Модели олигополий

Н.Н. Писарук
pisaruk@yandex.by

Экономический факультет
Белорусский государственный университет

Минск - 2014

Содержание

Олигополии

- Одним из основных достижений теории бесконалиционных игр в экономике является формулировка и анализ моделей *олигополий*.
- В этих моделях ограниченное число фирм соперничают на некотором рынке.
- Поскольку на рынке фирм немного, то они могут сами влиять на цены, что невозможно на рынках с совершенной конкуренцией.
- Теория игр доказывает, что и в этом случае на рынке возможно устойчивое равновесие,
- если фирмы-олигополисты будут принимать свои решения, просчитывая возможные ответы конкурентов.
- Мы рассмотрим две самые известные модели олигополий.

Олигополии

- Одним из основных достижений теории бесконалиционных игр в экономике является формулировка и анализ моделей *олигополий*.
- В этих моделях ограниченное число фирм соперничают на некотором рынке.
- Поскольку на рынке фирм немного, то они могут сами влиять на цены, что невозможно на рынках с совершенной конкуренцией.
- Теория игр доказывает, что и в этом случае на рынке возможно устойчивое равновесие,
- если фирмы-олигополисты будут принимать свои решения, просчитывая возможные ответы конкурентов.
- Мы рассмотрим две самые известные модели олигополий.

Олигополии

- Одним из основных достижений теории бесконалиционных игр в экономике является формулировка и анализ моделей *олигополий*.
- В этих моделях ограниченное число фирм соперничают на некотором рынке.
- Поскольку на рынке фирм немного, то они могут сами влиять на цены, что невозможно на рынках с совершенной конкуренцией.
- Теория игр доказывает, что и в этом случае на рынке возможно устойчивое равновесие,
- если фирмы-олигополисты будут принимать свои решения, просчитывая возможные ответы конкурентов.
- Мы рассмотрим две самые известные модели олигополий.

Олигополии

- Одним из основных достижений теории бесконкурентных игр в экономике является формулировка и анализ моделей *олигополий*.
- В этих моделях ограниченное число фирм соперничают на некотором рынке.
- Поскольку на рынке фирм немного, то они могут сами влиять на цены, что невозможно на рынках с совершенной конкуренцией.
- Теория игр доказывает, что и в этом случае на рынке возможно устойчивое равновесие,
- если фирмы-олигополисты будут принимать свои решения, просчитывая возможные ответы конкурентов.
- Мы рассмотрим две самые известные модели олигополий.

Олигополии

- Одним из основных достижений теории бескоалиционных игр в экономике является формулировка и анализ моделей *олигополий*.
- В этих моделях ограниченное число фирм соперничают на некотором рынке.
- Поскольку на рынке фирм немного, то они могут сами влиять на цены, что невозможно на рынках с совершенной конкуренцией.
- Теория игр доказывает, что и в этом случае на рынке возможно устойчивое равновесие,
- если фирмы-олигополисты будут принимать свои решения, просчитывая возможные ответы конкурентов.
- Мы рассмотрим две самые известные модели олигополий.

Олигополии

- Одним из основных достижений теории бескоалиционных игр в экономике является формулировка и анализ моделей *олигополий*.
- В этих моделях ограниченное число фирм соперничают на некотором рынке.
- Поскольку на рынке фирм немного, то они могут сами влиять на цены, что невозможно на рынках с совершенной конкуренцией.
- Теория игр доказывает, что и в этом случае на рынке возможно устойчивое равновесие,
- если фирмы-олигополисты будут принимать свои решения, просчитывая возможные ответы конкурентов.
- Мы рассмотрим две самые известные модели олигополий.

Олигополии Курно

- На однопродуктовом рынке соперничают n фирм (олигополистов).
- Технология фирмы i такова, что ее затраты на производство y_i единиц продукта равны $g_i(y_i)$.
- Максимал. объем производства на фирме i равен $d_i > 0$.
- Ф-ции g_i непрер. и строго возраст. на $[0, d_i]$, $g_i(0) = 0$.
- Нам известна *функция потребления* $q = f(p)$: при цене $p \geq 0$ продукт потребляют в объеме $f(p)$.
- $f : \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}_+$ непрерывная и строго убывающая.
- Функция продаж всех фирм $R(p) = pf(p)$ удовлетворяет следующим условиям:

$$\lim_{p \to 0^+} R(p) = 0, \quad \lim_{p \to \infty} R(p) = 0,$$

- т. е. никакой фирме невыгодна нулевая или очень большая цена.

Олигополии Курно

- На однопродуктовом рынке соперничают n фирм (олигополистов).
- Технология фирмы i такова, что ее затраты на производство y_i единиц продукта равны $g_i(y_i)$.
- Максимал. объем производства на фирме i равен $d_i > 0$.
- Ф-ции g_i непрер. и строго возраст. на $[0, d_i]$, $g_i(0) = 0$.
- Нам известна *функция потребления* $q = f(p)$: при цене $p \geq 0$ продукт потребляют в объеме $f(p)$.
- $f : \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}_+$ непрерывная и строго убывающая.
- Функция продаж всех фирм $R(p) = pf(p)$ удовлетворяет следующим условиям:

$$\lim_{p \to 0^+} R(p) = 0, \quad \lim_{p \to \infty} R(p) = 0,$$

- т. е. никакой фирме невыгодна нулевая или очень большая цена.

Олигополии Курно

- На однопродуктовом рынке соперничают n фирм (олигополистов).
- Технология фирмы i такова, что ее затраты на производство y_i единиц продукта равны $g_i(y_i)$.
- Максимал. объем производства на фирме i равен $d_i > 0$.
- Ф-ции g_i непрер. и строго возраст. на $[0, d_i]$, $g_i(0) = 0$.
- Нам известна *функция потребления* $q = f(p)$: при цене $p \geq 0$ продукт потребляют в объеме $f(p)$.
- $f : \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}_+$ непрерывная и строго убывающая.
- Функция продаж всех фирм $R(p) = pf(p)$ удовлетворяет следующим условиям:

$$\lim_{p \to 0^+} R(p) = 0, \quad \lim_{p \to \infty} R(p) = 0,$$

- т. е. никакой фирме невыгодна нулевая или очень большая цена.

Олигополии Курно

- На однопродуктовом рынке соперничают n фирм (олигополистов).
- Технология фирмы i такова, что ее затраты на производство y_i единиц продукта равны $g_i(y_i)$.
- Максимал. объем производства на фирме i равен $d_i > 0$.
- Ф-ции g_i непрер. и строго возраст. на $[0, d_i]$, $g_i(0) = 0$.
- Нам известна *функция потребления* $q = f(p)$: при цене $p \geq 0$ продукт потребляют в объеме $f(p)$.
- $f : \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}_+$ непрерывная и строго убывающая.
- Функция продаж всех фирм $R(p) = pf(p)$ удовлетворяет следующим условиям:

$$\lim_{p \to 0^+} R(p) = 0, \quad \lim_{p \to \infty} R(p) = 0,$$

- т. е. никакой фирме невыгодна нулевая или очень большая цена.

Олигополии Курно

- На однопродуктовом рынке соперничают n фирм (олигополистов).
- Технология фирмы i такова, что ее затраты на производство y_i единиц продукта равны $g_i(y_i)$.
- Максимал. объем производства на фирме i равен $d_i > 0$.
- Ф-ции g_i непрер. и строго возраст. на $[0, d_i]$, $g_i(0) = 0$.
- Нам известна *функция потребления* $q = f(p)$: при цене $p \geq 0$ продукт потребляют в объеме $f(p)$.
- $f : \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}_+$ непрерывная и строго убывающая.
- Функция продаж всех фирм $R(p) = pf(p)$ удовлетворяет следующим условиям:

$$\lim_{p \to 0^+} R(p) = 0, \qquad \lim_{p \to \infty} R(p) = 0,$$

- т. е. никакой фирме невыгодна нулевая или очень большая цена.

Олигополии Курно

- На однопродуктовом рынке соперничают n фирм (олигополистов).
- Технология фирмы i такова, что ее затраты на производство y_i единиц продукта равны $g_i(y_i)$.
- Максимал. объем производства на фирме i равен $d_i > 0$.
- Ф-ции g_i непрер. и строго возраст. на $[0, d_i]$, $g_i(0) = 0$.
- Нам известна *функция потребления* $q = f(p)$: при цене $p \geq 0$ продукт потребляют в объеме $f(p)$.
- $f : \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}_+$ непрерывная и строго убывающая.
- Функция продаж всех фирм $R(p) = pf(p)$ удовлетворяет следующим условиям:

$$\lim_{p \to 0^+} R(p) = 0, \qquad \lim_{p \to \infty} R(p) = 0,$$

- т. е. никакой фирме невыгодна нулевая или очень большая цена.

Олигополии Курно

- На однопродуктовом рынке соперничают n фирм (олигополистов).
- Технология фирмы i такова, что ее затраты на производство y_i единиц продукта равны $g_i(y_i)$.
- Максимал. объем производства на фирме i равен $d_i > 0$.
- Ф-ции g_i непрер. и строго возраст. на $[0, d_i]$, $g_i(0) = 0$.
- Нам известна *функция потребления* $q = f(p)$: при цене $p \geq 0$ продукт потребляют в объеме $f(p)$.
- $f : \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}_+$ непрерывная и строго убывающая.
- Функция продаж всех фирм $R(p) = pf(p)$ удовлетворяет следующим условиям:

$$\lim_{p \to 0^+} R(p) = 0, \quad \lim_{p \to \infty} R(p) = 0,$$

- т. е. никакой фирме невыгодна нулевая или очень большая цена.

Олигополии Курно

- На однопродуктовом рынке соперничают n фирм (олигополистов).
- Технология фирмы i такова, что ее затраты на производство y_i единиц продукта равны $g_i(y_i)$.
- Максимал. объем производства на фирме i равен $d_i > 0$.
- Ф-ции g_i непрер. и строго возраст. на $[0, d_i]$, $g_i(0) = 0$.
- Нам известна *функция потребления* $q = f(p)$: при цене $p \geq 0$ продукт потребляют в объеме $f(p)$.
- $f : \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}_+$ непрерывная и строго убывающая.
- Функция продаж всех фирм $R(p) = pf(p)$ удовлетворяет следующим условиям:

$$\lim_{p \to 0^+} R(p) = 0, \quad \lim_{p \to \infty} R(p) = 0,$$

- т. е. никакой фирме невыгодна нулевая или очень большая цена.

Содержание

Равновесие в модели олигополии Курно

- Поскольку f строго убывающая непрерывная функция, то для нее существует обратная функция $p = f^{-1}(q)$,
- которая называется *обратной функцией потребления.*
- Эта функция также непрерывная и строго убывающая.
- Чистая прибыль фирмы i равна $\pi_i(p, y_i) = py_i - g_i(y_i)$ при условии, что все произведенное ей удается продать.
- $\pi_i(p, 0) = 0$ для всех p, а $\pi_i(0, y_i) \leq 0$ для всех y_i.

Равновесие

- Набор неотрицательных значений $(\hat{p}, \hat{y}_1, \hat{y}_2, \ldots, \hat{y}_n)$ называется *равновесием,*
- если $\hat{p} > 0$ и выполняется *условие освобождения рынка*
$$f(\hat{p}) = \sum_{i=1}^{n} \hat{y}_i \, .$$

Равновесие в модели олигополии Курно

- Поскольку f строго убывающая непрерывная функция, то для нее существует обратная функция $p = f^{-1}(q)$,
- которая называется *обратной функцией потребления.*
- Эта функция также непрерывная и строго убывающая.
- Чистая прибыль фирмы i равна $\pi_i(p, y_i) = py_i - g_i(y_i)$ при условии, что все произведенное ей удается продать.
- $\pi_i(p, 0) = 0$ для всех p, а $\pi_i(0, y_i) \leq 0$ для всех y_i.

Равновесие

- Набор неотрицательных значений $(\hat{p}, \hat{y}_1, \hat{y}_2, \ldots, \hat{y}_n)$ называется *равновесием,*
- если $\hat{p} > 0$ и выполняется *условие освобождения рынка*

$$f(\hat{p}) = \sum_{i=1}^{n} \hat{y}_i \,.$$

Равновесие в модели олигополии Курно

- Поскольку f строго убывающая непрерывная функция, то для нее существует обратная функция $p = f^{-1}(q)$,
- которая называется *обратной функцией потребления.*
- Эта функция также непрерывная и строго убывающая.
- Чистая прибыль фирмы i равна $\pi_i(p, y_i) = py_i - g_i(y_i)$ при условии, что все произведенное ей удается продать.
- $\pi_i(p, 0) = 0$ для всех p, а $\pi_i(0, y_i) \leq 0$ для всех y_i.

Равновесие

- Набор неотрицательных значений $(\hat{p}, \hat{y}_1, \hat{y}_2, \ldots, \hat{y}_n)$ называется *равновесием,*
- если $\hat{p} > 0$ и выполняется *условие освобождения рынка*

$$f(\hat{p}) = \sum_{i=1}^{n} \hat{y}_i\,.$$

Равновесие в модели олигополии Курно

- Поскольку f строго убывающая непрерывная функция, то для нее существует обратная функция $p = f^{-1}(q)$,
- которая называется *обратной функцией потребления*.
- Эта функция также непрерывная и строго убывающая.
- Чистая прибыль фирмы i равна $\pi_i(p, y_i) = py_i - g_i(y_i)$ при условии, что все произведенное ей удается продать.
- $\pi_i(p, 0) = 0$ для всех p, а $\pi_i(0, y_i) \le 0$ для всех y_i.

Равновесие

- Набор неотрицательных значений $(\hat{p}, \hat{y}_1, \hat{y}_2, \dots, \hat{y}_n)$ называется *равновесием*,
- если $\hat{p} > 0$ и выполняется *условие освобождения рынка*

$$f(\hat{p}) = \sum_{i=1}^{n} \hat{y}_i \,.$$

Равновесие в модели олигополии Курно

- Поскольку f строго убывающая непрерывная функция, то для нее существует обратная функция $p = f^{-1}(q)$,
- которая называется *обратной функцией потребления*.
- Эта функция также непрерывная и строго убывающая.
- Чистая прибыль фирмы i равна $\pi_i(p, y_i) = py_i - g_i(y_i)$ при условии, что все произведенное ей удается продать.
- $\pi_i(p, 0) = 0$ для всех p, а $\pi_i(0, y_i) \leq 0$ для всех y_i.

Равновесие

- Набор неотрицательных значений $(\hat{p}, \hat{y}_1, \hat{y}_2, \dots, \hat{y}_n)$ называется *равновесием*,
- если $\hat{p} > 0$ и выполняется *условие освобождения рынка*

$$f(\hat{p}) = \sum_{i=1}^{n} \hat{y}_i .$$

Равновесие в модели олигополии Курно

- Поскольку f строго убывающая непрерывная функция, то для нее существует обратная функция $p = f^{-1}(q)$,
- которая называется *обратной функцией потребления*.
- Эта функция также непрерывная и строго убывающая.
- Чистая прибыль фирмы i равна $\pi_i(p, y_i) = py_i - g_i(y_i)$ при условии, что все произведенное ей удается продать.
- $\pi_i(p, 0) = 0$ для всех p, а $\pi_i(0, y_i) \le 0$ для всех y_i.

Равновесие

- Набор неотрицательных значений $(\hat{p}, \hat{y}_1, \hat{y}_2, \dots, \hat{y}_n)$ называется *равновесием*,
- если $\hat{p} > 0$ и выполняется *условие освобождения рынка*
$$f(\hat{p}) = \sum_{i=1}^{n} \hat{y}_i \,.$$

Равновесие в модели олигополии Курно

- Поскольку f строго убывающая непрерывная функция, то для нее существует обратная функция $p = f^{-1}(q)$,
- которая называется *обратной функцией потребления*.
- Эта функция также непрерывная и строго убывающая.
- Чистая прибыль фирмы i равна $\pi_i(p, y_i) = py_i - g_i(y_i)$ при условии, что все произведенное ей удается продать.
- $\pi_i(p, 0) = 0$ для всех p, а $\pi_i(0, y_i) \le 0$ для всех y_i.

Равновесие

- Набор неотрицательных значений $(\hat{p}, \hat{y}_1, \hat{y}_2, \dots, \hat{y}_n)$ называется *равновесием*,
- если $\hat{p} > 0$ и выполняется *условие освобождения рынка* $f(\hat{p}) = \sum_{i=1}^{n} \hat{y}_i$.

Равновесие в модели олигополии Курно

- Поскольку f строго убывающая непрерывная функция, то для нее существует обратная функция $p = f^{-1}(q)$,
- которая называется *обратной функцией потребления*.
- Эта функция также непрерывная и строго убывающая.
- Чистая прибыль фирмы i равна $\pi_i(p, y_i) = py_i - g_i(y_i)$ при условии, что все произведенное ей удается продать.
- $\pi_i(p, 0) = 0$ для всех p, а $\pi_i(0, y_i) \leq 0$ для всех y_i.

Равновесие

- Набор неотрицательных значений $(\hat{p}, \hat{y}_1, \hat{y}_2, \ldots, \hat{y}_n)$ называется *равновесием*,
- если $\hat{p} > 0$ и выполняется *условие освобождения рынка*

$$f(\hat{p}) = \sum_{i=1}^{n} \hat{y}_i\,.$$

Существование равновесия в модели Курно

Теорема

- *При выполнении всех предположений о свойствах функций затрат и потребления,*
- *и если для $i = 1, \dots, n$ функции*

$$\phi_i(y) = \phi_i(y_i, y_{-i}) \stackrel{\text{def}}{=} \pi_i\left(f^{-1}\left(\sum_{j=1}^{n} y_j\right), y_i\right)$$

$$= f^{-1}\left(\sum_{j=1}^{n} y_j\right) \cdot y_i - g_i(y_i).$$

квазивогнуты по y_i на $[0, d_i]$,

- *в модели олигополии Курно существует равновесие.*

Существование равновесия в модели Курно

Теорема

- *При выполнении всех предположений о свойствах функций затрат и потребления,*
- *и если для $i = 1, \dots, n$ функции*

$$\phi_i(y) = \phi_i(y_i, y_{-i}) \stackrel{\text{def}}{=} \pi_i\left(f^{-1}\left(\sum_{j=1}^{n} y_j\right), y_i\right) = f^{-1}\left(\sum_{j=1}^{n} y_j\right) \cdot y_i - g_i(y_i).$$

  квазивогнуты по y_i на $[0, d_i]$,
- *в модели олигополии Курно существует равновесие.*

Существование равновесия в модели Курно

Теорема

- *При выполнении всех предположений о свойствах функций затрат и потребления,*
- *и если для $i = 1, \ldots, n$ функции*

$$\phi_i(y) = \phi_i(y_i, y_{-i}) \stackrel{\text{def}}{=} \pi_i\left(f^{-1}\left(\sum_{j=1}^{n} y_j\right), y_i\right)$$
$$= f^{-1}\left(\sum_{j=1}^{n} y_j\right) \cdot y_i - g_i(y_i).$$

квазивогнуты по y_i на $[0, d_i]$,

- *в модели олигополии Курно существует равновесие.*

Существование равновесия в модели Курно

Теорема

- *При выполнении всех предположений о свойствах функций затрат и потребления,*
- *и если для $i = 1, \ldots, n$ функции*

$$\begin{aligned}\phi_i(y) = \phi_i(y_i, y_{-i}) &\stackrel{\text{def}}{=} \pi_i\left(f^{-1}\left(\sum_{j=1}^{n} y_j\right), y_i\right) \\ &= f^{-1}\left(\sum_{j=1}^{n} y_j\right) \cdot y_i - g_i(y_i).\end{aligned}$$

квазивогнуты по y_i на $[0, d_i]$,

- *в модели олигополии Курно существует равновесие.*

Существование равновесия в модели Курно

Доказательство.

- Представим модель олигополии как бесколиционную игру $\gamma = (\{1, \ldots, n\}, \{[0, d_i]\}_{i=1}^n, \{\phi_i\}_{i=1}^n)$.
- γ — выпуклая игра,
- поэтому она имеет ситуацию равновесия
$$\hat{y} = (\hat{y}_1, \hat{y}_2, \ldots, \hat{y}_n).$$
- Определяя $\hat{p} = f^{-1}\left(\sum_{i=1}^n \hat{y}_i\right)$,
- мы получим равновесие $(\hat{p}, \hat{y}_1, \hat{y}_2, \ldots, \hat{y}_n)$ для модели олигополии Курно.

$\square$

Существование равновесия в модели Курно

Доказательство.

- Представим модель олигополии как бесcкоалиционную игру $\gamma = (\{1, \ldots, n\}, \{[0, d_i]\}_{i=1}^n, \{\phi_i\}_{i=1}^n)$.
- γ — выпуклая игра,
- поэтому она имеет ситуацию равновесия
$$\hat{y} = (\hat{y}_1, \hat{y}_2, \ldots, \hat{y}_n).$$
- Определяя $\hat{p} = f^{-1}\left(\sum_{i=1}^n \hat{y}_i\right)$,
- мы получим равновесие $(\hat{p}, \hat{y}_1, \hat{y}_2, \ldots, \hat{y}_n)$ для модели олигополии Курно.

□

Существование равновесия в модели Курно

Доказательство.

- Представим модель олигополии как бескоалиционную игру $\gamma = (\{1, \ldots, n\}, \{[0, d_i]\}_{i=1}^n, \{\phi_i\}_{i=1}^n)$.
- γ — выпуклая игра,
- поэтому она имеет ситуацию равновесия
$$\hat{y} = (\hat{y}_1, \hat{y}_2, \ldots, \hat{y}_n).$$
- Определяя $\hat{p} = f^{-1}\left(\sum_{i=1}^{n} \hat{y}_i\right)$,
- мы получим равновесие $(\hat{p}, \hat{y}_1, \hat{y}_2, \ldots, \hat{y}_n)$ для модели олигополии Курно.

$\square$

Существование равновесия в модели Курно

Доказательство.

- Представим модель олигополии как бескоалиционную игру $\gamma = (\{1,\ldots,n\}, \{[0,d_i]\}_{i=1}^n, \{\phi_i\}_{i=1}^n)$.
- γ — выпуклая игра,
- поэтому она имеет ситуацию равновесия
$$\hat{y} = (\hat{y}_1, \hat{y}_2, \ldots, \hat{y}_n).$$
- Определяя $\hat{p} = f^{-1}\left(\sum_{i=1}^n \hat{y}_i\right)$,
- мы получим равновесие $(\hat{p}, \hat{y}_1, \hat{y}_2, \ldots, \hat{y}_n)$ для модели олигополии Курно.

$\square$

Содержание

Гладкие функции затрат и спроса

- Предполагая, что функции $g_i(y_i)$ и $f(p)$ непрерывно дифференцируемы, мы можем получить ряд дополнительных свойств ситуаций равновесия.
- Для простоты также предположим, что $d_i = +\infty$ для всех $i = 1, \ldots, n$.
- В таком случае множество $S_i = \mathbb{R}_+$ стратегий игрока i не является компактом (оно не является ограниченным)
- игра γ не является выпуклой
- и нет гарантии, что существует равновесие в бесконалиционной игре

$$\bar{\gamma} = (\{1, \ldots, n\}, \{S_i = \mathbb{R}_+\}_{i=1}^n, \{\phi_i\}_{i=1}^n).$$

Гладкие функции затрат и спроса

- Предполагая, что функции $g_i(y_i)$ и $f(p)$ непрерывно дифференцируемы, мы можем получить ряд дополнительных свойств ситуаций равновесия.
- Для простоты также предположим, что $d_i = +\infty$ для всех $i = 1, \ldots, n$.
- В таком случае множество $S_i = \mathbb{R}_+$ стратегий игрока i не является компактом (оно не является ограниченным)
- игра γ не является выпуклой
- и нет гарантии, что существует равновесие в бескоалиционной игре

$$\bar{\gamma} = (\{1, \ldots, n\}, \{S_i = \mathbb{R}_+\}_{i=1}^n, \{\phi_i\}_{i=1}^n).$$

Гладкие функции затрат и спроса

- Предполагая, что функции $g_i(y_i)$ и $f(p)$ непрерывно дифференцируемы, мы можем получить ряд дополнительных свойств ситуаций равновесия.
- Для простоты также предположим, что $d_i = +\infty$ для всех $i = 1, \ldots, n$.
- В таком случае множество $S_i = \mathbb{R}_+$ стратегий игрока i не является компактом (оно не является ограниченным)
- игра γ не является выпуклой
- и нет гарантии, что существует равновесие в бескоалиционной игре

$$\bar{\gamma} = (\{1, \ldots, n\}, \{S_i = \mathbb{R}_+\}_{i=1}^n, \{\phi_i\}_{i=1}^n).$$

Гладкие функции затрат и спроса

- Предполагая, что функции $g_i(y_i)$ и $f(p)$ непрерывно дифференцируемы, мы можем получить ряд дополнительных свойств ситуаций равновесия.
- Для простоты также предположим, что $d_i = +\infty$ для всех $i = 1, \ldots, n$.
- В таком случае множество $S_i = \mathbb{R}_+$ стратегий игрока i не является компактом (оно не является ограниченным)
- игра γ не является выпуклой
- и нет гарантии, что существует равновесие в бескоалиционной игре

$$\bar{\gamma} = (\{1, \ldots, n\}, \{S_i = \mathbb{R}_+\}_{i=1}^n, \{\phi_i\}_{i=1}^n).$$

Гладкие функции затрат и спроса

- Предполагая, что функции $g_i(y_i)$ и $f(p)$ непрерывно дифференцируемы, мы можем получить ряд дополнительных свойств ситуаций равновесия.
- Для простоты также предположим, что $d_i = +\infty$ для всех $i = 1, \ldots, n$.
- В таком случае множество $S_i = \mathbb{R}_+$ стратегий игрока i не является компактом (оно не является ограниченным)
- игра γ не является выпуклой
- и нет гарантии, что существует равновесие в бескоалиционной игре

$$\bar{\gamma} = (\{1, \ldots, n\}, \{S_i = \mathbb{R}_+\}_{i=1}^n, \{\phi_i\}_{i=1}^n).$$

Поиск равновесия

- Равновесие $\hat{y} = (\hat{y}_1, \dots, \hat{y}_n)$ в игре $\bar{\gamma}$ является решением следующей системы включений:
$$\hat{y}_i \in \arg\max_{y_i \geq 0} \phi_i(y_i, \hat{y}_{-i}), \quad i = 1, \dots, n.$$
- Фирма i найдет свой оптимальный объем производства $\hat{y}_i$, при условии что она знает выпуски $\hat{y}_{-i} = (\hat{y}_1, \dots, \hat{y}_{i-1}, \hat{y}_{i+1}, \dots, \hat{y}_n)$ других фирм,
- решая следующую оптимизационную задачу:
$$\max_{y_i \geq 0} \phi_i(y_i, \hat{y}_{-i}). \qquad (*)$$
- По теореме Куна — Таккера в точке $\hat{y}_i$ оптимума задачи $(*)$ выполняются условия:
$$\frac{\partial \phi_i}{\partial y_i}(\hat{y}_i, \hat{y}_{-i}) \leq 0 \quad \text{и} \quad \hat{y}_i \frac{\partial \phi_i}{\partial y_i}(\hat{y}_i, \hat{y}_{-i}) = 0, \quad i = 1, \dots, n.$$

Поиск равновесия

- Равновесие $\hat{y} = (\hat{y}_1, \dots, \hat{y}_n)$ в игре $\bar{\gamma}$ является решением следующей системы включений:

$$\hat{y}_i \in \arg\max_{y_i \geq 0} \phi_i(y_i, \hat{y}_{-i}), \quad i = 1, \dots, n.$$

- Фирма i найдет свой оптимальный объем производства $\hat{y}_i$, при условии что она знает выпуски $\hat{y}_{-i} = (\hat{y}_1, \dots, \hat{y}_{i-1}, \hat{y}_{i+1}, \dots, \hat{y}_n)$ других фирм,
- решая следующую оптимизационную задачу:

$$\max_{y_i \geq 0} \phi_i(y_i, \hat{y}_{-i}). \qquad (*)$$

- По теореме Куна — Таккера в точке $\hat{y}_i$ оптимума задачи $(*)$ выполняются условия:

$$\frac{\partial \phi_i}{\partial y_i}(\hat{y}_i, \hat{y}_{-i}) \leq 0 \quad \text{и} \quad \hat{y}_i \frac{\partial \phi_i}{\partial y_i}(\hat{y}_i, \hat{y}_{-i}) = 0, \quad i = 1, \dots, n.$$

Поиск равновесия

- Равновесие $\hat{y} = (\hat{y}_1, \dots, \hat{y}_n)$ в игре $\bar{\gamma}$ является решением следующей системы включений:

$$\hat{y}_i \in \arg\max_{y_i \geq 0} \phi_i(y_i, \hat{y}_{-i}), \quad i = 1, \dots, n.$$

- Фирма i найдет свой оптимальный объем производства $\hat{y}_i$, при условии что она знает выпуски $\hat{y}_{-i} = (\hat{y}_1, \dots, \hat{y}_{i-1}, \hat{y}_{i+1}, \dots, \hat{y}_n)$ других фирм,
- решая следующую оптимизационную задачу:

$$\max_{y_i \geq 0} \phi_i(y_i, \hat{y}_{-i}). \qquad (*)$$

- По теореме Куна — Таккера в точке $\hat{y}_i$ оптимума задачи $(*)$ выполняются условия:

$$\frac{\partial \phi_i}{\partial y_i}(\hat{y}_i, \hat{y}_{-i}) \leq 0 \quad \text{и} \quad \hat{y}_i \frac{\partial \phi_i}{\partial y_i}(\hat{y}_i, \hat{y}_{-i}) = 0, \quad i = 1, \dots, n.$$

Поиск равновесия

- Равновесие $\hat{y} = (\hat{y}_1, \dots, \hat{y}_n)$ в игре $\bar{\gamma}$ является решением следующей системы включений:

$$\hat{y}_i \in \arg\max_{y_i \geq 0} \phi_i(y_i, \hat{y}_{-i}), \quad i = 1, \dots, n.$$

- Фирма i найдет свой оптимальный объем производства $\hat{y}_i$, при условии что она знает выпуски $\hat{y}_{-i} = (\hat{y}_1, \dots, \hat{y}_{i-1}, \hat{y}_{i+1}, \dots, \hat{y}_n)$ других фирм,
- решая следующую оптимизационную задачу:

$$\max_{y_i \geq 0} \phi_i(y_i, \hat{y}_{-i}). \qquad (*)$$

- По теореме Куна — Таккера в точке $\hat{y}_i$ оптимума задачи $(*)$ выполняются условия:

$$\frac{\partial \phi_i}{\partial y_i}(\hat{y}_i, \hat{y}_{-i}) \leq 0 \quad \text{и} \quad \hat{y}_i \frac{\partial \phi_i}{\partial y_i}(\hat{y}_i, \hat{y}_{-i}) = 0, \quad i = 1, \dots, n.$$

Поиск равновесия

- Подставляя выражения $\phi_i(y) = f^{-1}\left(\sum_{j=1}^{n} y_j\right) \cdot y_i - g_i(y_i)$ при $y = \hat{y}$ и $\hat{p} = f^{-1}\left(\sum_{i=1}^{n} \hat{y}_i\right)$ в

$$\frac{\partial \phi_i}{\partial y_i}(\hat{y}_i, \hat{y}_{-i}) \le 0 \quad \text{и} \quad \hat{y}_i \frac{\partial \phi_i}{\partial y_i}(\hat{y}_i, \hat{y}_{-i}) = 0, \quad i = 1, \dots, n,$$

- получим систему

$$\hat{p} + \frac{\hat{y}_i}{f'(\hat{p})} - g_i'(\hat{y}_i) \le 0, \quad i = 1, \dots, n,$$

$$\hat{y}_i \left(\hat{p} + \frac{\hat{y}_i}{f'(\hat{p})} - g_i'(\hat{y}_i)\right) = 0, \quad i = 1, \dots, n.$$

Поиск равновесия

- Подставляя выражения $\phi_i(y) = f^{-1}\left(\sum_{j=1}^{n} y_j\right) \cdot y_i - g_i(y_i)$ при $y = \hat{y}$ и $\hat{p} = f^{-1}\left(\sum_{i=1}^{n} \hat{y}_i\right)$ в
$$\frac{\partial \phi_i}{\partial y_i}(\hat{y}_i, \hat{y}_{-i}) \le 0 \quad \text{и} \quad \hat{y}_i \frac{\partial \phi_i}{\partial y_i}(\hat{y}_i, \hat{y}_{-i}) = 0, \quad i = 1, \dots, n,$$
- получим систему

$$\hat{p} + \frac{\hat{y}_i}{f'(\hat{p})} - g_i'(\hat{y}_i) \le 0, \quad i = 1, \dots, n,$$
$$\hat{y}_i \left(\hat{p} + \frac{\hat{y}_i}{f'(\hat{p})} - g_i'(\hat{y}_i)\right) = 0, \quad i = 1, \dots, n.$$

Поиск равновесия

$$\begin{aligned} \hat{p} + \frac{\hat{y}_i}{f'(\hat{p})} - g_i'(\hat{y}_i) \le 0, \quad i = 1, \dots, n, \\ \hat{y}_i \left(\hat{p} + \frac{\hat{y}_i}{f'(\hat{p})} - g_i'(\hat{y}_i) \right) = 0, \quad i = 1, \dots, n. \end{aligned} \qquad (***)$$

- Если фирма i остается на рынке, т. е. $\hat{y}_i > 0$,
- то из $(***)$ следует, что
$$\hat{y}_i = f'(\hat{p}) \left(g_i'(\hat{y}_i) - \hat{p} \right) > 0.$$
- А поскольку f строго убывающая функция, то
$$f'(\hat{p}) < 0 \quad \text{и} \quad g_i'(\hat{y}_i) < \hat{p}.$$
- Эти неравенства означают, что на рынке остаются только те фирмы, чьи предельные издержки не превосходят равновесной цены продукта.

Поиск равновесия

$$\begin{aligned} \hat{p} + \frac{\hat{y}_i}{f'(\hat{p})} - g_i'(\hat{y}_i) \le 0, &\quad i = 1, \ldots, n, \\ \hat{y}_i \left(\hat{p} + \frac{\hat{y}_i}{f'(\hat{p})} - g_i'(\hat{y}_i) \right) = 0, &\quad i = 1, \ldots, n. \end{aligned} \qquad (***)$$

- Если фирма i остается на рынке, т. е. $\hat{y}_i > 0$,
- то из $(***)$ следует, что
$$\hat{y}_i = f'(\hat{p}) \left(g_i'(\hat{y}_i) - \hat{p} \right) > 0.$$
- А поскольку f строго убывающая функция, то
$$f'(\hat{p}) < 0 \quad \text{и} \quad g_i'(\hat{y}_i) < \hat{p}.$$
- Эти неравенства означают, что на рынке остаются только те фирмы, чьи предельные издержки не превосходят равновесной цены продукта.

Поиск равновесия

$$\begin{aligned} \hat{p} + \frac{\hat{y}_i}{f'(\hat{p})} - g_i'(\hat{y}_i) \le 0, \quad i = 1, \dots, n, \\ \hat{y}_i \left(\hat{p} + \frac{\hat{y}_i}{f'(\hat{p})} - g_i'(\hat{y}_i) \right) = 0, \quad i = 1, \dots, n. \end{aligned} \qquad (***)$$

- Если фирма i остается на рынке, т. е. $\hat{y}_i > 0$,
- то из $(***)$ следует, что
$$\hat{y}_i = f'(\hat{p})\,(g_i'(\hat{y}_i) - \hat{p}) > 0.$$
- А поскольку f строго убывающая функция, то
$$f'(\hat{p}) < 0 \quad \text{и} \quad g_i'(\hat{y}_i) < \hat{p}.$$
- Эти неравенства означают, что на рынке остаются только те фирмы, чьи предельные издержки не превосходят равновесной цены продукта.

Поиск равновесия

$$\begin{aligned} \hat{p} + \frac{\hat{y}_i}{f'(\hat{p})} - g_i'(\hat{y}_i) \le 0, &\quad i = 1, \dots, n, \\ \hat{y}_i \left(\hat{p} + \frac{\hat{y}_i}{f'(\hat{p})} - g_i'(\hat{y}_i) \right) = 0, &\quad i = 1, \dots, n. \end{aligned} \tag{$***$}$$

- Если фирма i остается на рынке, т. е. $\hat{y}_i > 0$,
- то из $(***)$ следует, что
$$\hat{y}_i = f'(\hat{p})\,(g_i'(\hat{y}_i) - \hat{p}) > 0.$$
- А поскольку f строго убывающая функция, то
$$f'(\hat{p}) < 0 \quad \text{и} \quad g_i'(\hat{y}_i) < \hat{p}.$$
- Эти неравенства означают, что на рынке остаются только те фирмы, чьи предельные издержки не превосходят равновесной цены продукта.

Поиск равновесия

$$\begin{aligned} &\hat{p} + \frac{\hat{y}_i}{f'(\hat{p})} - g_i'(\hat{y}_i) \le 0, \quad i = 1, \dots, n, \\ &\hat{y}_i \left(\hat{p} + \frac{\hat{y}_i}{f'(\hat{p})} - g_i'(\hat{y}_i) \right) = 0, \quad i = 1, \dots, n. \end{aligned} \qquad (***)$$

- Если фирма i остается на рынке, т. е. $\hat{y}_i > 0$,
- то из $(***)$ следует, что
$$\hat{y}_i = f'(\hat{p}) \left(g_i'(\hat{y}_i) - \hat{p} \right) > 0.$$
- А поскольку f строго убывающая функция, то
$$f'(\hat{p}) < 0 \quad \text{и} \quad g_i'(\hat{y}_i) < \hat{p}.$$
- Эти неравенства означают, что на рынке остаются только те фирмы, чьи предельные издержки не превосходят равновесной цены продукта.

Содержание

Линейные функции затрат и спроса

- На однопродуктовом рынке конкурируют n фирм.
- Предположим, что функция спроса линейная: $q = f(p) = a - bp$, где a и b — положительные числа.
- Функции затрат всех фирм также линейны: $g_i(y_i) = c_i y_i$, где $c_i > 0$ есть стоимость производства единицы продукта на фирме $i = 1, \dots, n$.
- Спрос равен предложению: $q = \sum_{i=1}^n y_i$.
- Фирма i продает все, что она производит. Поэтому ее чистая прибыль равна $\pi_i(p, y_i) = p y_i - c_i y_i$.
- Обращая функцию спроса, получаем цену
$$p = \frac{a-q}{b} = \frac{a - \sum_{i=1}^n y_i}{b}.$$
- Используя это выражение, мы можем выразить чистые прибыли всех фирм как функции выпусков:
$$\phi_i(y_1, \dots, y_n) = \frac{a - \sum_{j=1}^n y_j}{b} y_i - c_i y_i, \quad i = 1, \dots, n.$$

Линейные функции затрат и спроса

- На однопродуктовом рынке конкурируют n фирм.
- Предположим, что функция спроса линейная:
  $q = f(p) = a - bp$, где a и b — положительные числа.
- Функции затрат всех фирм также линейны:
  $g_i(y_i) = c_i y_i$, где $c_i > 0$ есть стоимость производства единицы продукта на фирме $i = 1, \dots, n$.
- Спрос равен предложению: $q = \sum_{i=1}^n y_i$.
- Фирма i продает все, что она производит. Поэтому ее чистая прибыль равна $\pi_i(p, y_i) = py_i - c_i y_i$.
- Обращая функцию спроса, получаем цену

$$p = \frac{a - q}{b} = \frac{a - \sum_{i=1}^n y_i}{b}.$$

- Используя это выражение, мы можем выразить чистые прибыли всех фирм как функции выпусков:

$$\phi_i(y_1, \dots, y_n) = \frac{a - \sum_{j=1}^n y_j}{b} y_i - c_i y_i, \quad i = 1, \dots, n.$$

Линейные функции затрат и спроса

- На однопродуктовом рынке конкурируют n фирм.
- Предположим, что функция спроса линейная: $q = f(p) = a - bp$, где a и b — положительные числа.
- Функции затрат всех фирм также линейны: $g_i(y_i) = c_i y_i$, где $c_i > 0$ есть стоимость производства единицы продукта на фирме $i = 1, \ldots, n$.
- Спрос равен предложению: $q = \sum_{i=1}^n y_i$.
- Фирма i продает все, что она производит. Поэтому ее чистая прибыль равна $\pi_i(p, y_i) = p y_i - c_i y_i$.
- Обращая функцию спроса, получаем цену

$$p = \frac{a - q}{b} = \frac{a - \sum_{i=1}^n y_i}{b}.$$

- Используя это выражение, мы можем выразить чистые прибыли всех фирм как функции выпусков:

$$\phi_i(y_1, \ldots, y_n) = \frac{a - \sum_{j=1}^n y_j}{b} y_i - c_i y_i, \quad i = 1, \ldots, n.$$

Линейные функции затрат и спроса

- На однопродуктовом рынке конкурируют n фирм.
- Предположим, что функция спроса линейная: $q = f(p) = a - bp$, где a и b — положительные числа.
- Функции затрат всех фирм также линейны: $g_i(y_i) = c_i y_i$, где $c_i > 0$ есть стоимость производства единицы продукта на фирме $i = 1, \dots, n$.
- Спрос равен предложению: $q = \sum_{i=1}^n y_i$.
- Фирма i продает все, что она производит. Поэтому ее чистая прибыль равна $\pi_i(p, y_i) = py_i - c_i y_i$.
- Обращая функцию спроса, получаем цену
$$p = \frac{a - q}{b} = \frac{a - \sum_{i=1}^n y_i}{b}.$$
- Используя это выражение, мы можем выразить чистые прибыли всех фирм как функции выпусков:
$$\phi_i(y_1, \dots, y_n) = \frac{a - \sum_{j=1}^n y_j}{b} y_i - c_i y_i, \quad i = 1, \dots, n.$$

Линейные функции затрат и спроса

- На однопродуктовом рынке конкурируют n фирм.
- Предположим, что функция спроса линейная: $q = f(p) = a - bp$, где a и b — положительные числа.
- Функции затрат всех фирм также линейны: $g_i(y_i) = c_i y_i$, где $c_i > 0$ есть стоимость производства единицы продукта на фирме $i = 1, \dots, n$.
- Спрос равен предложению: $q = \sum_{i=1}^{n} y_i$.
- Фирма i продает все, что она производит. Поэтому ее чистая прибыль равна $\pi_i(p, y_i) = py_i - c_i y_i$.
- Обращая функцию спроса, получаем цену
$$p = \frac{a - q}{b} = \frac{a - \sum_{i=1}^{n} y_i}{b}.$$
- Используя это выражение, мы можем выразить чистые прибыли всех фирм как функции выпусков:
$$\phi_i(y_1, \dots, y_n) = \frac{a - \sum_{j=1}^{n} y_j}{b} y_i - c_i y_i, \quad i = 1, \dots, n.$$

Линейные функции затрат и спроса

- На однопродуктовом рынке конкурируют n фирм.
- Предположим, что функция спроса линейная: $q = f(p) = a - bp$, где a и b — положительные числа.
- Функции затрат всех фирм также линейны: $g_i(y_i) = c_i y_i$, где $c_i > 0$ есть стоимость производства единицы продукта на фирме $i = 1, \ldots, n$.
- Спрос равен предложению: $q = \sum_{i=1}^n y_i$.
- Фирма i продает все, что она производит. Поэтому ее чистая прибыль равна $\pi_i(p, y_i) = p y_i - c_i y_i$.
- Обращая функцию спроса, получаем цену
$$p = \frac{a - q}{b} = \frac{a - \sum_{i=1}^n y_i}{b}.$$
- Используя это выражение, мы можем выразить чистые прибыли всех фирм как функции выпусков:
$$\phi_i(y_1, \ldots, y_n) = \frac{a - \sum_{j=1}^n y_j}{b} y_i - c_i y_i, \quad i = 1, \ldots, n.$$

Линейные функции затрат и спроса

- На однопродуктовом рынке конкурируют n фирм.
- Предположим, что функция спроса линейная:
  $q = f(p) = a - bp$, где a и b — положительные числа.
- Функции затрат всех фирм также линейны:
  $g_i(y_i) = c_i y_i$, где $c_i > 0$ есть стоимость производства единицы продукта на фирме $i = 1, \ldots, n$.
- Спрос равен предложению: $q = \sum_{i=1}^n y_i$.
- Фирма i продает все, что она производит. Поэтому ее чистая прибыль равна $\pi_i(p, y_i) = p y_i - c_i y_i$.
- Обращая функцию спроса, получаем цену
  $$p = \frac{a - q}{b} = \frac{a - \sum_{i=1}^n y_i}{b}.$$
- Используя это выражение, мы можем выразить чистые прибыли всех фирм как функции выпусков:
  $$\phi_i(y_1, \ldots, y_n) = \frac{a - \sum_{j=1}^n y_j}{b} y_i - c_i y_i, \quad i = 1, \ldots, n.$$

Линейные функции затрат и спроса

- На однопродуктовом рынке конкурируют n фирм.
- Предположим, что функция спроса линейная:
  $q = f(p) = a - bp$, где a и b — положительные числа.
- Функции затрат всех фирм также линейны:
  $g_i(y_i) = c_i y_i$, где $c_i > 0$ есть стоимость производства единицы продукта на фирме $i = 1, \dots, n$.
- Спрос равен предложению: $q = \sum_{i=1}^n y_i$.
- Фирма i продает все, что она производит. Поэтому ее чистая прибыль равна $\pi_i(p, y_i) = py_i - c_i y_i$.
- Обращая функцию спроса, получаем цену
$$p = \frac{a-q}{b} = \frac{a - \sum_{i=1}^n y_i}{b}.$$
- Используя это выражение, мы можем выразить чистые прибыли всех фирм как функции выпусков:
$$\phi_i(y_1, \dots, y_n) = \frac{a - \sum_{j=1}^n y_j}{b} y_i - c_i y_i, \quad i = 1, \dots, n.$$

Линейные функции затрат и спроса

- На однопродуктовом рынке конкурируют n фирм.
- Предположим, что функция спроса линейная:
  $q = f(p) = a - bp$, где a и b — положительные числа.
- Функции затрат всех фирм также линейны:
  $g_i(y_i) = c_i y_i$, где $c_i > 0$ есть стоимость производства единицы продукта на фирме $i = 1, \ldots, n$.
- Спрос равен предложению: $q = \sum_{i=1}^{n} y_i$.
- Фирма i продает все, что она производит. Поэтому ее чистая прибыль равна $\pi_i(p, y_i) = p y_i - c_i y_i$.
- Обращая функцию спроса, получаем цену

$$p = \frac{a - q}{b} = \frac{a - \sum_{i=1}^{n} y_i}{b}.$$

- Используя это выражение, мы можем выразить чистые прибыли всех фирм как функции выпусков:

$$\phi_i(y_1, \ldots, y_n) = \frac{a - \sum_{j=1}^{n} y_j}{b} y_i - c_i y_i\,, \quad i = 1, \ldots, n.$$

Поиск равновесия

- Оптимальный выпуск $\hat{y}_i$ (при котором чистая прибыль максимальна) фирмы i должен удовлетворять равенству:
$$\frac{\partial \phi_i}{\partial y_i}(y) = \frac{a - \sum_{j=1}^n y_j}{b} - \frac{y_i}{b} - c_i = 0, \quad i = 1, \dots, n. \quad (*)$$
- В рассм. случае все стационарные точки являются точками максимума, поскольку $\frac{\partial^2 \phi_i}{\partial y_i^2}(y) = -2/b < 0$.
- Перепишем $(*)$ в виде:
$$y_i + \sum_{j=1}^n y_j = a - bc_i, \quad i = 1, \dots, n.$$
- Решая эту систему находим равновесные выпуски фирм
$$\hat{y}_i = \frac{a - b\left((n+1)c_i - \sum_{j=1}^n c_j\right)}{n+1}, \quad i = 1, \dots, n,$$
- и равновесную цену $\hat{p} = \dfrac{a/b + \sum_{i=1}^n c_i}{n+1}$.

Поиск равновесия

- Оптимальный выпуск $\hat{y}_i$ (при котором чистая прибыль максимальна) фирмы i должен удовлетворять равенству:
$$\frac{\partial \phi_i}{\partial y_i}(y) = \frac{a - \sum_{j=1}^n y_j}{b} - \frac{y_i}{b} - c_i = 0, \quad i = 1, \dots, n. \quad (*)$$
- В рассм. случае все стационарные точки являются точками максимума, поскольку $\frac{\partial^2 \phi_i}{\partial y_i^2}(y) = -2/b < 0.$
- Перепишем $(*)$ в виде:
$$y_i + \sum_{j=1}^n y_j = a - bc_i, \quad i = 1, \dots, n.$$
- Решая эту систему находим равновесные выпуски фирм
$$\hat{y}_i = \frac{a - b\left((n+1)c_i - \sum_{j=1}^n c_j\right)}{n+1}, \quad i = 1, \dots, n,$$
- и равновесную цену $\hat{p} = \dfrac{a/b + \sum_{i=1}^n c_i}{n+1}.$

Поиск равновесия

- Оптимальный выпуск $\hat{y}_i$ (при котором чистая прибыль максимальна) фирмы i должен удовлетворять равенству:

$$\frac{\partial \phi_i}{\partial y_i}(y) = \frac{a - \sum_{j=1}^n y_j}{b} - \frac{y_i}{b} - c_i = 0, \quad i = 1, \dots, n. \quad (*)$$

- В рассм. случае все стационарные точки являются точками максимума, поскольку $\frac{\partial^2 \phi_i}{\partial y_i^2}(y) = -2/b < 0$.
- Перепишем $(*)$ в виде:

$$y_i + \sum_{j=1}^n y_j = a - bc_i, \quad i = 1, \dots, n.$$

- Решая эту систему находим равновесные выпуски фирм

$$\hat{y}_i = \frac{a - b\left((n+1)c_i - \sum_{j=1}^n c_j\right)}{n+1}, \quad i = 1, \dots, n,$$

- и равновесную цену $\hat{p} = \dfrac{a/b + \sum_{i=1}^n c_i}{n+1}$.

Поиск равновесия

- Оптимальный выпуск $\hat{y}_i$ (при котором чистая прибыль максимальна) фирмы i должен удовлетворять равенству:

$$\frac{\partial \phi_i}{\partial y_i}(y) = \frac{a - \sum_{j=1}^n y_j}{b} - \frac{y_i}{b} - c_i = 0, \quad i = 1, \dots, n. \quad (*)$$

- В рассм. случае все стационарные точки являются точками максимума, поскольку $\frac{\partial^2 \phi_i}{\partial y_i^2}(y) = -2/b < 0$.
- Перепишем $(*)$ в виде:

$$y_i + \sum_{j=1}^{n} y_j = a - bc_i, \quad i = 1, \dots, n.$$

- Решая эту систему находим равновесные выпуски фирм

$$\hat{y}_i = \frac{a - b\left((n+1)c_i - \sum_{j=1}^n c_j\right)}{n+1}, \quad i = 1, \dots, n,$$

- и равновесную цену $\hat{p} = \frac{a/b + \sum_{i=1}^n c_i}{n+1}.$

Поиск равновесия

- Оптимальный выпуск $\hat{y}_i$ (при котором чистая прибыль максимальна) фирмы i должен удовлетворять равенству:
$$\frac{\partial \phi_i}{\partial y_i}(y) = \frac{a - \sum_{j=1}^{n} y_j}{b} - \frac{y_i}{b} - c_i = 0, \quad i = 1, \dots, n. \quad (*)$$
- В рассм. случае все стационарные точки являются точками максимума, поскольку $\frac{\partial^2 \phi_i}{\partial y_i^2}(y) = -2/b < 0$.
- Перепишем $(*)$ в виде:
$$y_i + \sum_{j=1}^{n} y_j = a - bc_i, \quad i = 1, \dots, n.$$
- Решая эту систему находим равновесные выпуски фирм
$$\hat{y}_i = \frac{a - b\left((n+1)c_i - \sum_{j=1}^{n} c_j\right)}{n+1}, \quad i = 1, \dots, n,$$
- и равновесную цену $\hat{p} = \dfrac{a/b + \sum_{i=1}^{n} c_i}{n+1}$.

Поиск равновесия

$$\hat{y}_i = \frac{a - b\left((n+1)c_i - \sum_{j=1}^n c_j\right)}{n+1}, \quad i = 1, \dots, n,$$

$$\hat{p} = \frac{a/b + \sum_{i=1}^n c_i}{n+1}.$$

- $\hat{y}_i > 0\ \forall\, i$, если $\quad \frac{a}{b} > (n+1)c_i - \sum_{j=1}^{n} c_j, \quad i = 1, \dots, n.$
- Сложив эти n неравенств и разделив результат на n, получим неравенство $\quad \frac{a}{b} > \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} c_i,$
- которое означает, что средние издержки $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^n c_i$ не могут превосходить максимальную цену a/b (при $p = a/b$ выпуск $q = 0$);
- в противном случае олигополия из n фирм не может существовать и с рынка уйдут менее эффективные фирмы (с наибольшими издержками).

Поиск равновесия

$$\hat{y}_i = \frac{a - b\left((n+1)c_i - \sum_{j=1}^{n} c_j\right)}{n+1}, \quad i = 1,\dots,n,$$

$$\hat{p} = \frac{a/b + \sum_{i=1}^{n} c_i}{n+1}.$$

- $\hat{y}_i > 0 \ \forall\, i$, если $\displaystyle \frac{a}{b} > (n+1)c_i - \sum_{j=1}^{n} c_j, \quad i = 1,\dots,n.$
- Сложив эти n неравенств и разделив результат на n, получим неравенство $\displaystyle \frac{a}{b} > \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} c_i,$
- которое означает, что средние издержки $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} c_i$ не могут превосходить максимальную цену a/b (при $p = a/b$ выпуск $q = 0$);
- в противном случае олигополия из n фирм не может существовать и с рынка уйдут менее эффективные фирмы (с наибольшими издержками).

Поиск равновесия

$$\hat{y}_i = \frac{a - b\left((n+1)c_i - \sum_{j=1}^n c_j\right)}{n+1}, \quad i = 1, \ldots, n,$$

$$\hat{p} = \frac{a/b + \sum_{i=1}^n c_i}{n+1}.$$

- $\hat{y}_i > 0 \; \forall\, i$, если $\quad \dfrac{a}{b} > (n+1)c_i - \displaystyle\sum_{j=1}^{n} c_j, \quad i = 1, \ldots, n.$
- Сложив эти n неравенств и разделив результат на n, получим неравенство $\quad \dfrac{a}{b} > \dfrac{1}{n}\displaystyle\sum_{i=1}^{n} c_i,$
- которое означает, что средние издержки $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^n c_i$ не могут превосходить максимальную цену a/b (при $p = a/b$ выпуск $q = 0$);
- в противном случае олигополия из n фирм не может существовать и с рынка уйдут менее эффективные фирмы (с наибольшими издержками).

Поиск равновесия

$$\hat{y}_i = \frac{a - b\left((n+1)c_i - \sum_{j=1}^{n} c_j\right)}{n+1}, \quad i = 1, \dots, n,$$

$$\hat{p} = \frac{a/b + \sum_{i=1}^{n} c_i}{n+1}.$$

- $\hat{y}_i > 0 \; \forall\, i$, если $\quad \dfrac{a}{b} > (n+1)c_i - \displaystyle\sum_{j=1}^{n} c_j, \quad i = 1, \dots, n.$
- Сложив эти n неравенств и разделив результат на n, получим неравенство $\quad \dfrac{a}{b} > \dfrac{1}{n}\displaystyle\sum_{i=1}^{n} c_i,$
- которое означает, что средние издержки $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} c_i$ не могут превосходить максимальную цену a/b (при $p = a/b$ выпуск $q = 0$);
- в противном случае олигополия из n фирм не может существовать и с рынка уйдут менее эффективные фирмы (с наибольшими издержками).

Поиск равновесия

$$\hat{y}_i = \frac{a - b\left((n+1)c_i - \sum_{j=1}^n c_j\right)}{n+1}, \quad i = 1, \dots, n,$$

$$\hat{p} = \frac{a/b + \sum_{i=1}^n c_i}{n+1}.$$

- $\hat{y}_i > 0 \ \forall\, i$, если $\dfrac{a}{b} > (n+1)c_i - \displaystyle\sum_{j=1}^n c_j, \quad i = 1, \dots, n.$
- Сложив эти n неравенств и разделив результат на n, получим неравенство $\dfrac{a}{b} > \dfrac{1}{n}\displaystyle\sum_{i=1}^n c_i,$
- которое означает, что средние издержки $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^n c_i$ не могут превосходить максимальную цену a/b (при $p = a/b$ выпуск $q = 0$);
- в противном случае олигополия из n фирм не может существовать и с рынка уйдут менее эффективные фирмы (с наибольшими издержками).

Олигополии Бертрана

- На рынок каждая из n фирм выходит со своим товаром, причем все эти товары взаимозаменяемы.
- Пусть p_i есть цена единицы товара фирмы i $(i = 1, \dots, n)$, а $p = (p_1, \dots, p_n)$ есть вектор (система) цен.
- Функция спроса $f_i : \mathbb{R}^n_+ \to \mathbb{R}$ системе цен p ставит в соответствие спрос $f_i(p)$ на товар фирмы i.
- Будем считать, что все функции f_i обладают следующими свойствами.
  - Функция f_i непрерывна, строго убывает по p_i и $\lim_{p_i \to 0+} f_i(p) = +\infty$.
  - Существует *предельная цена* p_i^*, что $f_i(p) = 0$ для всех таких p, что $p_i > p_i^*$.
- Технология фирмы i такова, что ее затраты на производство y_i единиц продукта равны $g_i(y_i)$,
  - функция $g_i : \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}_+$ непрерывная и строго возрастающая, $g_i(0) = 0$.

Олигополии Бертрана

- На рынок каждая из n фирм выходит со своим товаром, причем все эти товары взаимозаменяемы.
- Пусть p_i есть цена единицы товара фирмы i ($i = 1, \dots, n$), а $p = (p_1, \dots, p_n)$ есть вектор (система) цен.
- Функция спроса $f_i : \mathbb{R}^n_+ \to \mathbb{R}$ системе цен p ставит в соответствие спрос $f_i(p)$ на товар фирмы i.
- Будем считать, что все функции f_i обладают следующими свойствами.
  - Функция f_i непрерывна, строго убывает по p_i и $\lim_{p_i \to 0+} f_i(p) = +\infty$.
  - Существует *предельная цена* p_i^*, что $f_i(p) = 0$ для всех таких p, что $p_i > p_i^*$.
- Технология фирмы i такова, что ее затраты на производство y_i единиц продукта равны $g_i(y_i)$,
  - функция $g_i : \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}_+$ непрерывная и строго возрастающая, $g_i(0) = 0$.

Олигополии Бертрана

- На рынок каждая из n фирм выходит со своим товаром, причем все эти товары взаимозаменяемы.
- Пусть p_i есть цена единицы товара фирмы i $(i = 1, \ldots, n)$, а $p = (p_1, \ldots, p_n)$ есть вектор (система) цен.
- Функция спроса $f_i : \mathbb{R}^n_+ \to \mathbb{R}$ системе цен p ставит в соответствие спрос $f_i(p)$ на товар фирмы i.
- Будем считать, что все функции f_i обладают следующими свойствами.
  - Функция f_i непрерывна, строго убывает по p_i и $\lim_{p_i \to 0+} f_i(p) = +\infty$.
  - Существует *предельная цена* p_i^*, что $f_i(p) = 0$ для всех таких p, что $p_i > p_i^*$.
- Технология фирмы i такова, что ее затраты на производство y_i единиц продукта равны $g_i(y_i)$,
  - функция $g_i : \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}_+$ непрерывная и строго возрастающая, $g_i(0) = 0$.

Олигополии Бертрана

- На рынок каждая из n фирм выходит со своим товаром, причем все эти товары взаимозаменяемы.
- Пусть p_i есть цена единицы товара фирмы i ($i = 1, \dots, n$), а $p = (p_1, \dots, p_n)$ есть вектор (система) цен.
- Функция спроса $f_i : \mathbb{R}^n_+ \to \mathbb{R}$ системе цен p ставит в соответствие спрос $f_i(p)$ на товар фирмы i.
- Будем считать, что все функции f_i обладают следующими свойствами.
  - Функция f_i непрерывна, строго убывает по p_i и $\lim_{p_i \to 0^+} f_i(p) = +\infty$.
  - Существует *предельная цена* p_i^*, что $f_i(p) = 0$ для всех таких p, что $p_i > p_i^*$.
- Технология фирмы i такова, что ее затраты на производство y_i единиц продукта равны $g_i(y_i)$,
  - функция $g_i : \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}_+$ непрерывная и строго возрастающая, $g_i(0) = 0$.

Олигополии Бертрана

- На рынок каждая из n фирм выходит со своим товаром, причем все эти товары взаимозаменяемы.
- Пусть p_i есть цена единицы товара фирмы i ($i = 1, \ldots, n$), а $p = (p_1, \ldots, p_n)$ есть вектор (система) цен.
- Функция спроса $f_i : \mathbb{R}^n_+ \to \mathbb{R}$ системе цен p ставит в соответствие спрос $f_i(p)$ на товар фирмы i.
- Будем считать, что все функции f_i обладают следующими свойствами.
  - Функция f_i непрерывна, строго убывает по p_i и $\lim_{p_i \to 0+} f_i(p) = +\infty$.
  - Существует *предельная цена* p_i^*, что $f_i(p) = 0$ для всех таких p, что $p_i > p_i^*$.
- Технология фирмы i такова, что ее затраты на производство y_i единиц продукта равны $g_i(y_i)$,
  - функция $g_i : \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}_+$ непрерывная и строго возрастающая, $g_i(0) = 0$.

Олигополии Бертрана

- На рынок каждая из n фирм выходит со своим товаром, причем все эти товары взаимозаменяемы.
- Пусть p_i есть цена единицы товара фирмы i $(i = 1, \ldots, n)$, а $p = (p_1, \ldots, p_n)$ есть вектор (система) цен.
- Функция спроса $f_i : \mathbb{R}^n_+ \to \mathbb{R}$ системе цен p ставит в соответствие спрос $f_i(p)$ на товар фирмы i.
- Будем считать, что все функции f_i обладают следующими свойствами.
  - Функция f_i непрерывна, строго убывает по p_i и $\lim_{p_i \to 0+} f_i(p) = +\infty$.
  - Существует *предельная цена* p_i^*, что $f_i(p) = 0$ для всех таких p, что $p_i > p_i^*$.
- Технология фирмы i такова, что ее затраты на производство y_i единиц продукта равны $g_i(y_i)$,
  - функция $g_i : \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}_+$ непрерывная и строго возрастающая, $g_i(0) = 0$.

Олигополии Бертрана

- На рынок каждая из n фирм выходит со своим товаром, причем все эти товары взаимозаменяемы.
- Пусть p_i есть цена единицы товара фирмы i $(i = 1, \ldots, n)$, а $p = (p_1, \ldots, p_n)$ есть вектор (система) цен.
- Функция спроса $f_i : \mathbb{R}^n_+ \to \mathbb{R}$ системе цен p ставит в соответствие спрос $f_i(p)$ на товар фирмы i.
- Будем считать, что все функции f_i обладают следующими свойствами.
    - Функция f_i непрерывна, строго убывает по p_i и $\lim_{p_i \to 0+} f_i(p) = +\infty$.
    - Существует *предельная цена* p_i^*, что $f_i(p) = 0$ для всех таких p, что $p_i > p_i^*$.
- Технология фирмы i такова, что ее затраты на производство y_i единиц продукта равны $g_i(y_i)$,
    - функция $g_i : \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}_+$ непрерывная и строго возрастающая, $g_i(0) = 0$.

Олигополии Бертрана

- На рынок каждая из n фирм выходит со своим товаром, причем все эти товары взаимозаменяемы.
- Пусть p_i есть цена единицы товара фирмы i $(i = 1, \ldots, n)$, а $p = (p_1, \ldots, p_n)$ есть вектор (система) цен.
- Функция спроса $f_i : \mathbb{R}^n_+ \to \mathbb{R}$ системе цен p ставит в соответствие спрос $f_i(p)$ на товар фирмы i.
- Будем считать, что все функции f_i обладают следующими свойствами.
  - Функция f_i непрерывна, строго убывает по p_i и $\lim_{p_i \to 0^+} f_i(p) = +\infty$.
  - Существует *предельная цена* p_i^*, что $f_i(p) = 0$ для всех таких p, что $p_i > p_i^*$.
- Технология фирмы i такова, что ее затраты на производство y_i единиц продукта равны $g_i(y_i)$,
  - функция $g_i : \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}_+$ непрерывная и строго возрастающая, $g_i(0) = 0$.

Содержание

Равновесие в модели олигополии Бертрана

Определение

Набор неотрицательных значений $(\hat{p}_1, \hat{y}_1, \hat{p}_2, \hat{y}_2, \dots, \hat{p}_n, \hat{y}_n)$ называется *равновесием*, если они образуют решение следующей системы уравнений:

$$y_i = f_i(p_1, \dots, p_n), \quad i = 1, \dots, n.$$

Равновесие в модели олигополии Бертрана

Определение

Набор неотрицательных значений $(\hat{p}_1, \hat{y}_1, \hat{p}_2, \hat{y}_2, \ldots, \hat{p}_n, \hat{y}_n)$ называется *равновесием*, если они образуют решение следующей системы уравнений:

$$y_i = f_i(p_1, \ldots, p_n), \quad i = 1, \ldots, n.$$

Поиск равновесия

- Подставляя выражения $y_i = f_i(p_1, \dots, p_n)$ в функцию чистой прибыли $\pi_i(p, y_i) = py_i - g_i(y_i)$, получим функцию выигрышей фирмы i:
$$\phi_i(p) = p_i f_i(p) - g_i(f_i(p)).$$
- Теперь задача поиска равновесия в модели олигополии Бертрана сводится к задаче поиска ситуации равновесия в бескоалиционной игре
$$\gamma = \left(\{1, \dots, n\}, [0, p_i^*]_{i=1}^n, \{\phi_i\}_{i=1}^n\right).$$
- Как следствие имеем

Теорема

При выполнении предположений о свойствах фукций затрат и спроса и, если для $i = 1, \dots, n$ функция $\phi_i(p)$ квази-вогнута по p_i на $[0, p_i^*]$, в модели олигополии Бертрана существует равновесие.

Поиск равновесия

- Подставляя выражения $y_i = f_i(p_1, \ldots, p_n)$ в функцию чистой прибыли $\pi_i(p, y_i) = py_i - g_i(y_i)$, получим функцию выигрышей фирмы i:
$$\phi_i(p) = p_i f_i(p) - g_i(f_i(p)).$$
- Теперь задача поиска равновесия в модели олигополии Бертрана сводится к задаче поиска ситуации равновесия в бескоалиционной игре
$$\gamma = \left(\{1, \ldots, n\}, [0, p_i^*]_{i=1}^n, \{\phi_i\}_{i=1}^n\right).$$
- Как следствие имеем

Теорема

При выполнении предположений о свойствах фукций затрат и спроса и, если для $i = 1, \ldots, n$ функция $\phi_i(p)$ квази-вогнута по p_i на $[0, p_i^*]$, в модели олигополии Бертрана существует равновесие.

Поиск равновесия

- Подставляя выражения $y_i = f_i(p_1, \ldots, p_n)$ в функцию чистой прибыли $\pi_i(p, y_i) = py_i - g_i(y_i)$, получим функцию выигрышей фирмы i:
$$\phi_i(p) = p_i f_i(p) - g_i(f_i(p)).$$
- Теперь задача поиска равновесия в модели олигополии Бертрана сводится к задаче поиска ситуации равновесия в бескоалиционной игре
$$\gamma = \left(\{1, \ldots, n\}, [0, p_i^*]_{i=1}^n, \{\phi_i\}_{i=1}^n\right).$$
- Как следствие имеем

Теорема

При выполнении предположений о свойствах фукций затрат и спроса и, если для $i = 1, \ldots, n$ функция $\phi_i(p)$ квази-вогнута по p_i на $[0, p_i^*]$, в модели олигополии Бертрана существует равновесие.

Поиск равновесия

- Подставляя выражения $y_i = f_i(p_1, \ldots, p_n)$ в функцию чистой прибыли $\pi_i(p, y_i) = py_i - g_i(y_i)$, получим функцию выигрышей фирмы i:
$$\phi_i(p) = p_i f_i(p) - g_i(f_i(p)).$$
- Теперь задача поиска равновесия в модели олигополии Бертрана сводится к задаче поиска ситуации равновесия в бескоалиционной игре
$$\gamma = \left(\{1, \ldots, n\}, [0, p_i^*]_{i=1}^n, \{\phi_i\}_{i=1}^n\right).$$
- Как следствие имеем

Теорема

При выполнении предположений о свойствах фукций затрат и спроса и, если для $i = 1, \ldots, n$ функция $\phi_i(p)$ квази-вогнута по p_i на $[0, p_i^*]$, в модели олигополии Бертрана существует равновесие.

Поиск равновесия

- Подставляя выражения $y_i = f_i(p_1, \ldots, p_n)$ в функцию чистой прибыли $\pi_i(p, y_i) = py_i - g_i(y_i)$, получим функцию выигрышей фирмы i:
$$\phi_i(p) = p_i f_i(p) - g_i(f_i(p)).$$
- Теперь задача поиска равновесия в модели олигополии Бертрана сводится к задаче поиска ситуации равновесия в бескоалиционной игре
$$\gamma = \left(\{1, \ldots, n\}, [0, p_i^*]_{i=1}^n, \{\phi_i\}_{i=1}^n\right).$$
- Как следствие имеем

Теорема

При выполнении предположений о свойствах фукций затрат и спроса и, если для $i = 1, \ldots, n$ функция $\phi_i(p)$ квази-вогнута по p_i на $[0, p_i^*]$, в модели олигополии Бертрана существует равновесие.

Содержание

Гладкие функции затрат и спроса

- Предположим, что все функции $f_i(p)$ и $g_i(y_i)$ непрерывно дифференцируемы
- Предположим также, что все $p_i^* = +\infty$. Это допустимо в тех случаях, когда производственные возможности каждой из фирм превосходят спрос на ее продукцию.

Гладкие функции затрат и спроса

- Предположим, что все функции $f_i(p)$ и $g_i(y_i)$ непрерывно дифференцируемы
- Предположим также, что все $p_i^* = +\infty$. Это допустимо в тех случаях, когда производственные возможности каждой из фирм превосходят спрос на ее продукцию.

Поиск равновесия

- Фирма i найдет оптимальную цену $\hat{p}_i$ своего продукта, при условии что она знает цены $\hat{p}_{-i}$ на продукты других фирм, решая следующую оптимизационную задачу:
$$\max_{p_i \geq 0} \phi_i(p_i, \hat{p}_{-i}).$$
- По теореме Куна — Таккера в точке оптимума $\hat{p}_i$ этой задачи выполняются условия:
$$\frac{\partial \phi_i}{\partial p_i}(\hat{p}_i, \hat{p}_{-i}) \leq 0 \quad \text{и} \quad \hat{p}_i \frac{\partial \phi_i}{\partial p_i}(\hat{p}_i, \hat{p}_{-i}) = 0, \quad i = 1, \dots, n.$$
- Подставляя $\phi_i(p) = p_i f_i(p) - g_i(f_i(p))$ при $p = \hat{p}$ и учитывая, что $\hat{y}_i = f_i(\hat{p})$,
- получим систему
$$\hat{y}_i + \left(\hat{p}_i - g_i'(\hat{y}_i)\right) \frac{\partial f_i}{\partial p_i}(\hat{p}) \leq 0, \quad i = 1, \dots, n,$$
$$\hat{p}_i \left(\hat{y}_i + \left(\hat{p}_i - g_i'(\hat{y}_i)\right) \frac{\partial f_i}{\partial p_i}(\hat{p})\right) = 0, \quad i = 1, \dots, n.$$

Поиск равновесия

- Фирма i найдет оптимальную цену $\hat{p}_i$ своего продукта, при условии что она знает цены $\hat{p}_{-i}$ на продукты других фирм, решая следующую оптимизационную задачу:
$$\max_{p_i \geq 0} \phi_i(p_i, \hat{p}_{-i}).$$
- По теореме Куна — Таккера в точке оптимума $\hat{p}_i$ этой задачи выполняются условия:
$$\frac{\partial \phi_i}{\partial p_i}(\hat{p}_i, \hat{p}_{-i}) \leq 0 \quad \text{и} \quad \hat{p}_i \frac{\partial \phi_i}{\partial p_i}(\hat{p}_i, \hat{p}_{-i}) = 0, \quad i = 1, \dots, n.$$
- Подставляя $\phi_i(p) = p_i f_i(p) - g_i(f_i(p))$ при $p = \hat{p}$ и учитывая, что $\hat{y}_i = f_i(\hat{p})$,
- получим систему
$$\hat{y}_i + (\hat{p}_i - g_i'(\hat{y}_i))\ \frac{\partial f_i}{\partial p_i}(\hat{p}) \leq 0, \quad i = 1, \dots, n,$$
$$\hat{p}_i \left(\hat{y}_i + (\hat{p}_i - g_i'(\hat{y}_i))\ \frac{\partial f_i}{\partial p_i}(\hat{p})\right) = 0, \quad i = 1, \dots, n.$$

Поиск равновесия

- Фирма i найдет оптимальную цену $\hat{p}_i$ своего продукта, при условии что она знает цены $\hat{p}_{-i}$ на продукты других фирм, решая следующую оптимизационную задачу:

$$\max_{p_i \geq 0} \phi_i(p_i, \hat{p}_{-i}).$$

- По теореме Куна — Таккера в точке оптимума $\hat{p}_i$ этой задачи выполняются условия:

$$\frac{\partial \phi_i}{\partial p_i}(\hat{p}_i, \hat{p}_{-i}) \leq 0 \quad \text{и} \quad \hat{p}_i \frac{\partial \phi_i}{\partial p_i}(\hat{p}_i, \hat{p}_{-i}) = 0, \quad i = 1, \dots, n.$$

- Подставляя $\phi_i(p) = p_i f_i(p) - g_i(f_i(p))$ при $p = \hat{p}$ и учитывая, что $\hat{y}_i = f_i(\hat{p})$,
- получим систему

$$\hat{y}_i + (\hat{p}_i - g_i'(\hat{y}_i))\ \frac{\partial f_i}{\partial p_i}(\hat{p}) \leq 0, \quad i = 1, \dots, n,$$

$$\hat{p}_i \left(\hat{y}_i + (\hat{p}_i - g_i'(\hat{y}_i))\ \frac{\partial f_i}{\partial p_i}(\hat{p})\right) = 0, \quad i = 1, \dots, n.$$

Поиск равновесия

- Фирма i найдет оптимальную цену $\hat{p}_i$ своего продукта, при условии что она знает цены $\hat{p}_{-i}$ на продукты других фирм, решая следующую оптимизационную задачу:

$$\max_{p_i \geq 0} \phi_i(p_i, \hat{p}_{-i}).$$

- По теореме Куна — Таккера в точке оптимума $\hat{p}_i$ этой задачи выполняются условия:

$$\frac{\partial \phi_i}{\partial p_i}(\hat{p}_i, \hat{p}_{-i}) \leq 0 \quad \text{и} \quad \hat{p}_i \frac{\partial \phi_i}{\partial p_i}(\hat{p}_i, \hat{p}_{-i}) = 0, \quad i = 1, \dots, n.$$

- Подставляя $\phi_i(p) = p_i f_i(p) - g_i(f_i(p))$ при $p = \hat{p}$ и учитывая, что $\hat{y}_i = f_i(\hat{p})$,
- получим систему

$$\hat{y}_i + (\hat{p}_i - g_i'(\hat{y}_i)) \, \frac{\partial f_i}{\partial p_i}(\hat{p}) \leq 0, \quad i = 1, \dots, n,$$

$$\hat{p}_i \left(\hat{y}_i + (\hat{p}_i - g_i'(\hat{y}_i)) \, \frac{\partial f_i}{\partial p_i}(\hat{p}) \right) = 0, \quad i = 1, \dots, n.$$

Анализ равновесия

$$\hat{y}_i + (\hat{p}_i - g_i'(\hat{y}_i))\,\frac{\partial f_i}{\partial p_i}(\hat{p}) \le 0, \quad i = 1, \dots, n, \qquad (\#)$$

$$\hat{p}_i\left(\hat{y}_i + (\hat{p}_i - g_i'(\hat{y}_i))\,\frac{\partial f_i}{\partial p_i}(\hat{p})\right) = 0, \quad i = 1, \dots, n. \qquad (\#\#)$$

- Если фирма i остается на рынке, т. е. $\hat{y}_i > 0$, то из (#) с учетом того, что $\frac{\partial f_i}{\partial p_i}(\hat{p}) < 0$, имеем $0 < g_i'(\hat{y}_i) < \hat{p}_i$,
- т. е. на рынке остаются только те фирмы, чьи предельные издержки не превосходят цены их продукта.
- Поскольку $\hat{p}_i > 0$, то из (##) получаем равенство

$$\hat{p}_i = g_i'(\hat{y}_i) - \frac{\hat{y}_i}{\frac{\partial f_i}{\partial p_i}(\hat{p})},$$

- которое означает, что равновесная цена продукта фирмы i превышает ее предельные издержки на абсолютную величину отношения спроса и предельного спроса на данный продукт.

Анализ равновесия

$$\hat{y}_i + (\hat{p}_i - g_i'(\hat{y}_i))\ \frac{\partial f_i}{\partial p_i}(\hat{p}) \le 0, \quad i = 1, \dots, n, \qquad (\#)$$

$$\hat{p}_i \left(\hat{y}_i + (\hat{p}_i - g_i'(\hat{y}_i))\ \frac{\partial f_i}{\partial p_i}(\hat{p}) \right) = 0, \quad i = 1, \dots, n. \qquad (\#\#)$$

- Если фирма i остается на рынке, т. е. $\hat{y}_i > 0$, то из (#) с учетом того, что $\frac{\partial f_i}{\partial p_i}(\hat{p}) < 0$, имеем $0 < g_i'(\hat{y}_i) < \hat{p}_i$,
- т. е. на рынке остаются только те фирмы, чьи предельные издержки не превосходят цены их продукта.
- Поскольку $\hat{p}_i > 0$, то из (##) получаем равенство

$$\hat{p}_i = g_i'(\hat{y}_i) - \frac{\hat{y}_i}{\frac{\partial f_i}{\partial p_i}(\hat{p})},$$

- которое означает, что равновесная цена продукта фирмы i превышает ее предельные издержки на абсолютную величину отношения спроса и предельного спроса на данный продукт.

Анализ равновесия

$$\hat{y}_i + (\hat{p}_i - g_i'(\hat{y}_i))\ \frac{\partial f_i}{\partial p_i}(\hat{p}) \le 0, \quad i = 1, \dots, n, \qquad (\#)$$

$$\hat{p}_i \left(\hat{y}_i + (\hat{p}_i - g_i'(\hat{y}_i))\ \frac{\partial f_i}{\partial p_i}(\hat{p}) \right) = 0, \quad i = 1, \dots, n. \qquad (\#\#)$$

- Если фирма i остается на рынке, т. е. $\hat{y}_i > 0$, то из $(\#)$ с учетом того, что $\frac{\partial f_i}{\partial p_i}(\hat{p}) < 0$, имеем $0 < g_i'(\hat{y}_i) < \hat{p}_i$,
- т. е. на рынке остаются только те фирмы, чьи предельные издержки не превосходят цены их продукта.
- Поскольку $\hat{p}_i > 0$, то из $(\#\#)$ получаем равенство

$$\hat{p}_i = g_i'(\hat{y}_i) - \frac{\hat{y}_i}{\frac{\partial f_i}{\partial p_i}(\hat{p})},$$

- которое означает, что равновесная цена продукта фирмы i превышает ее предельные издержки на абсолютную величину отношения спроса и предельного спроса на данный продукт.

Анализ равновесия

$$\hat{y}_i + (\hat{p}_i - g_i'(\hat{y}_i))\ \frac{\partial f_i}{\partial p_i}(\hat{p}) \le 0, \quad i = 1, \dots, n, \qquad (\#)$$

$$\hat{p}_i \left(\hat{y}_i + (\hat{p}_i - g_i'(\hat{y}_i))\ \frac{\partial f_i}{\partial p_i}(\hat{p}) \right) = 0, \quad i = 1, \dots, n. \qquad (\#\#)$$

- Если фирма i остается на рынке, т. е. $\hat{y}_i > 0$, то из $(\#)$ с учетом того, что $\frac{\partial f_i}{\partial p_i}(\hat{p}) < 0$, имеем $0 < g_i'(\hat{y}_i) < \hat{p}_i$,
- т. е. на рынке остаются только те фирмы, чьи предельные издержки не превосходят цены их продукта.
- Поскольку $\hat{p}_i > 0$, то из $(\#\#)$ получаем равенство

$$\hat{p}_i = g_i'(\hat{y}_i) - \frac{\hat{y}_i}{\frac{\partial f_i}{\partial p_i}(\hat{p})},$$

- которое означает, что равновесная цена продукта фирмы i превышает ее предельные издержки на абсолютную величину отношения спроса и предельного спроса на данный продукт.

Анализ равновесия

$$\hat{y}_i + (\hat{p}_i - g_i'(\hat{y}_i))\ \frac{\partial f_i}{\partial p_i}(\hat{p}) \le 0, \quad i = 1, \dots, n, \qquad (\#)$$

$$\hat{p}_i \left(\hat{y}_i + (\hat{p}_i - g_i'(\hat{y}_i))\ \frac{\partial f_i}{\partial p_i}(\hat{p})\right) = 0, \quad i = 1, \dots, n. \qquad (\#\#)$$

- Если фирма i остается на рынке, т. е. $\hat{y}_i > 0$, то из $(\#)$ с учетом того, что $\frac{\partial f_i}{\partial p_i}(\hat{p}) < 0$, имеем $0 < g_i'(\hat{y}_i) < \hat{p}_i$,
- т. е. на рынке остаются только те фирмы, чьи предельные издержки не превосходят цены их продукта.
- Поскольку $\hat{p}_i > 0$, то из $(\#\#)$ получаем равенство

$$\hat{p}_i = g_i'(\hat{y}_i) - \frac{\hat{y}_i}{\frac{\partial f_i}{\partial p_i}(\hat{p})},$$

- которое означает, что равновесная цена продукта фирмы i превышает ее предельные издержки на абсолютную величину отношения спроса и предельного спроса на данный продукт.

Анализ равновесия

$$\hat{y}_i + (\hat{p}_i - g'_i(\hat{y}_i))\ \frac{\partial f_i}{\partial p_i}(\hat{p}) \le 0, \quad i = 1, \dots, n, \qquad (\#)$$

$$\hat{p}_i \left(\hat{y}_i + (\hat{p}_i - g'_i(\hat{y}_i))\ \frac{\partial f_i}{\partial p_i}(\hat{p}) \right) = 0, \quad i = 1, \dots, n. \qquad (\#\#)$$

- Если фирма i остается на рынке, т. е. $\hat{y}_i > 0$, то из $(\#)$ с учетом того, что $\frac{\partial f_i}{\partial p_i}(\hat{p}) < 0$, имеем $0 < g'_i(\hat{y}_i) < \hat{p}_i$,
- т. е. на рынке остаются только те фирмы, чьи предельные издержки не превосходят цены их продукта.
- Поскольку $\hat{p}_i > 0$, то из $(\#\#)$ получаем равенство

$$\hat{p}_i = g'_i(\hat{y}_i) - \frac{\hat{y}_i}{\frac{\partial f_i}{\partial p_i}(\hat{p})},$$

- которое означает, что равновесная цена продукта фирмы i превышает ее предельные издержки на абсолютную величину отношения спроса и предельного спроса на данный продукт.

Анализ равновесия

$$\hat{y}_i + (\hat{p}_i - g_i'(\hat{y}_i))\ \frac{\partial f_i}{\partial p_i}(\hat{p}) \le 0, \quad i = 1, \dots, n, \qquad (\#)$$

$$\hat{p}_i \left(\hat{y}_i + (\hat{p}_i - g_i'(\hat{y}_i))\ \frac{\partial f_i}{\partial p_i}(\hat{p}) \right) = 0, \quad i = 1, \dots, n. \qquad (\#\#)$$

- Если фирма i остается на рынке, т. е. $\hat{y}_i > 0$, то из $(\#)$ с учетом того, что $\frac{\partial f_i}{\partial p_i}(\hat{p}) < 0$, имеем $0 < g_i'(\hat{y}_i) < \hat{p}_i$,
- т. е. на рынке остаются только те фирмы, чьи предельные издержки не превосходят цены их продукта.
- Поскольку $\hat{p}_i > 0$, то из $(\#\#)$ получаем равенство

$$\hat{p}_i = g_i'(\hat{y}_i) - \frac{\hat{y}_i}{\frac{\partial f_i}{\partial p_i}(\hat{p})},$$

- которое означает, что равновесная цена продукта фирмы i превышает ее предельные издержки на абсолютную величину отношения спроса и предельного спроса на данный продукт.

Содержание

Линейные функции затрат и спроса

- Пусть имеется n $(n \geq 2)$ фирм.
- Предположим, что функции спроса

$$f_i(p_1, \ldots, p_n) = a - e_1 p_i + e_2 \sum_{j=1,\, j \neq i}^{n} p_j$$

- и функции затрат $g_i(y_i) = c_i y_i$, $i = 1, \ldots, n$, линейные.
- Здесь коэффициент e_1 — это эластичность спроса по отношению к цене фирмы производителя,
- а коэффициент e_2 — это эластичность спроса по отношению к ценам фирм конкурентов.

Линейные функции затрат и спроса

- Пусть имеется n $(n \geq 2)$ фирм.
- Предположим, что функции спроса

$$f_i(p_1, \ldots, p_n) = a - e_1 p_i + e_2 \sum_{j=1,\, j \neq i}^{n} p_j$$

- и функции затрат $g_i(y_i) = c_i y_i$, $i = 1, \ldots, n$, линейные.
- Здесь коэффициент e_1 — это эластичность спроса по отношению к цене фирмы производителя,
- а коэффициент e_2 — это эластичность спроса по отношению к ценам фирм конкурентов.

Линейные функции затрат и спроса

- Пусть имеется n $(n \geq 2)$ фирм.
- Предположим, что функции спроса

$$f_i(p_1, \ldots, p_n) = a - e_1 p_i + e_2 \sum_{j=1,\, j \neq i}^{n} p_j$$

- и функции затрат $g_i(y_i) = c_i y_i$, $i = 1, \ldots, n$, линейные.
- Здесь коэффициент e_1 — это эластичность спроса по отношению к цене фирмы производителя,
- а коэффициент e_2 — это эластичность спроса по отношению к ценам фирм конкурентов.

Линейные функции затрат и спроса

- Пусть имеется n $(n \geq 2)$ фирм.
- Предположим, что функции спроса

$$f_i(p_1, \ldots, p_n) = a - e_1 p_i + e_2 \sum_{j=1,\, j \neq i}^{n} p_j$$

- и функции затрат $g_i(y_i) = c_i y_i$, $i = 1, \ldots, n$, линейные.
- Здесь коэффициент e_1 — это эластичность спроса по отношению к цене фирмы производителя,
- а коэффициент e_2 — это эластичность спроса по отношению к ценам фирм конкурентов.

Линейные функции затрат и спроса

- Пусть имеется n $(n \geq 2)$ фирм.
- Предположим, что функции спроса
$$f_i(p_1, \dots, p_n) = a - e_1 p_i + e_2 \sum_{j=1,\, j\neq i}^{n} p_j$$
- и функции затрат $g_i(y_i) = c_i y_i$, $i = 1, \dots, n$, линейные.
- Здесь коэффициент e_1 — это эластичность спроса по отношению к цене фирмы производителя,
- а коэффициент e_2 — это эластичность спроса по отношению к ценам фирм конкурентов.

Поиск равновесия

- При фиксированных ценах p_{-i} фирма i назначает цену p_i, максимизируя свою функцию выигрышей
$$\phi_i(p) \stackrel{\text{def}}{=} \left(a - e_1 p_i + e_2 \sum_{j=1,\, j\neq i}^{n} p_j\right) \cdot (p_i - c_i) \to \max_{p_i \geq 0}.$$
- Если все равновесные цены $\hat{p}_1, \dots, \hat{p}_n$ положительны, то они удовлетворяют системе уравнений:
$$\frac{\partial \phi_i}{\partial p_i}(p) = a + e_1 c_i - 2e_1 p_i + e_2 \sum_{j=1,\, j\neq i}^{n} p_j = 0, \quad i = 1, \dots, n.$$
- Складывая эти n уравнений, получим
$$(2e_1 - (n-1)e_2) \sum_{i=1}^{n} p_i = na + e_1 \sum_{i=1}^{n} c_i.$$
- Поскольку правая часть этого равенства положительна, то множитель $(2e_1 - (n-1)e_2)$ также должен быть положительным.

Поиск равновесия

- При фиксированных ценах p_{-i} фирма i назначает цену p_i, максимизируя свою функцию выигрышей
$$\phi_i(p) \stackrel{\text{def}}{=} \left(a - e_1 p_i + e_2 \sum_{j=1,\, j\neq i}^{n} p_j\right) \cdot (p_i - c_i) \to \max_{p_i \geq 0}.$$
- Если все равновесные цены $\hat{p}_1, \ldots, \hat{p}_n$ положительны, то они удовлетворяют системе уравнений:
$$\frac{\partial \phi_i}{\partial p_i}(p) = a + e_1 c_i - 2e_1 p_i + e_2 \sum_{j=1,\, j\neq i}^{n} p_j = 0, \quad i = 1, \ldots, n.$$
- Складывая эти n уравнений, получим
$$(2e_1 - (n-1)e_2) \sum_{i=1}^{n} p_i = na + e_1 \sum_{i=1}^{n} c_i.$$
- Поскольку правая часть этого равенства положительна, то множитель $(2e_1 - (n-1)e_2)$ также должен быть положительным.

Поиск равновесия

- При фиксированных ценах p_{-i} фирма i назначает цену p_i, максимизируя свою функцию выигрышей
$$\phi_i(p) \stackrel{\text{def}}{=} \left(a - e_1 p_i + e_2 \sum_{j=1,\, j\neq i}^{n} p_j\right) \cdot (p_i - c_i) \to \max_{p_i \geq 0} .$$
- Если все равновесные цены $\hat{p}_1, \dots, \hat{p}_n$ положительны, то они удовлетворяют системе уравнений:
$$\frac{\partial \phi_i}{\partial p_i}(p) = a + e_1 c_i - 2e_1 p_i + e_2 \sum_{j=1,\, j\neq i}^{n} p_j = 0, \quad i = 1, \dots, n.$$
- Складывая эти n уравнений, получим
$$(2e_1 - (n-1)e_2) \sum_{i=1}^{n} p_i = na + e_1 \sum_{i=1}^{n} c_i.$$
- Поскольку правая часть этого равенства положительна, то множитель $(2e_1 - (n-1)e_2)$ также должен быть положительным.

Поиск равновесия

- При фиксированных ценах p_{-i} фирма i назначает цену p_i, максимизируя свою функцию выигрышей
$$\phi_i(p) \stackrel{\text{def}}{=} \left(a - e_1 p_i + e_2 \sum_{j=1,\, j\neq i}^{n} p_j\right) \cdot (p_i - c_i) \to \max_{p_i \geq 0} .$$
- Если все равновесные цены $\hat{p}_1, \ldots, \hat{p}_n$ положительны, то они удовлетворяют системе уравнений:
$$\frac{\partial \phi_i}{\partial p_i}(p) = a + e_1 c_i - 2e_1 p_i + e_2 \sum_{j=1,\, j\neq i}^{n} p_j = 0, \quad i = 1, \ldots, n.$$
- Складывая эти n уравнений, получим
$$(2e_1 - (n-1)e_2) \sum_{i=1}^{n} p_i = na + e_1 \sum_{i=1}^{n} c_i.$$
- Поскольку правая часть этого равенства положительна, то множитель $(2e_1 - (n-1)e_2)$ также должен быть положительным.

Поиск равновесия

- Если все равновесные цены $\hat{p}_1, \dots, \hat{p}_n$ положительны, то они удовлетворяют системе уравнений:
$$\frac{\partial \phi_i}{\partial p_i}(p) = a + e_1 c_i - 2e_1 p_i + e_2 \sum_{j=1,\, j\neq i}^{n} p_j = 0, \quad i = 1, \dots, n.$$
- Складывая эти n уравнений, получим
$$(2e_1 - (n-1)e_2) \sum_{i=1}^{n} p_i = na + e_1 \sum_{i=1}^{n} c_i.$$
- Поскольку правая часть этого равенства положительна, то множитель $(2e_1 - (n-1)e_2)$ также должен быть положительным.
- Это значит, что для существования олигополии n фирм необходимо, чтобы
- отношение эластичностей e_1/e_2 было больше $(n-1)/2$.

Поиск равновесия

- Если все равновесные цены $\hat{p}_1, \ldots, \hat{p}_n$ положительны, то они удовлетворяют системе уравнений:
$$\frac{\partial \phi_i}{\partial p_i}(p) = a + e_1 c_i - 2e_1 p_i + e_2 \sum_{j=1,\, j\neq i}^{n} p_j = 0, \quad i = 1, \ldots, n.$$
- Складывая эти n уравнений, получим
$$(2e_1 - (n-1)e_2) \sum_{i=1}^{n} p_i = na + e_1 \sum_{i=1}^{n} c_i.$$
- Поскольку правая часть этого равенства положительна, то множитель $(2e_1 - (n-1)e_2)$ также должен быть положительным.
- Это значит, что для существования олигополии n фирм необходимо, чтобы
- отношение эластичностей e_1/e_2 было больше $(n-1)/2$.

Поиск равновесия

- Теперь решим систему

$$a + e_1 c_i - 2e_1 p_i + e_2 \sum_{j=1,\, j\neq i}^{n} p_j = 0, \quad i = 1, \dots, n.$$

- Сначала представим ее в виде

$$(2e_1 + e_2)p_i = a + e_1 c_i + e_2 \sum_{j=1}^{n} p_j, \quad i = 1, \dots, n.$$

- Откуда, с учетом равенства

$$\sum_{i=1}^{n} p_i = \frac{na + e_1 \sum_{i=1}^{n} c_i}{2e_1 - (n-1)e_2},$$

- найдем равновесные цены

$$\hat{p}_i = \frac{a + e_1 c_i}{2e_1 + e_2} + \frac{na + e_1 \sum_{j=1}^{n} c_j}{(2e_1 + e_2)(2e_1/e2 - n + 1)}, \quad i = 1, \dots, n.$$

- Из условия $e_1/e_2 > (n-1)/2$ следует, что все $\hat{p}_i > 0$.
- Поэтому это условие не только необходимо для существования олигополии n фирм, но и достаточно.

Поиск равновесия

- Теперь решим систему

$$a + e_1 c_i - 2e_1 p_i + e_2 \sum_{j=1,\, j\neq i}^{n} p_j = 0, \quad i = 1, \dots, n.$$

- Сначала представим ее в виде

$$(2e_1 + e_2) p_i = a + e_1 c_i + e_2 \textstyle\sum_{j=1}^{n} p_j, \quad i = 1, \dots, n.$$

- Откуда, с учетом равенства

$$\sum_{i=1}^{n} p_i = \frac{na + e_1 \sum_{i=1}^{n} c_i}{2e_1 - (n-1)e_2},$$

- найдем равновесные цены

$$\hat{p}_i = \frac{a + e_1 c_i}{2e_1 + e_2} + \frac{na + e_1 \sum_{j=1}^{n} c_j}{(2e_1 + e_2)(2e_1/e2 - n + 1)}, \quad i = 1, \dots, n.$$

- Из условия $e_1/e_2 > (n-1)/2$ следует, что все $\hat{p}_i > 0$.
- Поэтому это условие не только необходимо для существования олигополии n фирм, но и достаточно.

Поиск равновесия

- Теперь решим систему

$$a + e_1 c_i - 2e_1 p_i + e_2 \sum_{j=1,\, j\neq i}^{n} p_j = 0, \quad i = 1, \dots, n.$$

- Сначала представим ее в виде

$$(2e_1 + e_2)p_i = a + e_1 c_i + e_2 \textstyle\sum_{j=1}^{n} p_j, \quad i = 1, \dots, n.$$

- Откуда, с учетом равенства

$$\sum_{i=1}^{n} p_i = \frac{na + e_1 \sum_{i=1}^{n} c_i}{2e_1 - (n-1)e_2},$$

- найдем равновесные цены

$$\hat{p}_i = \frac{a + e_1 c_i}{2e_1 + e_2} + \frac{na + e_1 \sum_{j=1}^{n} c_j}{(2e_1 + e_2)(2e_1/e2 - n + 1)}, \quad i = 1, \dots, n.$$

- Из условия $e_1/e_2 > (n-1)/2$ следует, что все $\hat{p}_i > 0$.
- Поэтому это условие не только необходимо для существования олигополии n фирм, но и достаточно.

Поиск равновесия

- Теперь решим систему
$$a + e_1 c_i - 2e_1 p_i + e_2 \sum_{j=1,\, j\neq i}^{n} p_j = 0, \quad i = 1, \dots, n.$$
- Сначала представим ее в виде
$$(2e_1 + e_2) p_i = a + e_1 c_i + e_2 \textstyle\sum_{j=1}^{n} p_j, \quad i = 1, \dots, n.$$
- Откуда, с учетом равенства
$$\sum_{i=1}^{n} p_i = \frac{na + e_1 \sum_{i=1}^{n} c_i}{2e_1 - (n-1)e_2},$$
- найдем равновесные цены
$$\hat{p}_i = \frac{a + e_1 c_i}{2e_1 + e_2} + \frac{na + e_1 \sum_{j=1}^{n} c_j}{(2e_1 + e_2)(2e_1/e2 - n + 1)}, \quad i = 1, \dots, n.$$
- Из условия $e_1/e_2 > (n-1)/2$ следует, что все $\hat{p}_i > 0$.
- Поэтому это условие не только необходимо для существования олигополии n фирм, но и достаточно.

Поиск равновесия

- Теперь решим систему
$$a + e_1 c_i - 2e_1 p_i + e_2 \sum_{j=1,\, j\neq i}^{n} p_j = 0, \quad i = 1, \dots, n.$$
- Сначала представим ее в виде
$$(2e_1 + e_2)p_i = a + e_1 c_i + e_2 \textstyle\sum_{j=1}^{n} p_j, \quad i = 1, \dots, n.$$
- Откуда, с учетом равенства
$$\sum_{i=1}^{n} p_i = \frac{na + e_1 \sum_{i=1}^{n} c_i}{2e_1 - (n-1)e_2},$$
- найдем равновесные цены
$$\hat{p}_i = \frac{a + e_1 c_i}{2e_1 + e_2} + \frac{na + e_1 \sum_{j=1}^{n} c_j}{(2e_1 + e_2)(2e_1/e2 - n + 1)}, \quad i = 1, \dots, n.$$
- Из условия $e_1/e_2 > (n-1)/2$ следует, что все $\hat{p}_i > 0$.
- Поэтому это условие не только необходимо для существования олигополии n фирм, но и достаточно.

Поиск равновесия

- Теперь решим систему
$$a + e_1 c_i - 2e_1 p_i + e_2 \sum_{j=1,\, j\neq i}^{n} p_j = 0, \quad i = 1, \dots, n.$$
- Сначала представим ее в виде
$$(2e_1 + e_2)p_i = a + e_1 c_i + e_2 \textstyle\sum_{j=1}^{n} p_j, \quad i = 1, \dots, n.$$
- Откуда, с учетом равенства
$$\sum_{i=1}^{n} p_i = \frac{na + e_1 \sum_{i=1}^{n} c_i}{2e_1 - (n-1)e_2},$$
- найдем равновесные цены
$$\hat{p}_i = \frac{a + e_1 c_i}{2e_1 + e_2} + \frac{na + e_1 \sum_{j=1}^{n} c_j}{(2e_1 + e_2)(2e_1/e2 - n + 1)}, \quad i = 1, \dots, n.$$
- Из условия $e_1/e_2 > (n-1)/2$ следует, что все $\hat{p}_i > 0$.
- Поэтому это условие не только необходимо для существования олигополии n фирм, но и достаточно.