2} \sum_{t_1 \in T_1} \phi_2(\tilde{s}_1(t_1), s_2; t_2) \cdot \mu_2(t_1|t_2).$$

Байесовское равновесие в игре двух лиц

- В байесовской игре двух лиц
$$G = (\{1,2\}, \{S_1, S_2\}, \{T_1, T_2\}, \{\phi_1, \phi_2\}, \{\mu_1, \mu_2\})$$
с конечными множествами T_1 и T_2
- пара байесовских стратегий $(\tilde{s}_1, \tilde{s}_2)$ образует байесовское равновесие, если
- для каждого типа $t_1 \in T_1$ игрока 1
$$\tilde{s}_1(t_1) \in \arg\max_{s_1 \in S_1} \sum_{t_2 \in T_2} \phi_1(s_1, \tilde{s}_2(t_2); t_1) \cdot \mu_1(t_2|t_1)$$
- и для каждого типа $t_2 \in T_2$ игрока 2
$$\tilde{s}_2(t_2) \in \arg\max_{s_2 \in S_2} \sum_{t_1 \in T_1} \phi_2(\tilde{s}_1(t_1), s_2; t_2) \cdot \mu_2(t_1|t_2).$$

Ex-post равновесие

Определение

Байесовская ситуация $\tilde{s} = (\tilde{s}_1, \dots, \tilde{s}_n)$ называется *ex-post равновесием* в байесовской игре

$$G = \left(\{1, \dots, n\}, \{S_i\}_{i=1}^n, \{T_i\}_{i=1}^n, \{\phi_i\}_{i=1}^n, \{\mu_i\}_{i=1}^n\right),$$

если для $i \in \{1, \dots, n\}$

$$\phi_i(\tilde{s}_i(t_i), \tilde{s}_{-i}(t_{-i}); t_i) \geq \phi_i(s_i, \tilde{s}_{-i}(t_{-i}); t_i), \quad s_i \in S_i, \; t \in T.$$

- Содержательно, байесовская ситуация $\tilde{s}$ является ex-post равновесием,
- если для любой комбинации типов игроков $t = (t_1, \dots, t_n) \in T$,
- ситуация $(\tilde{s}_1(t_1), \dots, \tilde{s}_n(t_n))$ является равновесием в бескоалиционной игре с полной информацией,
- в которой участвуют только игрок 1 типа t_1, игрок 2 типа t_2, и т. д. игрок n типа t_n.

Ex-post равновесие

Определение

Байесовская ситуация $\tilde{s} = (\tilde{s}_1, \dots, \tilde{s}_n)$ называется *ex-post равновесием* в байесовской игре

$$G = \left(\{1, \dots, n\}, \{S_i\}_{i=1}^n, \{T_i\}_{i=1}^n, \{\phi_i\}_{i=1}^n, \{\mu_i\}_{i=1}^n\right),$$

если для $i \in \{1, \dots, n\}$

$$\phi_i(\tilde{s}_i(t_i), \tilde{s}_{-i}(t_{-i}); t_i) \geq \phi_i(s_i, \tilde{s}_{-i}(t_{-i}); t_i), \quad s_i \in S_i, \; t \in T.$$

- Содержательно, байесовская ситуация $\tilde{s}$ является ex-post равновесием,
- если для любой комбинации типов игроков $t = (t_1, \dots, t_n) \in T$,
- ситуация $(\tilde{s}_1(t_1), \dots, \tilde{s}_n(t_n))$ является равновесием в бескоалиционной игре с полной информацией,
- в которой участвуют только игрок 1 типа t_1, игрок 2 типа t_2, и т. д. игрок n типа t_n.

Ex-post равновесие

Определение

Байесовская ситуация $\tilde{s} = (\tilde{s}_1, \dots, \tilde{s}_n)$ называется *ex-post равновесием* в байесовской игре

$$G = \left(\{1, \dots, n\}, \{S_i\}_{i=1}^n, \{T_i\}_{i=1}^n, \{\phi_i\}_{i=1}^n, \{\mu_i\}_{i=1}^n\right),$$

если для $i \in \{1, \dots, n\}$

$$\phi_i(\tilde{s}_i(t_i), \tilde{s}_{-i}(t_{-i}); t_i) \geq \phi_i(s_i, \tilde{s}_{-i}(t_{-i}); t_i), \quad s_i \in S_i, \ t \in T.$$

- Содержательно, байесовская ситуация $\tilde{s}$ является ex-post равновесием,
- если для любой комбинации типов игроков $t = (t_1, \dots, t_n) \in T$,
- ситуация $(\tilde{s}_1(t_1), \dots, \tilde{s}_n(t_n))$ является равновесием в бескоалиционной игре с полной информацией,
- в которой участвуют только игрок 1 типа t_1, игрок 2 типа t_2, и т. д. игрок n типа t_n.

Ex-post равновесие

Определение

Байесовская ситуация $\tilde{s} = (\tilde{s}_1, \dots, \tilde{s}_n)$ называется *ex-post равновесием* в байесовской игре

$$G = \left(\{1, \dots, n\}, \{S_i\}_{i=1}^n, \{T_i\}_{i=1}^n, \{\phi_i\}_{i=1}^n, \{\mu_i\}_{i=1}^n\right),$$

если для $i \in \{1, \dots, n\}$

$$\phi_i(\tilde{s}_i(t_i), \tilde{s}_{-i}(t_{-i}); t_i) \geq \phi_i(s_i, \tilde{s}_{-i}(t_{-i}); t_i), \quad s_i \in S_i, \ t \in T.$$

- Содержательно, байесовская ситуация $\tilde{s}$ является ex-post равновесием,
- если для любой комбинации типов игроков $t = (t_1, \dots, t_n) \in T$,
- ситуация $(\tilde{s}_1(t_1), \dots, \tilde{s}_n(t_n))$ является равновесием в бескоалиционной игре с полной информацией,
- в которой участвуют только игрок 1 типа t_1, игрок 2 типа t_2, и т. д. игрок n типа t_n.

Ex-post равновесие

Определение

Байесовская ситуация $\tilde{s} = (\tilde{s}_1, \dots, \tilde{s}_n)$ называется *ex-post равновесием* в байесовской игре

$$G = \left(\{1, \dots, n\}, \{S_i\}_{i=1}^n, \{T_i\}_{i=1}^n, \{\phi_i\}_{i=1}^n, \{\mu_i\}_{i=1}^n\right),$$

если для $i \in \{1, \dots, n\}$

$$\phi_i(\tilde{s}_i(t_i), \tilde{s}_{-i}(t_{-i}); t_i) \geq \phi_i(s_i, \tilde{s}_{-i}(t_{-i}); t_i), \quad s_i \in S_i,\ t \in T.$$

- Содержательно, байесовская ситуация $\tilde{s}$ является ex-post равновесием,
- если для любой комбинации типов игроков $t = (t_1, \dots, t_n) \in T$,
- ситуация $(\tilde{s}_1(t_1), \dots, \tilde{s}_n(t_n))$ является равновесием в бескоалиционной игре с полной информацией,
- в которой участвуют только игрок 1 типа t_1, игрок 2 типа t_2, и т. д. игрок n типа t_n.

Ex-post равновесие

Определение

Байесовская ситуация $\tilde{s} = (\tilde{s}_1, \ldots, \tilde{s}_n)$ называется *ex-post равновесием* в байесовской игре

$$G = \left(\{1, \ldots, n\}, \{S_i\}_{i=1}^n, \{T_i\}_{i=1}^n, \{\phi_i\}_{i=1}^n, \{\mu_i\}_{i=1}^n\right),$$

если для $i \in \{1, \ldots, n\}$

$$\phi_i(\tilde{s}_i(t_i), \tilde{s}_{-i}(t_{-i}); t_i) \geq \phi_i(s_i, \tilde{s}_{-i}(t_{-i}); t_i), \quad s_i \in S_i, \ t \in T.$$

- Содержательно, байесовская ситуация $\tilde{s}$ является ex-post равновесием,
- если для любой комбинации типов игроков $t = (t_1, \ldots, t_n) \in T$,
- ситуация $(\tilde{s}_1(t_1), \ldots, \tilde{s}_n(t_n))$ является равновесием в бескоалиционной игре с полной информацией,
- в которой участвуют только игрок 1 типа t_1, игрок 2 типа t_2, и т. д. игрок n типа t_n.

Доминирующее равновесие

Определение

Байесовская стратегия $\tilde{s}_i : T \to S_i$ называется *доминирующей байесовской стратегией* игрока i в байесовской игре

$$G = \left(\{1,\dots,n\}, \{S_i\}_{i=1}^n, \{T_i\}_{i=1}^n, \{\phi_i\}_{i=1}^n, \{\mu_i\}_{i=1}^n\right),$$

если

$$\phi_i(\tilde{s}_i(t_i), s_{-i}; t_i) \geq \phi_i(s_i, s_{-i}; t_i), \quad s_i \in S_i,\ s_{-i} \in S_{-i},\ t_i \in T_i\,.$$

Если $\tilde{s}_i$ — доминирующая байесовская стратегия игрока i, то $\tilde{s}_i(t_i)$ есть оптимальный ответ игрока i типа t_i на любую комбинацию стратегий других игроков.

Определение

Байес. ситуация $\tilde{s} = (\tilde{s}_1, \dots, \tilde{s}_n)$ называется *доминирующим байесовским равновесием* в байесовской игре G, если все байесовские стратегии $\tilde{s}_i$ являются доминирующими.

Доминирующее равновесие

Определение

Байесовская стратегия $\tilde{s}_i : T \to S_i$ называется *доминирующей байесовской стратегией* игрока i в байесовской игре

$$G = \left(\{1,\dots,n\}, \{S_i\}_{i=1}^n, \{T_i\}_{i=1}^n, \{\phi_i\}_{i=1}^n, \{\mu_i\}_{i=1}^n\right),$$

если

$$\phi_i(\tilde{s}_i(t_i), s_{-i}; t_i) \ge \phi_i(s_i, s_{-i}; t_i), \quad s_i \in S_i,\ s_{-i} \in S_{-i},\ t_i \in T_i\,.$$

Если $\tilde{s}_i$ — доминирующая байесовская стратегия игрока i, то $\tilde{s}_i(t_i)$ есть оптимальный ответ игрока i типа t_i на любую комбинацию стратегий других игроков.

Определение

Байес. ситуация $\tilde{s} = (\tilde{s}_1,\dots,\tilde{s}_n)$ называется *доминирующим байесовским равновесием* в байесовской игре G, если все байесовские стратегии $\tilde{s}_i$ являются доминирующими.

Доминирующее равновесие

Определение

Байесовская стратегия $\tilde{s}_i : T \to S_i$ называется *доминирующей байесовской стратегией* игрока i в байесовской игре

$$G = \left(\{1, \ldots, n\}, \{S_i\}_{i=1}^n, \{T_i\}_{i=1}^n, \{\phi_i\}_{i=1}^n, \{\mu_i\}_{i=1}^n\right),$$

если

$$\phi_i(\tilde{s}_i(t_i), s_{-i}; t_i) \geq \phi_i(s_i, s_{-i}; t_i), \quad s_i \in S_i,\ s_{-i} \in S_{-i},\ t_i \in T_i\,.$$

Если $\tilde{s}_i$ — доминирующая байесовская стратегия игрока i, то $\tilde{s}_i(t_i)$ есть оптимальный ответ игрока i типа t_i на любую комбинацию стратегий других игроков.

Определение

Байес. ситуация $\tilde{s} = (\tilde{s}_1, \ldots, \tilde{s}_n)$ называется *доминирующим байесовским равновесием* в байесовской игре G, если все байесовские стратегии $\tilde{s}_i$ являются доминирующими.

Доминирующее равновесие

Определение

Байесовская стратегия $\tilde{s}_i : T \to S_i$ называется *доминирующей байесовской стратегией* игрока i в байесовской игре

$$G = \left(\{1, \dots, n\}, \{S_i\}_{i=1}^n, \{T_i\}_{i=1}^n, \{\phi_i\}_{i=1}^n, \{\mu_i\}_{i=1}^n\right),$$

если

$$\phi_i(\tilde{s}_i(t_i), s_{-i}; t_i) \geq \phi_i(s_i, s_{-i}; t_i), \quad s_i \in S_i,\ s_{-i} \in S_{-i},\ t_i \in T_i\,.$$

Если $\tilde{s}_i$ — доминирующая байесовская стратегия игрока i, то $\tilde{s}_i(t_i)$ есть оптимальный ответ игрока i типа t_i на любую комбинацию стратегий других игроков.

Определение

Байес. ситуация $\tilde{s} = (\tilde{s}_1, \dots, \tilde{s}_n)$ называется *доминирующим байесовским равновесием* в байесовской игре G, если все байесовские стратегии $\tilde{s}_i$ являются доминирующими.

Доминирующее равновесие

Определение

Байесовская стратегия $\tilde{s}_i : T \to S_i$ называется *доминирующей байесовской стратегией* игрока i в байесовской игре

$$G = \left(\{1,\dots,n\}, \{S_i\}_{i=1}^n, \{T_i\}_{i=1}^n, \{\phi_i\}_{i=1}^n, \{\mu_i\}_{i=1}^n\right),$$

если

$$\phi_i(\tilde{s}_i(t_i), s_{-i}; t_i) \geq \phi_i(s_i, s_{-i}; t_i), \quad s_i \in S_i,\ s_{-i} \in S_{-i},\ t_i \in T_i\,.$$

Если $\tilde{s}_i$ — доминирующая байесовская стратегия игрока i, то $\tilde{s}_i(t_i)$ есть оптимальный ответ игрока i типа t_i на любую комбинацию стратегий других игроков.

Определение

Байес. ситуация $\tilde{s} = (\tilde{s}_1, \dots, \tilde{s}_n)$ называется *доминирующим байесовским равновесием* в байесовской игре G, если все байесовские стратегии $\tilde{s}_i$ являются доминирующими.

Доминирующее равновесие

Определение

Байесовская стратегия $\tilde{s}_i : T \to S_i$ называется *доминирующей байесовской стратегией* игрока i в байесовской игре

$$G = \left(\{1, \dots, n\}, \{S_i\}_{i=1}^n, \{T_i\}_{i=1}^n, \{\phi_i\}_{i=1}^n, \{\mu_i\}_{i=1}^n\right),$$

если

$$\phi_i(\tilde{s}_i(t_i), s_{-i}; t_i) \geq \phi_i(s_i, s_{-i}; t_i), \quad s_i \in S_i,\ s_{-i} \in S_{-i},\ t_i \in T_i\,.$$

Если $\tilde{s}_i$ — доминирующая байесовская стратегия игрока i, то $\tilde{s}_i(t_i)$ есть оптимальный ответ игрока i типа t_i на любую комбинацию стратегий других игроков.

Определение

Байес. ситуация $\tilde{s} = (\tilde{s}_1, \dots, \tilde{s}_n)$ называется *доминирующим байесовским равновесием* в байесовской игре G, если все байесовские стратегии $\tilde{s}_i$ являются доминирующими.

Соотношение между тремя равновесиями

- Важно отметить, что понятия ex-post равновесия и доминирующего байесовского равновесия не зависят от представлений игроков μ_i.
- В тех случаях, когда мы будем заинтересованы в поиске ex-post или доминирующего равновесия, пятый элемент $(\{\mu_i\}_{i\in N})$ в обозначении байесовской игры мы будем заменять знаком «$*$».
- Соотношения между тремя введенными понятиями равновесия в байесовской игре следующие:

- доминирующее байесовское равновесие является ex-post равновесием,
- а ex-post равновесие является байесовским равновесием.

Соотношение между тремя равновесиями

- Важно отметить, что понятия ex-post равновесия и доминирующего байесовского равновесия не зависят от представлений игроков μ_i.
- В тех случаях, когда мы будем заинтересованы в поиске ex-post или доминирующего равновесия, пятый элемент ($\{\mu_i\}_{i \in N}$) в обозначении байесовской игры мы будем заменять знаком «$*$».
- Соотношения между тремя введенными понятиями равновесия в байесовской игре следующие:

  - доминирующее байесовское равновесие является ex-post равновесием,
  - а ex-post равновесие является байесовским равновесием.

Соотношение между тремя равновесиями

- Важно отметить, что понятия ex-post равновесия и доминирующего байесовского равновесия не зависят от представлений игроков μ_i.
- В тех случаях, когда мы будем заинтересованы в поиске ex-post или доминирующего равновесия, пятый элемент $(\{\mu_i\}_{i \in N})$ в обозначении байесовской игры мы будем заменять знаком «$*$».
- Соотношения между тремя введенными понятиями равновесия в байесовской игре следующие:

  - доминирующее байесовское равновесие является ex-post равновесием,
  - а ex-post равновесие является байесовским равновесием.

Соотношение между тремя равновесиями

- Важно отметить, что понятия ex-post равновесия и доминирующего байесовского равновесия не зависят от представлений игроков μ_i.
- В тех случаях, когда мы будем заинтересованы в поиске ex-post или доминирующего равновесия, пятый элемент $(\{\mu_i\}_{i \in N})$ в обозначении байесовской игры мы будем заменять знаком «$*$».
- Соотношения между тремя введенными понятиями равновесия в байесовской игре следующие:

- доминирующее байесовское равновесие является ex-post равновесием,
- а ex-post равновесие является байесовским равновесием.

Соотношение между тремя равновесиями

- Важно отметить, что понятия ex-post равновесия и доминирующего байесовского равновесия не зависят от представлений игроков μ_i.
- В тех случаях, когда мы будем заинтересованы в поиске ex-post или доминирующего равновесия, пятый элемент $(\{\mu_i\}_{i\in N})$ в обозначении байесовской игры мы будем заменять знаком «$*$».
- Соотношения между тремя введенными понятиями равновесия в байесовской игре следующие:

- доминирующее байесовское равновесие является ex-post равновесием,
- а ex-post равновесие является байесовским равновесием.

Содержание

Смешанные байесовские стратегии

Определение

- Если байес. игра *конечная* (все мн-ва T_i и S_i конечные),
- то *смешанная байесовская стратегия* игрока $i \in N$ есть векторная функция $\tilde{p}_i : T_i \to \Sigma^{k_i}$,
- где для $t_i \in T_i$ вектор
$$\tilde{p}_i(t_i) = (\tilde{p}_{i1}(t_i), \dots, \tilde{p}_{i,k_i}(t_i))^T$$
- задает распределение вероятностей на множестве $S_i = \{1, \dots, k_i\}$ (чистых) стратегий игрока i.

Смешанные байесовские стратегии

Определение

- Если байес. игра *конечная* (все мн-ва T_i и S_i конечные),
- то *смешанная байесовская стратегия* игрока $i \in N$ есть векторная функция $\tilde{p}_i : T_i \to \Sigma^{k_i}$,
- где для $t_i \in T_i$ вектор
$$\tilde{p}_i(t_i) = (\tilde{p}_{i1}(t_i), \dots, \tilde{p}_{i,k_i}(t_i))^T$$
- задает распределение вероятностей на множестве $S_i = \{1, \dots, k_i\}$ (чистых) стратегий игрока i.

Смешанные байесовские стратегии

Определение

- Если байес. игра *конечная* (все мн-ва T_i и S_i конечные),
- то *смешанная байесовская стратегия* игрока $i \in N$ есть векторная функция $\tilde{p}_i : T_i \to \Sigma^{k_i}$,
- где для $t_i \in T_i$ вектор
$$\tilde{p}_i(t_i) = (\tilde{p}_{i1}(t_i), \dots, \tilde{p}_{i,k_i}(t_i))^T$$
- задает распределение вероятностей на множестве $S_i = \{1, \dots, k_i\}$ (чистых) стратегий игрока i.

Смешанные байесовские стратегии

Определение

- Если байес. игра *конечная* (все мн-ва T_i и S_i конечные),
- то *смешанная байесовская стратегия* игрока $i \in N$ есть векторная функция $\tilde{p}_i : T_i \to \Sigma^{k_i}$,
- где для $t_i \in T_i$ вектор

$$\tilde{p}_i(t_i) = (\tilde{p}_{i1}(t_i), \ldots, \tilde{p}_{i,k_i}(t_i))^T$$

- задает распределение вероятностей на множестве $S_i = \{1, \ldots, k_i\}$ (чистых) стратегий игрока i.

Байесовское равновесие в смешанных стратегиях

Определение

- Смешанная байесовская ситуация $(\tilde{p}_1, \dots, \tilde{p}_n)$ является *байесовским равновесием в смешанных стратегиях*,
- если для каждого игрока i и каждого его типа $t_i \in T_i$ смешанная байесовская стратегия $\tilde{p}_i(t_i)$
- является оптимальным ответом игрока i типа t_i на сложившуюся ситуацию:

$$\tilde{p}_i(t_i) \in \arg\max_{p_i \in \Sigma^{k_i}} \sum_{t_{-i} \in T_{-i}} \sum_{s \in \prod_{j=1}^n S_j} \phi_i(s; t_i) \cdot \mu_i(t_{-i}|t_i) \times$$

$$\tilde{p}_{1,s_1}(t_1) \dots \tilde{p}_{i-1,s_{i-1}}(t_{i-1})\, p_{i,s_i}\, \tilde{p}_{i+1,s_{i+1}}(t_{i+1}) \dots \tilde{p}_{n,s_n}(t_n).$$

Байесовское равновесие в смешанных стратегиях

Определение

- Смешанная байесовская ситуация $(\tilde{p}_1, \dots, \tilde{p}_n)$ является *байесовским равновесием в смешанных стратегиях*,
- если для каждого игрока i и каждого его типа $t_i \in T_i$ смешанная байесовская стратегия $\tilde{p}_i(t_i)$
- является оптимальным ответом игрока i типа t_i на сложившуюся ситуацию:

$$\tilde{p}_i(t_i) \in \arg\max_{p_i \in \Sigma^{k_i}} \sum_{t_{-i} \in T_{-i}} \sum_{s \in \prod_{j=1}^n S_j} \phi_i(s; t_i) \cdot \mu_i(t_{-i} | t_i) \times$$

$$\tilde{p}_{1,s_1}(t_1) \dots \tilde{p}_{i-1,s_{i-1}}(t_{i-1})\, p_{i,s_i}\, \tilde{p}_{i+1,s_{i+1}}(t_{i+1}) \dots \tilde{p}_{n,s_n}(t_n).$$

Байесовское равновесие в смешанных стратегиях

Определение

- Смешанная байесовская ситуация $(\tilde{p}_1, \ldots, \tilde{p}_n)$ является *байесовским равновесием в смешанных стратегиях*,
- если для каждого игрока i и каждого его типа $t_i \in T_i$ смешанная байесовская стратегия $\tilde{p}_i(t_i)$
- является оптимальным ответом игрока i типа t_i на сложившуюся ситуацию:

$$\tilde{p}_i(t_i) \in \arg\max_{p_i \in \Sigma^{k_i}} \sum_{t_{-i} \in T_{-i}} \sum_{s \in \prod_{j=1}^n S_j} \phi_i(s; t_i) \cdot \mu_i(t_{-i}|t_i) \times$$

$$\tilde{p}_{1,s_1}(t_1) \ldots \tilde{p}_{i-1,s_{i-1}}(t_{i-1})\, p_{i,s_i}\, \tilde{p}_{i+1,s_{i+1}}(t_{i+1}) \ldots \tilde{p}_{n,s_n}(t_n).$$