Позиционные игры: обратная индукция, совершенное байесовское равновесие

Н.Н. Писарук
pisaruk@yandex.by

Экономический факультет
Белорусский государственный университет

Минск - 2014

Содержание

Содержание

Игры с совершенной информацией

- Позиционная игра называется *игрой с совершенной информацией*,
- если все ее информационные множества состоят только их одной позиции.
- Примерами игр с совершенной информацией являются шахматы, шашки и многие другие спортивные игры.
- Далеко не все позиционные игры имеют ситуацию равновесия в чистых стратегиях.
- Но игры с совершенной информацией всегда имеют ситуацию равновесия в чистых стратегиях.

Теорема (Куна)

Каждая позиционная игра с совершенной информацией имеет ситуацию равновесия в чистых стратегиях.

Игры с совершенной информацией

- Позиционная игра называется *игрой с совершенной информацией*,
- если все ее информационные множества состоят только их одной позиции.
- Примерами игр с совершенной информацией являются шахматы, шашки и многие другие спортивные игры.
- Далеко не все позиционные игры имеют ситуацию равновесия в чистых стратегиях.
- Но игры с совершенной информацией всегда имеют ситуацию равновесия в чистых стратегиях.

Теорема (Куна)

Каждая позиционная игра с совершенной информацией имеет ситуацию равновесия в чистых стратегиях.

Игры с совершенной информацией

- Позиционная игра называется *игрой с совершенной информацией*,
- если все ее информационные множества состоят только их одной позиции.
- Примерами игр с совершенной информацией являются шахматы, шашки и многие другие спортивные игры.
- Далеко не все позиционные игры имеют ситуацию равновесия в чистых стратегиях.
- Но игры с совершенной информацией всегда имеют ситуацию равновесия в чистых стратегиях.

Теорема (Куна)

Каждая позиционная игра с совершенной информацией имеет ситуацию равновесия в чистых стратегиях.

Игры с совершенной информацией

- Позиционная игра называется *игрой с совершенной информацией*,
- если все ее информационные множества состоят только их одной позиции.
- Примерами игр с совершенной информацией являются шахматы, шашки и многие другие спортивные игры.
- Далеко не все позиционные игры имеют ситуацию равновесия в чистых стратегиях.
- Но игры с совершенной информацией всегда имеют ситуацию равновесия в чистых стратегиях.

Теорема (Куна)

Каждая позиционная игра с совершенной информацией имеет ситуацию равновесия в чистых стратегиях.

Игры с совершенной информацией

- Позиционная игра называется *игрой с совершенной информацией*,
- если все ее информационные множества состоят только их одной позиции.
- Примерами игр с совершенной информацией являются шахматы, шашки и многие другие спортивные игры.
- Далеко не все позиционные игры имеют ситуацию равновесия в чистых стратегиях.
- Но игры с совершенной информацией всегда имеют ситуацию равновесия в чистых стратегиях.

Теорема (Куна)

Каждая позиционная игра с совершенной информацией имеет ситуацию равновесия в чистых стратегиях.

Игры с совершенной информацией

- Позиционная игра называется *игрой с совершенной информацией*,
- если все ее информационные множества состоят только их одной позиции.
- Примерами игр с совершенной информацией являются шахматы, шашки и многие другие спортивные игры.
- Далеко не все позиционные игры имеют ситуацию равновесия в чистых стратегиях.
- Но игры с совершенной информацией всегда имеют ситуацию равновесия в чистых стратегиях.

Теорема (Куна)

Каждая позиционная игра с совершенной информацией имеет ситуацию равновесия в чистых стратегиях.

Док-во теоремы Куна (метод обратной индукции)

- Пусть $\bar{V}$ обоначает множество позиций, для которых векторы выигрышей игроков $\phi(v) = (\phi_1(v), \ldots, \phi_n(v))$ уже определены.
- Вначале включаем в $\bar{V}$ все конечные позиции в игре.
- Затем на каждом шаге выбираем такую позицию $v \notin \bar{V}$, что все дуги, выходящие из v, ведут в позиции из $\bar{V}$.
- Если v — это позиция игрока i, то этот игрок выбирает свой оптимальный ход (v, w) стремясь максимизировать свой выигрыш в позиции w: $w \in \arg\max_{(v,u)\in E(v,\bar{V})} \phi_i(u)$.
- Поэтому полагаем $\phi(v) = \phi(w)$ и добавляем v к $\bar{V}$.
- Если в позиции v делается случайный ход, то полагаем $\phi(v) = \sum_{(v,w)\in E(v,\bar{V})} \rho(v, w)\phi(w)$ и добавляем v к $\bar{V}$.
- Так продолжаем до тех пор, пока не будет вычислен вектор выигрышей для начальной позиции игры, который и будет вектором выигрышей игроков в данной игре.

Док-во теоремы Куна (метод обратной индукции)

- Пусть $\bar{V}$ обоначает множество позиций, для которых векторы выигрышей игроков $\phi(v) = (\phi_1(v), \ldots, \phi_n(v))$ уже определены.
- Вначале включаем в $\bar{V}$ все конечные позиции в игре.
- Затем на каждом шаге выбираем такую позицию $v \notin \bar{V}$, что все дуги, выходящие из v, ведут в позиции из $\bar{V}$.
- Если v — это позиция игрока i, то этот игрок выбирает свой оптимальный ход (v, w) стремясь максимизировать свой выигрыш в позиции w: $w \in \arg\max_{(v,u)\in E(v,\bar{V})} \phi_i(u)$.
- Поэтому полагаем $\phi(v) = \phi(w)$ и добавляем v к $\bar{V}$.
- Если в позиции v делается случайный ход, то полагаем $\phi(v) = \sum_{(v,w)\in E(v,\bar{V})} \rho(v, w)\phi(w)$ и добавляем v к $\bar{V}$.
- Так продолжаем до тех пор, пока не будет вычислен вектор выигрышей для начальной позиции игры, который и будет вектором выигрышей игроков в данной игре.

Док-во теоремы Куна (метод обратной индукции)

- Пусть $\bar{V}$ обоначает множество позиций, для которых векторы выигрышей игроков $\phi(v) = (\phi_1(v), \ldots, \phi_n(v))$ уже определены.
- Вначале включаем в $\bar{V}$ все конечные позиции в игре.
- Затем на каждом шаге выбираем такую позицию $v \notin \bar{V}$, что все дуги, выходящие из v, ведут в позиции из $\bar{V}$.
- Если v — это позиция игрока i, то этот игрок выбирает свой оптимальный ход (v, w) стремясь максимизировать свой выигрыш в позиции w: $w \in \arg\max_{(v,u)\in E(v,\bar{V})} \phi_i(u)$.
- Поэтому полагаем $\phi(v) = \phi(w)$ и добавляем v к $\bar{V}$.
- Если в позиции v делается случайный ход, то полагаем $\phi(v) = \sum_{(v,w)\in E(v,\bar{V})} \rho(v, w)\phi(w)$ и добавляем v к $\bar{V}$.
- Так продолжаем до тех пор, пока не будет вычислен вектор выигрышей для начальной позиции игры, который и будет вектором выигрышей игроков в данной игре.

Док-во теоремы Куна (метод обратной индукции)

- Пусть $\bar{V}$ обоначает множество позиций, для которых векторы выигрышей игроков $\phi(v) = (\phi_1(v), \ldots, \phi_n(v))$ уже определены.
- Вначале включаем в $\bar{V}$ все конечные позиции в игре.
- Затем на каждом шаге выбираем такую позицию $v \notin \bar{V}$, что все дуги, выходящие из v, ведут в позиции из $\bar{V}$.
- Если v — это позиция игрока i, то этот игрок выбирает свой оптимальный ход (v, w) стремясь максимизировать свой выигрыш в позиции w: $w \in \arg\max_{(v,u)\in E(v,\bar{V})} \phi_i(u)$.
- Поэтому полагаем $\phi(v) = \phi(w)$ и добавляем v к $\bar{V}$.
- Если в позиции v делается случайный ход, то полагаем $\phi(v) = \sum_{(v,w)\in E(v,\bar{V})} \rho(v, w)\phi(w)$ и добавляем v к $\bar{V}$.
- Так продолжаем до тех пор, пока не будет вычислен вектор выигрышей для начальной позиции игры, который и будет вектором выигрышей игроков в данной игре.

Док-во теоремы Куна (метод обратной индукции)

- Пусть $\bar{V}$ обоначает множество позиций, для которых векторы выигрышей игроков $\phi(v) = (\phi_1(v), \ldots, \phi_n(v))$ уже определены.
- Вначале включаем в $\bar{V}$ все конечные позиции в игре.
- Затем на каждом шаге выбираем такую позицию $v \notin \bar{V}$, что все дуги, выходящие из v, ведут в позиции из $\bar{V}$.
- Если v — это позиция игрока i, то этот игрок выбирает свой оптимальный ход (v, w) стремясь максимизировать свой выигрыш в позиции w: $w \in \arg\max_{(v,u) \in E(v,\bar{V})} \phi_i(u)$.
- Поэтому полагаем $\phi(v) = \phi(w)$ и добавляем v к $\bar{V}$.
- Если в позиции v делается случайный ход, то полагаем $\phi(v) = \sum_{(v,w) \in E(v,\bar{V})} \rho(v, w)\phi(w)$ и добавляем v к $\bar{V}$.
- Так продолжаем до тех пор, пока не будет вычислен вектор выигрышей для начальной позиции игры, который и будет вектором выигрышей игроков в данной игре.

Док-во теоремы Куна (метод обратной индукции)

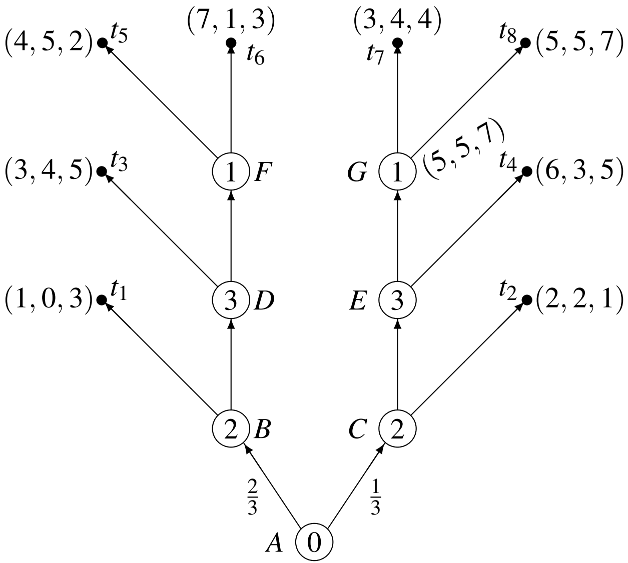
- Пусть $\bar{V}$ обоначает множество позиций, для которых векторы выигрышей игроков $\phi(v) = (\phi_1(v), \dots, \phi_n(v))$ уже определены.
- Вначале включаем в $\bar{V}$ все конечные позиции в игре.
- Затем на каждом шаге выбираем такую позицию $v \notin \bar{V}$, что все дуги, выходящие из v, ведут в позиции из $\bar{V}$.
- Если v — это позиция игрока i, то этот игрок выбирает свой оптимальный ход (v, w) стремясь максимизировать свой выигрыш в позиции w: $w \in \arg\max_{(v,u)\in E(v,\bar{V})} \phi_i(u)$.
- Поэтому полагаем $\phi(v) = \phi(w)$ и добавляем v к $\bar{V}$.
- Если в позиции v делается случайный ход, то полагаем $\phi(v) = \sum_{(v,w)\in E(v,\bar{V})} \rho(v, w)\phi(w)$ и добавляем v к $\bar{V}$.
- Так продолжаем до тех пор, пока не будет вычислен вектор выигрышей для начальной позиции игры, который и будет вектором выигрышей игроков в данной игре.

Док-во теоремы Куна (метод обратной индукции)

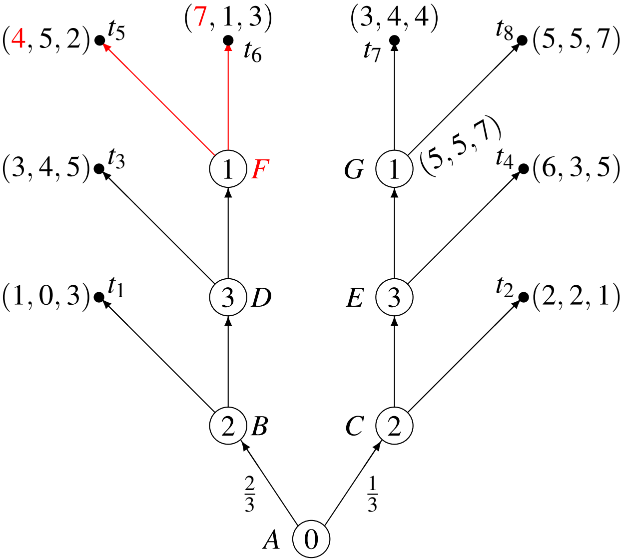
- Пусть $\bar{V}$ обоначает множество позиций, для которых векторы выигрышей игроков $\phi(v) = (\phi_1(v), \ldots, \phi_n(v))$ уже определены.
- Вначале включаем в $\bar{V}$ все конечные позиции в игре.
- Затем на каждом шаге выбираем такую позицию $v \notin \bar{V}$, что все дуги, выходящие из v, ведут в позиции из $\bar{V}$.
- Если v — это позиция игрока i, то этот игрок выбирает свой оптимальный ход (v, w) стремясь максимизировать свой выигрыш в позиции w: $w \in \arg\max_{(v,u)\in E(v,\bar{V})} \phi_i(u)$.
- Поэтому полагаем $\phi(v) = \phi(w)$ и добавляем v к $\bar{V}$.
- Если в позиции v делается случайный ход, то полагаем $\phi(v) = \sum_{(v,w)\in E(v,\bar{V})} \rho(v, w)\phi(w)$ и добавляем v к $\bar{V}$.
- Так продолжаем до тех пор, пока не будет вычислен вектор выигрышей для начальной позиции игры, который и будет вектором выигрышей игроков в данной игре.

Содержание

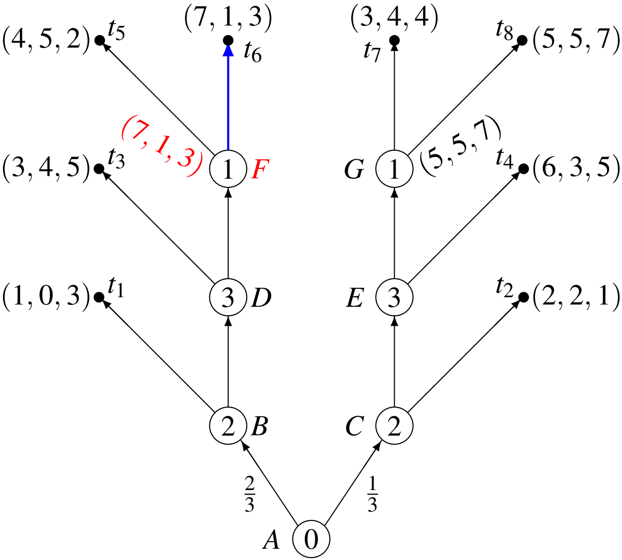
Пример: решить игру методом обратной индукции



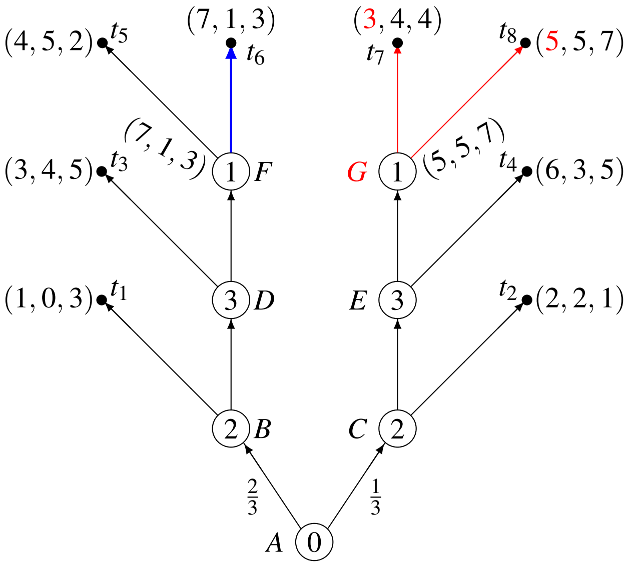
Пример: решить игру методом обратной индукции



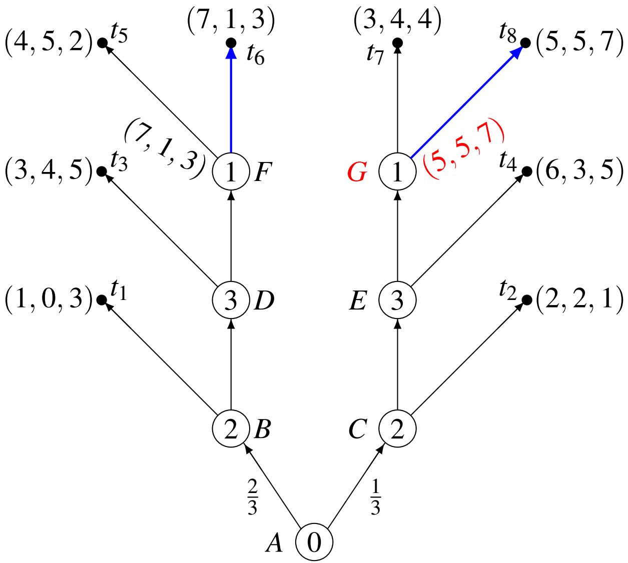
Пример: решить игру методом обратной индукции



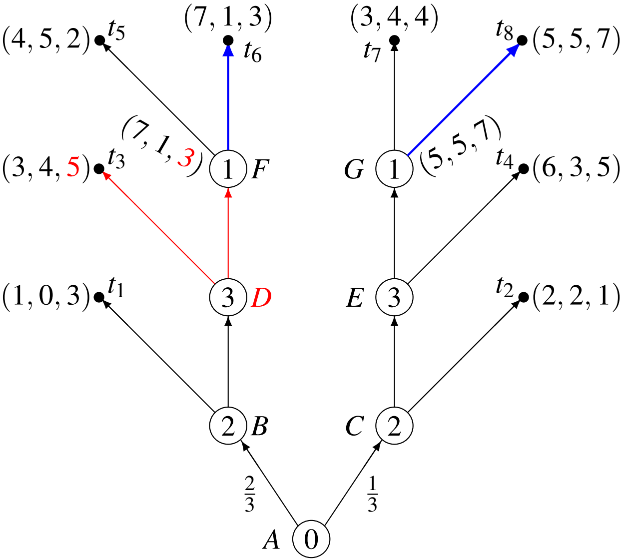
Пример: решить игру методом обратной индукции



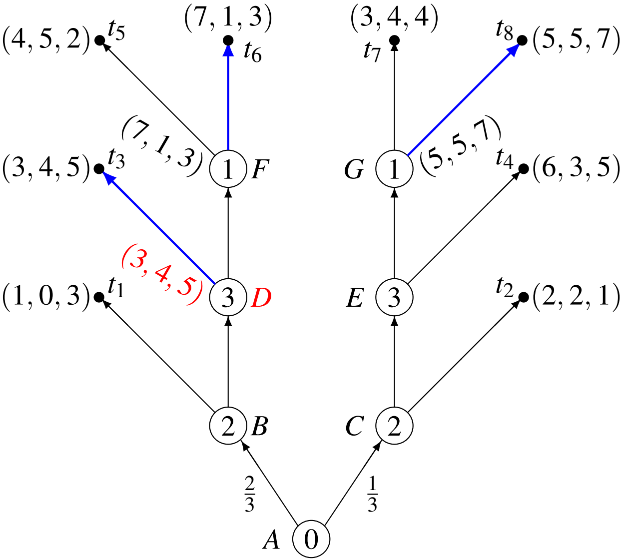
Пример: решить игру методом обратной индукции



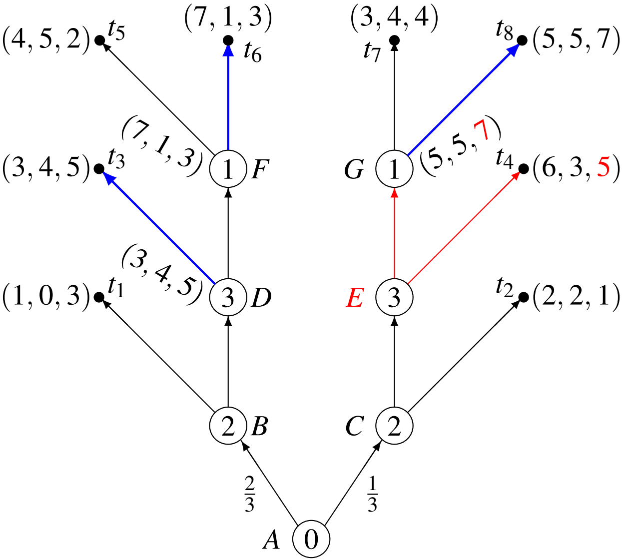
Пример: решить игру методом обратной индукции



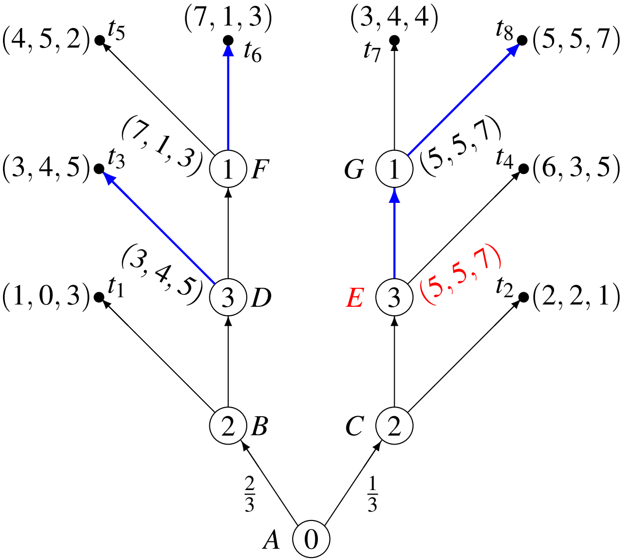
Пример: решить игру методом обратной индукции



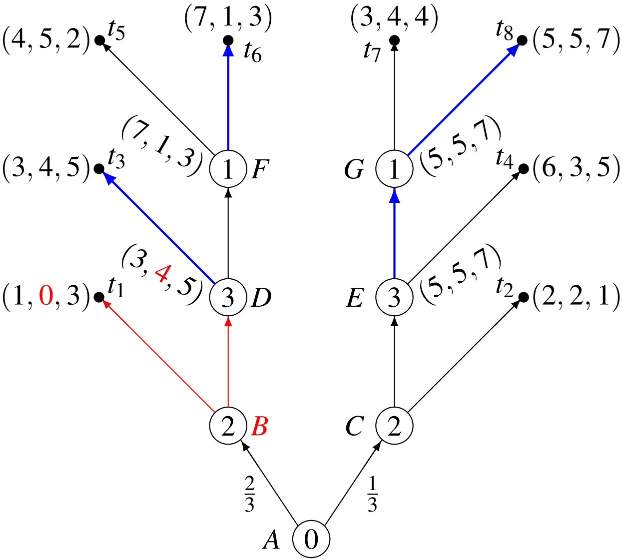
Пример: решить игру методом обратной индукции



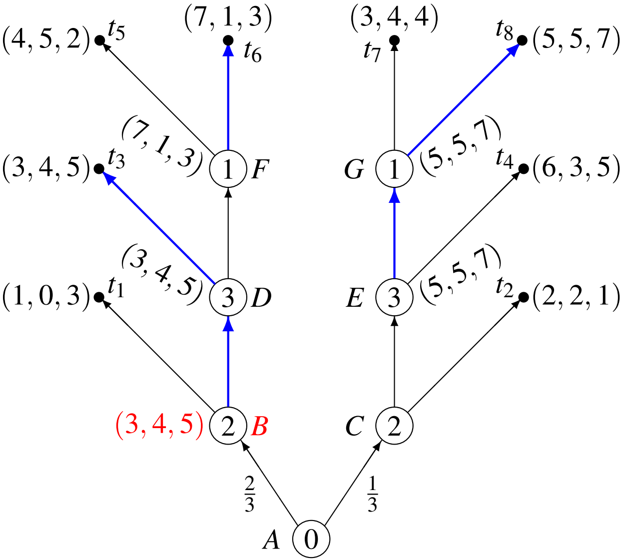
Пример: решить игру методом обратной индукции



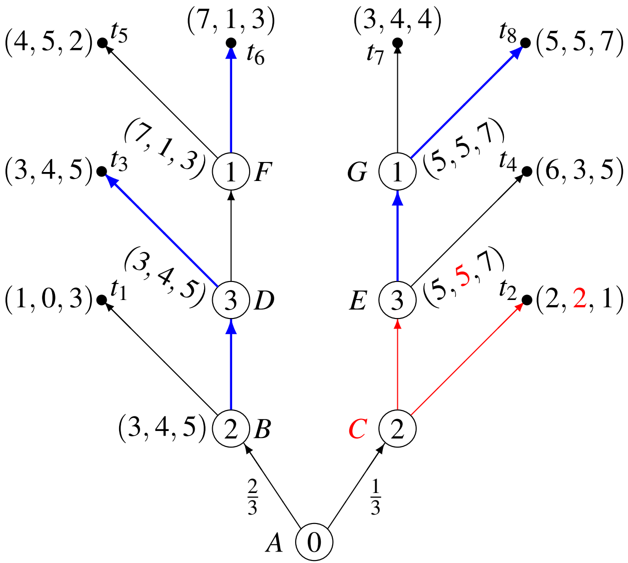
Пример: решить игру методом обратной индукции



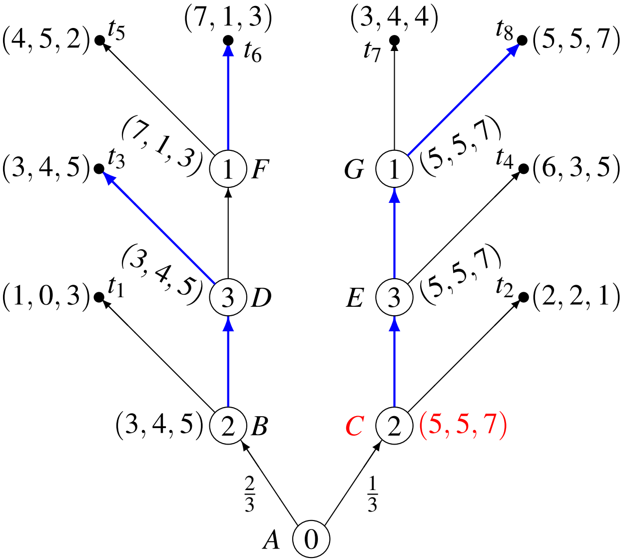
Пример: решить игру методом обратной индукции



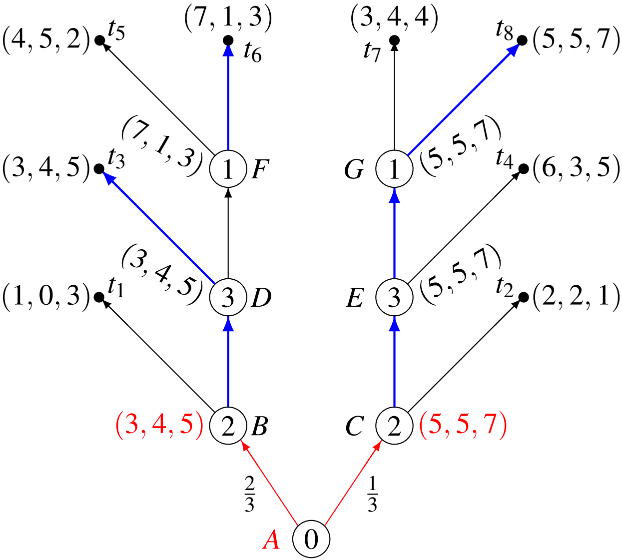
Пример: решить игру методом обратной индукции



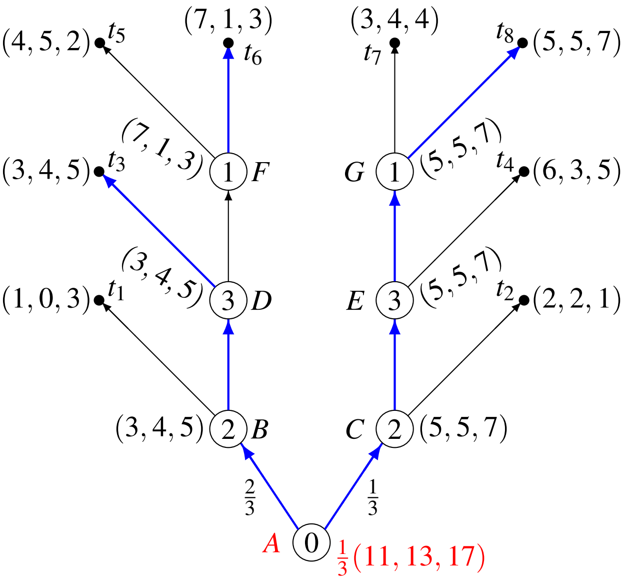
Пример: решить игру методом обратной индукции



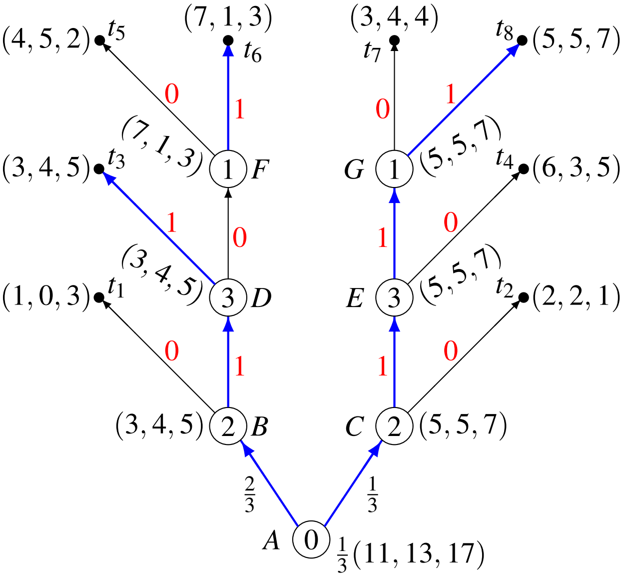
Пример: решить игру методом обратной индукции



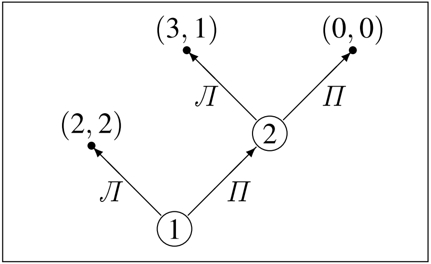
Пример: решить игру методом обратной индукции



Пример: решить игру методом обратной индукции



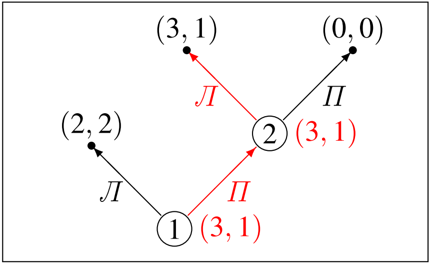
Ложные равновесия



Стратегич. форма:

	Л	П
Л	$2, 2^*$	$2^*, 2^*$
П	$3^*, 1^*$	$0, 0$

Ложные равновесия

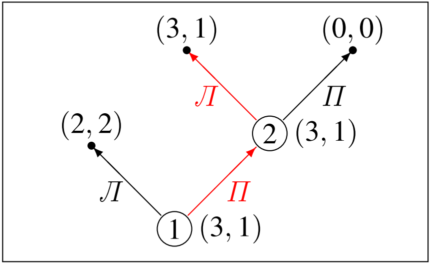


Стратегич. форма:

	Л	П
Л	$2, 2^*$	$2^*, 2^*$
П	$3^*, 1^*$	$0, 0$

- Применим метод обратной индукции.
- Стратегическая форма игры следующая.
- Ситуация (*П*,*Л*) — это ситуация, полученная методом обратной индукции, и она является равновесием в исходной позиционной игре.

Ложные равновесия

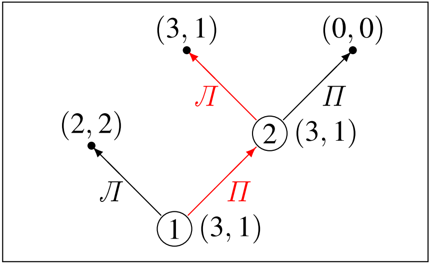


Стратегич. форма:

	Л	П
Л	$2, 2^*$	$2^*, 2^*$
П	$3^*, 1^*$	$0, 0$

- Применим метод обратной индукции.
- Стратегическая форма игры следующая.
- Ситуация (*П*,*Л*) — это ситуация, полученная методом обратной индукции, и она является равновесием в исходной позиционной игре.

Ложные равновесия

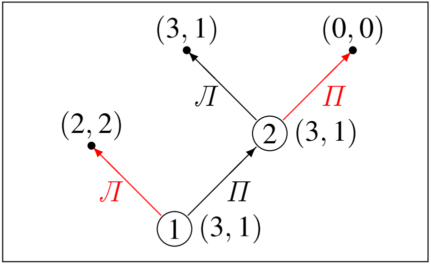


Стратегич. форма:

	Л	*П*
Л	$2, 2^*$	$2^*, 2^*$
П	$3^*, 1^*$	$0, 0$

- Применим метод обратной индукции.
- Стратегическая форма игры следующая.
- Ситуация (*П*,*Л*) — это ситуация, полученная методом обратной индукции, и она является равновесием в исходной позиционной игре.

Ложные равновесия

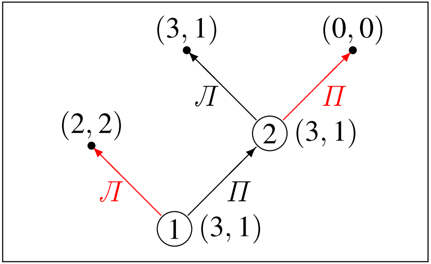


Стратегич. форма:

	Л	*П*
Л	$2, 2^*$	$2^*, 2^*$
П	$3^*, 1^*$	$0, 0$

- Является ли равновесием в исх. игре ситуация (*Л*,*П*)?
- Ответ — нет, поскольку,
- если игрок 1 перейдет от стратегии *Л* к стратегии *П*,
- то игрок 2 применит свою стратегию *Л*
- и в сложившейся ситуации (*П*,*Л*), выигрыш игрока 1 равен 3, что больше его выигрыша, равного 2, в ситуации (*Л*,*П*).

Ложные равновесия

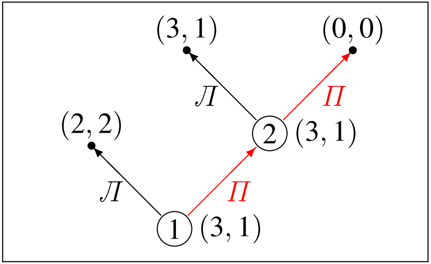


Стратегич. форма:

	Л	П
Л	$2, 2^*$	$2^*, 2^*$
П	$3^*, 1^*$	$0, 0$

- Является ли равновесием в исх. игре ситуация (Л,П)?
- Ответ — нет, поскольку,
- если игрок 1 перейдет от стратегии Л к стратегии П,
- то игрок 2 применит свою стратегию Л
- и в сложившейся ситуации (П,Л), выигрыш игрока 1 равен 3, что больше его выигрыша, равного 2, в ситуации (Л,П).

Ложные равновесия

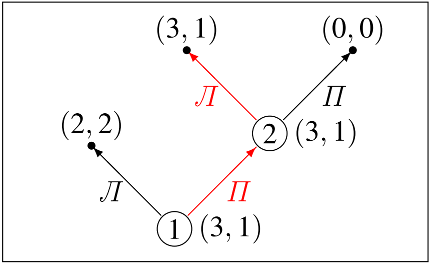


Стратегич. форма:

	Л	*П*
Л	$2, 2^*$	$2^*, 2^*$
П	$3^*, 1^*$	$0, 0$

- Является ли равновесием в исх. игре ситуация (*Л*,*П*)?
- Ответ — нет, поскольку,
- если игрок 1 перейдет от стратегии *Л* к стратегии *П*,
- то игрок 2 применит свою стратегию *Л*
- и в сложившейся ситуации (*П*,*Л*), выигрыш игрока 1 равен 3, что больше его выигрыша, равного 2, в ситуации (*Л*,*П*).

Ложные равновесия

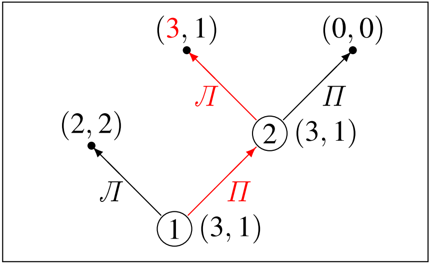


Стратегич. форма:

	Л	П
Л	$2, 2^*$	$2^*, 2^*$
П	$3^*, 1^*$	$0, 0$

- Является ли равновесием в исх. игре ситуация (*Л*,*П*)?
- Ответ — нет, поскольку,
- если игрок 1 перейдет от стратегии *Л* к стратегии *П*,
- то игрок 2 применит свою стратегию *Л*
- и в сложившейся ситуации (*П*,*Л*), выигрыш игрока 1 равен 3, что больше его выигрыша, равного 2, в ситуации (*Л*,*П*).

Ложные равновесия

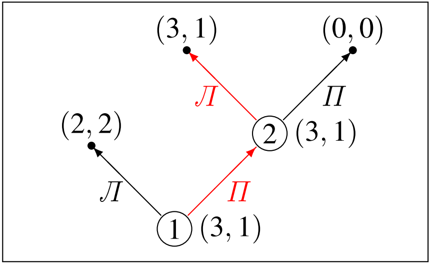


Стратегич. форма:

	$Л$	$П$
$Л$	$2, 2^*$	$2^*, 2^*$
$П$	$3^*, 1^*$	$0, 0$

- Является ли равновесием в исх. игре ситуация ($Л$,$П$)?
- Ответ — нет, поскольку,
- если игрок 1 перейдет от стратегии $Л$ к стратегии $П$,
- то игрок 2 применит свою стратегию $Л$
- и в сложившейся ситуации ($П$,$Л$), выигрыш игрока 1 равен 3, что больше его выигрыша, равного 2, в ситуации ($Л$,$П$).

Ложные равновесия

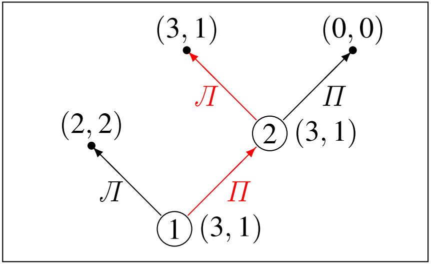


Стратегич. форма:

	Л	П
Л	$2, 2^*$	$2^*, 2^*$
П	$3^*, 1^*$	$0, 0$

- Так почему же ситуация (*Л*,*П*) оказалась равновесной ситуацией в стратегической форме данной игры?
- Ответ прост: при переходе к стратегической форме теряется информация об очередности ходов.
- Так, в нашем примере мы смогли доказать, что ситуация (*Л*,*П*) не является равновесием, используя то, что игрок 1 делает ход первым.

Ложные равновесия

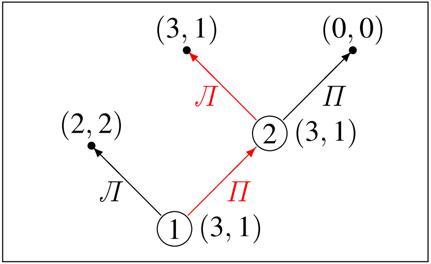


Стратегич. форма:

	Л	П
Л	$2, 2^*$	$2^*, 2^*$
П	$3^*, 1^*$	$0, 0$

- Так почему же ситуация (*Л*,*П*) оказалась равновесной ситуацией в стратегической форме данной игры?
- Ответ прост: при переходе к стратегической форме теряется информация об очередности ходов.
- Так, в нашем примере мы смогли доказать, что ситуация (*Л*,*П*) не является равновесием, используя то, что игрок 1 делает ход первым.

Ложные равновесия



Стратегич. форма:

	Л	П
Л	$2, 2^*$	$2^*, 2^*$
П	$3^*, 1^*$	$0, 0$

- Так почему же ситуация (Л,П) оказалась равновесной ситуацией в стратегической форме данной игры?
- Ответ прост: при переходе к стратегической форме теряется информация об очередности ходов.
- Так, в нашем примере мы смогли доказать, что ситуация (Л,П) не является равновесием, используя то, что игрок 1 делает ход первым.

Стратегич. форма не эквив. исх. позиционной игре

Итак, мы пришли к пониманию того, что

не все ситуации равновесия для стратегической формы игры являются ситуациями равновесия в исходной позиционной игре.

Следовательно, нам нужно некоторое правило для отсева таких «ложных» ситуаций равновесия.

Стратегич. форма не эквив. исх. позиционной игре

Итак, мы пришли к пониманию того, что

не все ситуации равновесия для стратегической формы игры являются ситуациями равновесия в исходной позиционной игре.

Следовательно, нам нужно некоторое правило для отсева таких «ложных» ситуаций равновесия.

Стратегич. форма не эквив. исх. позиционной игре

Итак, мы пришли к пониманию того, что

не все ситуации равновесия для стратегической формы игры являются ситуациями равновесия в исходной позиционной игре.

Следовательно, нам нужно некоторое правило для отсева таких «ложных» ситуаций равновесия.

Содержание

Подигры

Рассмотрим позиционную игру Γ, заданную деревом игры T.

Определение

- Любое поддерево дерева T, которое
  - не пересекает информационные множества (все вершины одного информационного множества либо принадлежат поддереву либо не принадлежат)
  - и содержит не менее двух узлов.
- задает *подигру* исходной игры Γ.

Подигры

Рассмотрим позиционную игру Γ, заданную деревом игры T.

Определение

- Любое поддерево дерева T, которое
  - не пересекает информационные множества (все вершины одного информационного множества либо принадлежат поддереву либо не принадлежат)
  - и содержит не менее двух узлов,
- задает *подигру* исходной игры Γ.

Подигры

Рассмотрим позиционную игру Γ, заданную деревом игры T.

Определение

- Любое поддерево дерева T, которое
  - не пересекает информационные множества (все вершины одного информационного множества либо принадлежат поддереву либо не принадлежат)
  - и содержит не менее двух узлов,
- задает *подигру* исходной игры Γ.

Подигры

Рассмотрим позиционную игру Г, заданную деревом игры T.

Определение

- Любое поддерево дерева T, которое
  - не пересекает информационные множества (все вершины одного информационного множества либо принадлежат поддереву либо не принадлежат)
  - и содержит не менее двух узлов,
- задает *подигру* исходной игры Г.

Подигры

Рассмотрим позиционную игру Г, заданную деревом игры T.

Определение

- Любое поддерево дерева T, которое
  - не пересекает информационные множества (все вершины одного информационного множества либо принадлежат поддереву либо не принадлежат)
  - и содержит не менее двух узлов,
- задает *подигру* исходной игры Г.

Совершенное равновесие

Определение

- Ситуация (в общем случае в смешанных стратегиях) равновесия для позиционной игры Γ называется *совершенной*, если ее сужение на любую из подигр также будет ситуацией равновесия для этой подигры.
- Под *сужением ситуации* $s = (s_1, \dots, s_n)$ в игре Γ на ее подигру Γ' мы понимаем ситуацию $s' = (s'_1, \dots, s'_n)$, когда каждая из стратегий s'_i есть *сужение* соответствующей стратегии s_i, т. е. во всех позициях подигры Γ' обе стратегии s_i и s'_i предписывают игроку i делать одни и те же ходы с одинаковой вероятностью.

Концепцию совершенного равновесия разработал Нобелевский лауреат в области экономики 1994 г. Р. Селтен (R. Selten).

Совершенное равновесие

Определение

- Ситуация (в общем случае в смешанных стратегиях) равновесия для позиционной игры Г называется *совершенной*, если ее сужение на любую из подигр также будет ситуацией равновесия для этой подигры.
- Под *сужением ситуации* $s = (s_1, \ldots, s_n)$ в игре Г на ее подигру Г′ мы понимаем ситуацию $s' = (s'_1, \ldots, s'_n)$, когда каждая из стратегий s'_i есть *сужение* соответствующей стратегии s_i, т. е. во всех позициях подигры Г′ обе стратегии s_i и s'_i предписывают игроку i делать одни и те же ходы с одинаковой вероятностью.

Концепцию совершенного равновесия разработал Нобелевский лауреат в области экономики 1994 г. Р. Селтен (R. Selten).

Совершенное равновесие

Определение

- Ситуация (в общем случае в смешанных стратегиях) равновесия для позиционной игры Γ называется *совершенной*, если ее сужение на любую из подигр также будет ситуацией равновесия для этой подигры.
- Под *сужением ситуации* $s = (s_1, \ldots, s_n)$ в игре Γ на ее подигру Γ' мы понимаем ситуацию $s' = (s'_1, \ldots, s'_n)$, когда каждая из стратегий s'_i есть *сужение* соответствующей стратегии s_i, т. е. во всех позициях подигры Γ' обе стратегии s_i и s'_i предписывают игроку i делать одни и те же ходы с одинаковой вероятностью.

Концепцию совершенного равновесия разработал Нобелевский лауреат в области экономики 1994 г. Р. Селтен (R. Selten).

Совершенное равновесие

Определение

- Ситуация (в общем случае в смешанных стратегиях) равновесия для позиционной игры Γ называется *совершенной*, если ее сужение на любую из подигр также будет ситуацией равновесия для этой подигры.
- Под *сужением ситуации* $s = (s_1, \ldots, s_n)$ в игре Γ на ее подигру Γ' мы понимаем ситуацию $s' = (s'_1, \ldots, s'_n)$, когда каждая из стратегий s'_i есть *сужение* соответствующей стратегии s_i, т. е. во всех позициях подигры Γ' обе стратегии s_i и s'_i предписывают игроку i делать одни и те же ходы с одинаковой вероятностью.

Концепцию совершенного равновесия разработал Нобелевский лауреат в области экономики 1994 г. Р. Селтен (R. Selten).

Совершенное равновесие

Определение

- Ситуация (в общем случае в смешанных стратегиях) равновесия для позиционной игры Γ называется *совершенной*, если ее сужение на любую из подигр также будет ситуацией равновесия для этой подигры.
- Под *сужением ситуации* $s = (s_1, \ldots, s_n)$ в игре Γ на ее подигру Γ' мы понимаем ситуацию $s' = (s'_1, \ldots, s'_n)$, когда каждая из стратегий s'_i есть *сужение* соответствующей стратегии s_i, т. е. во всех позициях подигры Γ' обе стратегии s_i и s'_i предписывают игроку i делать одни и те же ходы с одинаковой вероятностью.

Концепцию совершенного равновесия разработал Нобелевский лауреат в области экономики 1994 г. Р. Селтен (R. Selten).

Содержание

Обобщенный метод обратной индукции

- В игре с совершенной информацией метод обратной индукции всегда находит совершенное равновесие.
- Обобщенный метод обратной индукции рекурсивно повторяет следующие вычисления до тех пор, пока не получит вектор выигрышей игроков в корне дерева игры:
  1. выбрать подигру с наименьшим числом позиций, найти одну ситуацию равновесия и запомнить равновесные стратегии игроков;
  2. построить усеченную игру, удалив из дерева исходной игры все узлы решенной подигры кроме корня, которому приписывается вектор выигрышей игроков в найденной ситуации равновесия.
- После завершения работы описанной процедуры нужно из равновесных стратегий игроков для всех решенных подигр составить равновесные стратегии игроков для исходной игры.

Обобщенный метод обратной индукции

- В игре с совершенной информацией метод обратной индукции всегда находит совершенное равновесие.
- Обобщенный метод обратной индукции рекурсивно повторяет следующие вычисления до тех пор, пока не получит вектор выигрышей игроков в корне дерева игры:
  1. выбрать подигру с наименьшим числом позиций, найти одну ситуацию равновесия и запомнить равновесные стратегии игроков;
  2. построить усеченную игру, удалив из дерева исходной игры все узлы решенной подигры кроме корня, которому приписывается вектор выигрышей игроков в найденной ситуации равновесия.
- После завершения работы описанной процедуры нужно из равновесных стратегий игроков для всех решенных подигр составить равновесные стратегии игроков для исходной игры.

Обобщенный метод обратной индукции

- В игре с совершенной информацией метод обратной индукции всегда находит совершенное равновесие.
- Обобщенный метод обратной индукции рекурсивно повторяет следующие вычисления до тех пор, пока не получит вектор выигрышей игроков в корне дерева игры:
    1. выбрать подигру с наименьшим числом позиций, найти одну ситуацию равновесия и запомнить равновесные стратегии игроков;
    2. построить усеченную игру, удалив из дерева исходной игры все узлы решенной подигры кроме корня, которому приписывается вектор выигрышей игроков в найденной ситуации равновесия.
- После завершения работы описанной процедуры нужно из равновесных стратегий игроков для всех решенных подигр составить равновесные стратегии игроков для исходной игры.

Обобщенный метод обратной индукции

- В игре с совершенной информацией метод обратной индукции всегда находит совершенное равновесие.
- Обобщенный метод обратной индукции рекурсивно повторяет следующие вычисления до тех пор, пока не получит вектор выигрышей игроков в корне дерева игры:
  1. выбрать подигру с наименьшим числом позиций, найти одну ситуацию равновесия и запомнить равновесные стратегии игроков;
  2. построить усеченную игру, удалив из дерева исходной игры все узлы решенной подигры кроме корня, которому приписывается вектор выигрышей игроков в найденной ситуации равновесия.
- После завершения работы описанной процедуры нужно из равновесных стратегий игроков для всех решенных подигр составить равновесные стратегии игроков для исходной игры.

Обобщенный метод обратной индукции

- В игре с совершенной информацией метод обратной индукции всегда находит совершенное равновесие.
- Обобщенный метод обратной индукции рекурсивно повторяет следующие вычисления до тех пор, пока не получит вектор выигрышей игроков в корне дерева игры:
    1. выбрать подигру с наименьшим числом позиций, найти одну ситуацию равновесия и запомнить равновесные стратегии игроков;
    2. построить усеченную игру, удалив из дерева исходной игры все узлы решенной подигры кроме корня, которому приписывается вектор выигрышей игроков в найденной ситуации равновесия.
- После завершения работы описанной процедуры нужно из равновесных стратегий игроков для всех решенных подигр составить равновесные стратегии игроков для исходной игры.

Ветвящийся процесс для поиска многих равновесий

- Недостаток описанной выше процедуры в том, что она находит только одно равновесие.
- Когда в подигре имеется несколько ситуаций равновесия с разными выигрышами игроков,
- то иногда невозможно выбрать одну ситуацию, которая устраивала бы всех игроков.
- Такой проблемы не возникает для антагонистических игр (игр двух лиц с нулевой суммой), для которых выигрыши игроков во всех ситуациях равновесия одни и те же.
- Для неантагонистических игр можно организовать ветвящийся вычислительный процесс,
- в котором каждая ветвь обрабатывает одну комбинацию подигровых равновесий.

Ветвящийся процесс для поиска многих равновесий

- Недостаток описанной выше процедуры в том, что она находит только одно равновесие.
- Когда в подигре имеется несколько ситуаций равновесия с разными выигрышами игроков,
- то иногда невозможно выбрать одну ситуацию, которая устраивала бы всех игроков.
- Такой проблемы не возникает для антагонистических игр (игр двух лиц с нулевой суммой), для которых выигрыши игроков во всех ситуациях равновесия одни и те же.
- Для неантагонистических игр можно организовать ветвящийся вычислительный процесс,
- в котором каждая ветвь обрабатывает одну комбинацию подигровых равновесий.

Ветвящийся процесс для поиска многих равновесий

- Недостаток описанной выше процедуры в том, что она находит только одно равновесие.
- Когда в подигре имеется несколько ситуаций равновесия с разными выигрышами игроков,
- то иногда невозможно выбрать одну ситуацию, которая устраивала бы всех игроков.
- Такой проблемы не возникает для антагонистических игр (игр двух лиц с нулевой суммой), для которых выигрыши игроков во всех ситуациях равновесия одни и те же.
- Для неантагонистических игр можно организовать ветвящийся вычислительный процесс,
- в котором каждая ветвь обрабатывает одну комбинацию подигровых равновесий.

Ветвящийся процесс для поиска многих равновесий

- Недостаток описанной выше процедуры в том, что она находит только одно равновесие.
- Когда в подигре имеется несколько ситуаций равновесия с разными выигрышами игроков,
- то иногда невозможно выбрать одну ситуацию, которая устраивала бы всех игроков.
- Такой проблемы не возникает для антагонистических игр (игр двух лиц с нулевой суммой), для которых выигрыши игроков во всех ситуациях равновесия одни и те же.
- Для неантагонистических игр можно организовать ветвящийся вычислительный процесс,
- в котором каждая ветвь обрабатывает одну комбинацию подигровых равновесий.

Ветвящийся процесс для поиска многих равновесий

- Недостаток описанной выше процедуры в том, что она находит только одно равновесие.
- Когда в подигре имеется несколько ситуаций равновесия с разными выигрышами игроков,
- то иногда невозможно выбрать одну ситуацию, которая устраивала бы всех игроков.
- Такой проблемы не возникает для антагонистических игр (игр двух лиц с нулевой суммой), для которых выигрыши игроков во всех ситуациях равновесия одни и те же.
- Для неантагонистических игр можно организовать ветвящийся вычислительный процесс,
- в котором каждая ветвь обрабатывает одну комбинацию подигровых равновесий.

Ветвящийся процесс для поиска многих равновесий

- Недостаток описанной выше процедуры в том, что она находит только одно равновесие.
- Когда в подигре имеется несколько ситуаций равновесия с разными выигрышами игроков,
- то иногда невозможно выбрать одну ситуацию, которая устраивала бы всех игроков.
- Такой проблемы не возникает для антагонистических игр (игр двух лиц с нулевой суммой), для которых выигрыши игроков во всех ситуациях равновесия одни и те же.
- Для неантагонистических игр можно организовать ветвящийся вычислительный процесс,
- в котором каждая ветвь обрабатывает одну комбинацию подигровых равновесий.

Содержание

PlayBox против X-Station

- В начале года каждый из производителей игровых приставок PlayBox и X-Station должен решить
  1. за \$20 млн. разработать новую модель (P),
  2. или за \$5 млн. модернизировать существующую (M).
- Модель должна быть готова к показу на выставке.
- После выставки производители должны определить цену своей продукции: высокую (\$300) или низкую (\$200).
- Произв. издержки для одной приставки — \$100.
- Прогнозируемая емкость рынка — 1 200 000 приставок.
- Рынок делится в следующих пропорциях:
  - 1/1, если оба продукта одинаковы по качеству и цене, или один — модерн. и дешевый, а 2-й — новый и дорогой;
  - 1/3, если цены равны и 1-й прод. модерн., а 2-й новый, или оба прод. одинаковы, но 1-й дорогой, а 2-й дешевый;
  - 1/11, если 1-й модерн. и дорогой, а 2-й новый и дешевый.
- Нужно построить дерево игры и найти совершенное равновесие.

PlayBox против X-Station

- В начале года каждый из производителей игровых приставок PlayBox и X-Station должен решить
  1. за $20 млн. разработать новую модель (P),
  2. или за $5 млн. модернизировать существующую (M).
- Модель должна быть готова к показу на выставке.
- После выставки производители должны определить цену своей продукции: высокую ($300) или низкую ($200).
- Произв. издержки для одной приставки — $100.
- Прогнозируемая емкость рынка — 1 200 000 приставок.
- Рынок делится в следующих пропорциях:
  - 1/1, если оба продукта одинаковы по качеству и цене, или один — модерн. и дешевый, а 2-й — новый и дорогой;
  - 1/3, если цены равны и 1-й прод. модерн., а 2-й новый, или оба прод. одинаковы, но 1-й дорогой, а 2-й дешевый;
  - 1/11, если 1-й модерн. и дорогой, а 2-й новый и дешевый.
- Нужно построить дерево игры и найти совершенное равновесие.

PlayBox против X-Station

- В начале года каждый из производителей игровых приставок PlayBox и X-Station должен решить
  1. за \$20 млн. разработать новую модель (P),
  2. или за \$5 млн. модернизировать существующую (M).
- Модель должна быть готова к показу на выставке.
- После выставки производители должны определить цену своей продукции: высокую (\$300) или низкую (\$200).
- Произв. издержки для одной приставки — \$100.
- Прогнозируемая емкость рынка — 1 200 000 приставок.
- Рынок делится в следующих пропорциях:
  - 1/1, если оба продукта одинаковы по качеству и цене, или один — модерн. и дешевый, а 2-й — новый и дорогой;
  - 1/3, если цены равны и 1-й прод. модерн., а 2-й новый, или оба прод. одинаковы, но 1-й дорогой, а 2-й дешевый;
  - 1/11, если 1-й модерн. и дорогой, а 2-й новый и дешевый.
- Нужно построить дерево игры и найти совершенное равновесие.

PlayBox против X-Station

- В начале года каждый из производителей игровых приставок PlayBox и X-Station должен решить
  1. за $20 млн. разработать новую модель (P),
  2. или за $5 млн. модернизировать существующую (M).
- Модель должна быть готова к показу на выставке.
- После выставки производители должны определить цену своей продукции: высокую ($300) или низкую ($200).
- Произв. издержки для одной приставки — $100.
- Прогнозируемая емкость рынка — 1 200 000 приставок.
- Рынок делится в следующих пропорциях:
  - 1/1, если оба продукта одинаковы по качеству и цене, или один — модерн. и дешевый, а 2-й — новый и дорогой;
  - 1/3, если цены равны и 1-й прод. модерн., а 2-й новый, или оба прод. одинаковы, но 1-й дорогой, а 2-й дешевый;
  - 1/11, если 1-й модерн. и дорогой, а 2-й новый и дешевый.
- Нужно построить дерево игры и найти совершенное равновесие.

PlayBox против X-Station

- В начале года каждый из производителей игровых приставок PlayBox и X-Station должен решить
  1. за \$20 млн. разработать новую модель (P),
  2. или за \$5 млн. модернизировать существующую (M).
- Модель должна быть готова к показу на выставке.
- После выставки производители должны определить цену своей продукции: высокую (\$300) или низкую (\$200).
- Произв. издержки для одной приставки — \$100.
- Прогнозируемая емкость рынка — 1 200 000 приставок.
- Рынок делится в следующих пропорциях:
  - 1/1, если оба продукта одинаковы по качеству и цене, или один — модерн. и дешевый, а 2-й — новый и дорогой;
  - 1/3, если цены равны и 1-й прод. модерн., а 2-й новый, или оба прод. одинаковы, но 1-й дорогой, а 2-й дешевый;
  - 1/11, если 1-й модерн. и дорогой, а 2-й новый и дешевый.
- Нужно построить дерево игры и найти совершенное равновесие.

PlayBox против X-Station

- В начале года каждый из производителей игровых приставок PlayBox и X-Station должен решить
  1. за $20 млн. разработать новую модель (P),
  2. или за $5 млн. модернизировать существующую (M).
- Модель должна быть готова к показу на выставке.
- После выставки производители должны определить цену своей продукции: высокую ($300) или низкую ($200).
- Произв. издержки для одной приставки — $100.
- Прогнозируемая емкость рынка — 1 200 000 приставок.
- Рынок делится в следующих пропорциях:
  - 1/1, если оба продукта одинаковы по качеству и цене, или один — модерн. и дешевый, а 2-й — новый и дорогой;
  - 1/3, если цены равны и 1-й прод. модерн., а 2-й новый, или оба прод. одинаковы, но 1-й дорогой, а 2-й дешевый;
  - 1/11, если 1-й модерн. и дорогой, а 2-й новый и дешевый.
- Нужно построить дерево игры и найти совершенное равновесие.

PlayBox против X-Station

- В начале года каждый из производителей игровых приставок PlayBox и X-Station должен решить
  1. за \$20 млн. разработать новую модель (P),
  2. или за \$5 млн. модернизировать существующую (M).
- Модель должна быть готова к показу на выставке.
- После выставки производители должны определить цену своей продукции: высокую (\$300) или низкую (\$200).
- Произв. издержки для одной приставки — \$100.
- Прогнозируемая емкость рынка — 1 200 000 приставок.
- Рынок делится в следующих пропорциях:
  - 1/1, если оба продукта одинаковы по качеству и цене, или один — модерн. и дешевый, а 2-й — новый и дорогой;
  - 1/3, если цены равны и 1-й прод. модерн., а 2-й новый, или оба прод. одинаковы, но 1-й дорогой, а 2-й дешевый;
  - 1/11, если 1-й модерн. и дорогой, а 2-й новый и дешевый.
- Нужно построить дерево игры и найти совершенное равновесие.

PlayBox против X-Station

- В начале года каждый из производителей игровых приставок PlayBox и X-Station должен решить
  1. за \$20 млн. разработать новую модель (P),
  2. или за \$5 млн. модернизировать существующую (M).
- Модель должна быть готова к показу на выставке.
- После выставки производители должны определить цену своей продукции: высокую (\$300) или низкую (\$200).
- Произв. издержки для одной приставки — \$100.
- Прогнозируемая емкость рынка — 1 200 000 приставок.
- Рынок делится в следующих пропорциях:
  - 1/1, если оба продукта одинаковы по качеству и цене, или один — модерн. и дешевый, а 2-й — новый и дорогой;
  - 1/3, если цены равны и 1-й прод. модерн., а 2-й новый, или оба прод. одинаковы, но 1-й дорогой, а 2-й дешевый;
  - 1/11, если 1-й модерн. и дорогой, а 2-й новый и дешевый.
- Нужно построить дерево игры и найти совершенное равновесие.

PlayBox против X-Station

- В начале года каждый из производителей игровых приставок PlayBox и X-Station должен решить
  1. за \$20 млн. разработать новую модель (P),
  2. или за \$5 млн. модернизировать существующую (M).
- Модель должна быть готова к показу на выставке.
- После выставки производители должны определить цену своей продукции: высокую (\$300) или низкую (\$200).
- Произв. издержки для одной приставки — \$100.
- Прогнозируемая емкость рынка — 1 200 000 приставок.
- Рынок делится в следующих пропорциях:
  - 1/1, если оба продукта одинаковы по качеству и цене, или один — модерн. и дешевый, а 2-й — новый и дорогой;
  - 1/3, если цены равны и 1-й прод. модерн., а 2-й новый, или оба прод. одинаковы, но 1-й дорогой, а 2-й дешевый;
  - 1/11, если 1-й модерн. и дорогой, а 2-й новый и дешевый.
- Нужно построить дерево игры и найти совершенное равновесие.

PlayBox против X-Station

- В начале года каждый из производителей игровых приставок PlayBox и X-Station должен решить
  1. за \$20 млн. разработать новую модель (P),
  2. или за \$5 млн. модернизировать существующую (M).
- Модель должна быть готова к показу на выставке.
- После выставки производители должны определить цену своей продукции: высокую (\$300) или низкую (\$200).
- Произв. издержки для одной приставки — \$100.
- Прогнозируемая емкость рынка — 1 200 000 приставок.
- Рынок делится в следующих пропорциях:
  - 1/1, если оба продукта одинаковы по качеству и цене, или один — модерн. и дешевый, а 2-й — новый и дорогой;
  - 1/3, если цены равны и 1-й прод. модерн., а 2-й новый, или оба прод. одинаковы, но 1-й дорогой, а 2-й дешевый;
  - 1/11, если 1-й модерн. и дорогой, а 2-й новый и дешевый.
- Нужно построить дерево игры и найти совершенное равновесие.

PlayBox против X-Station

- В начале года каждый из производителей игровых приставок PlayBox и X-Station должен решить
  1. за \$20 млн. разработать новую модель (P),
  2. или за \$5 млн. модернизировать существующую (M).
- Модель должна быть готова к показу на выставке.
- После выставки производители должны определить цену своей продукции: высокую (\$300) или низкую (\$200).
- Произв. издержки для одной приставки — \$100.
- Прогнозируемая емкость рынка — 1 200 000 приставок.
- Рынок делится в следующих пропорциях:
  - 1/1, если оба продукта одинаковы по качеству и цене, или один — модерн. и дешевый, а 2-й — новый и дорогой;
  - 1/3, если цены равны и 1-й прод. модерн., а 2-й новый, или оба прод. одинаковы, но 1-й дорогой, а 2-й дешевый;
  - 1/11, если 1-й модерн. и дорогой, а 2-й новый и дешевый.
- Нужно построить дерево игры и найти совершенное равновесие.

PlayBox против X-Station

- В начале года каждый из производителей игровых приставок PlayBox и X-Station должен решить
  1. за \$20 млн. разработать новую модель (P),
  2. или за \$5 млн. модернизировать существующую (M).
- Модель должна быть готова к показу на выставке.
- После выставки производители должны определить цену своей продукции: высокую (\$300) или низкую (\$200).
- Произв. издержки для одной приставки — \$100.
- Прогнозируемая емкость рынка — 1 200 000 приставок.
- Рынок делится в следующих пропорциях:
  - 1/1, если оба продукта одинаковы по качеству и цене, или один — модерн. и дешевый, а 2-й — новый и дорогой;
  - 1/3, если цены равны и 1-й прод. модерн., а 2-й новый, или оба прод. одинаковы, но 1-й дорогой, а 2-й дешевый;
  - 1/11, если 1-й модерн. и дорогой, а 2-й новый и дешевый.
- Нужно построить дерево игры и найти совершенное равновесие.

PlayBox против X-Station

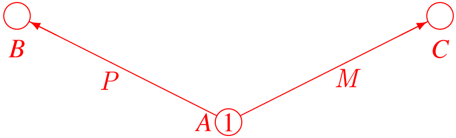
- В начале года каждый из производителей игровых приставок PlayBox и X-Station должен решить
  1. за \$20 млн. разработать новую модель (P),
  2. или за \$5 млн. модернизировать существующую (M).
- Модель должна быть готова к показу на выставке.
- После выставки производители должны определить цену своей продукции: высокую (\$300) или низкую (\$200).
- Произв. издержки для одной приставки — \$100.
- Прогнозируемая емкость рынка — 1 200 000 приставок.
- Рынок делится в следующих пропорциях:
  - 1/1, если оба продукта одинаковы по качеству и цене, или один — модерн. и дешевый, а 2-й — новый и дорогой;
  - 1/3, если цены равны и 1-й прод. модерн., а 2-й новый, или оба прод. одинаковы, но 1-й дорогой, а 2-й дешевый;
  - 1/11, если 1-й модерн. и дорогой, а 2-й новый и дешевый.
- Нужно построить дерево игры и найти совершенное равновесие.

Дерево игры «PlayBox против X-Station»

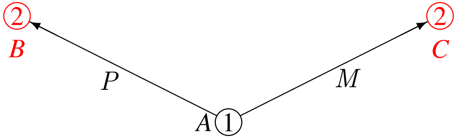
Дерево игры «PlayBox против X-Station»

A 1

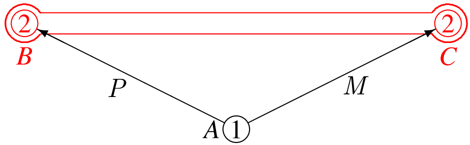
Дерево игры «PlayBox против X-Station»



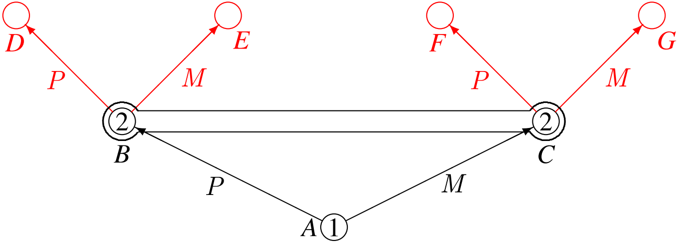
Дерево игры «PlayBox против X-Station»



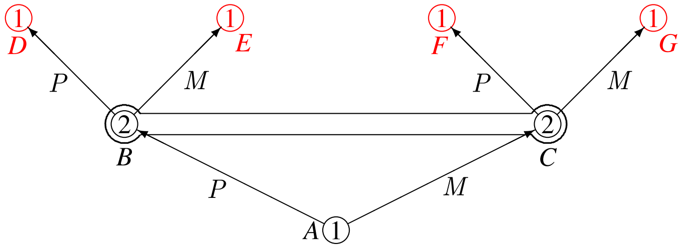
Дерево игры «PlayBox против X-Station»



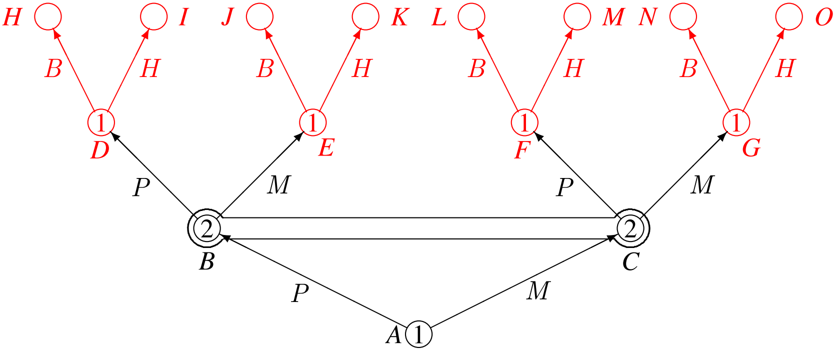
Дерево игры «PlayBox против X-Station»



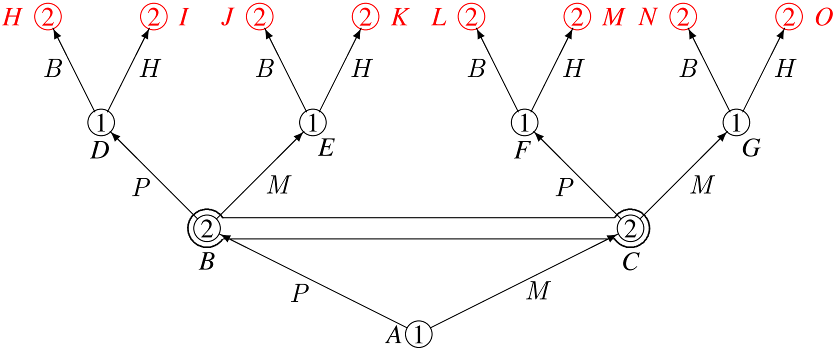
Дерево игры «PlayBox против X-Station»



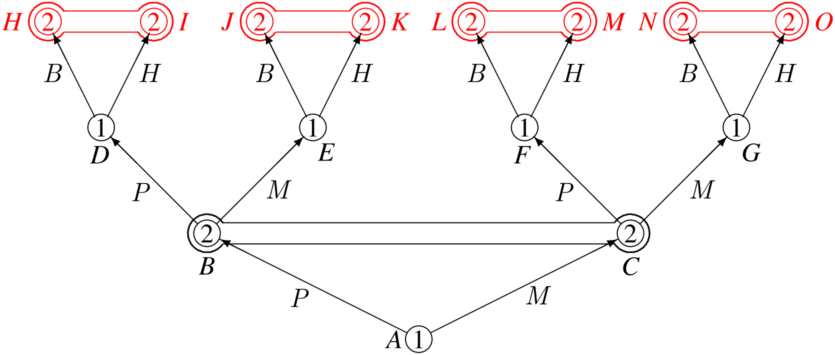
Дерево игры «PlayBox против X-Station»



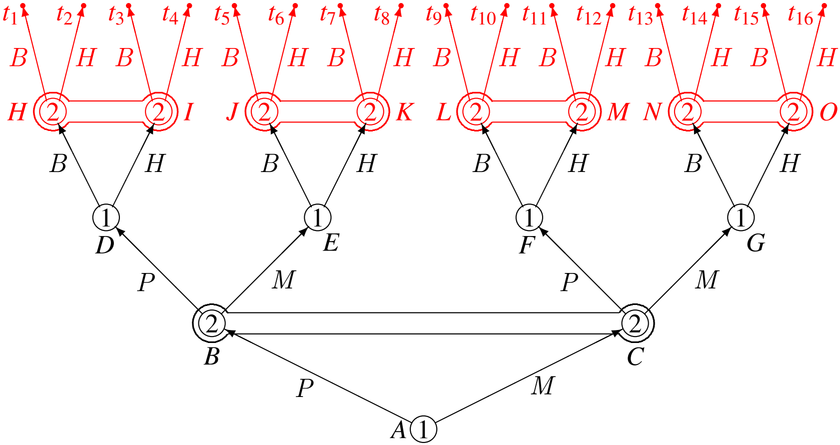
Дерево игры «PlayBox против X-Station»



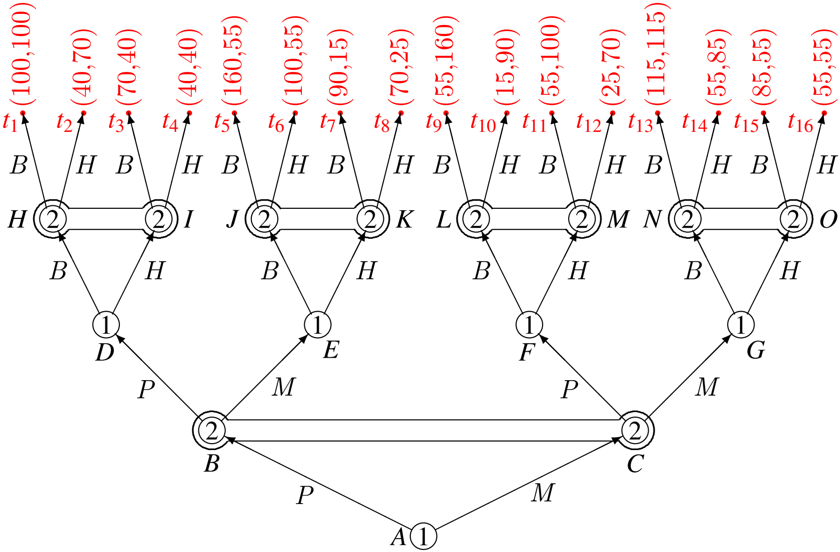
Дерево игры «PlayBox против X-Station»



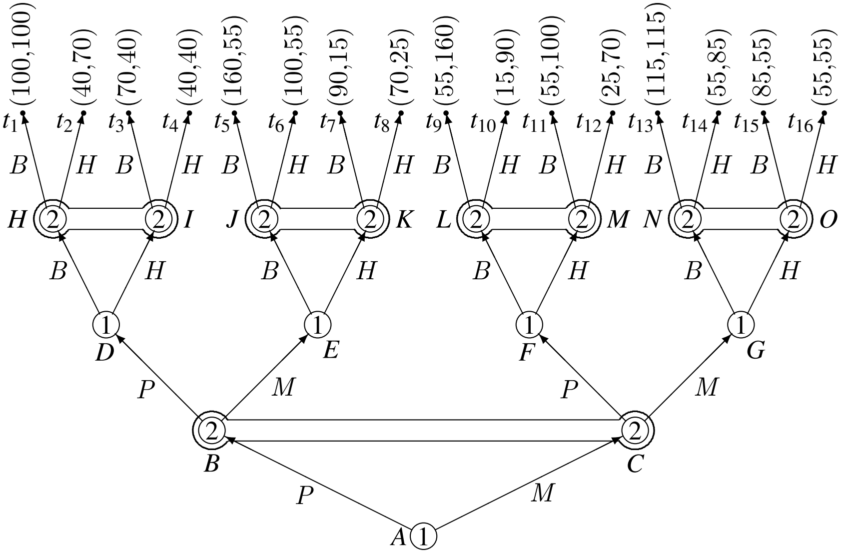
Дерево игры «PlayBox против X-Station»



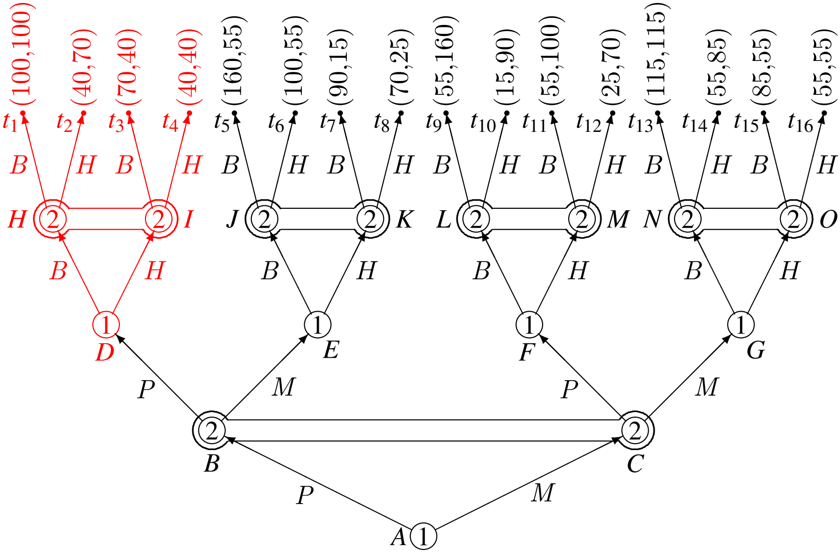
Дерево игры «PlayBox против X-Station»



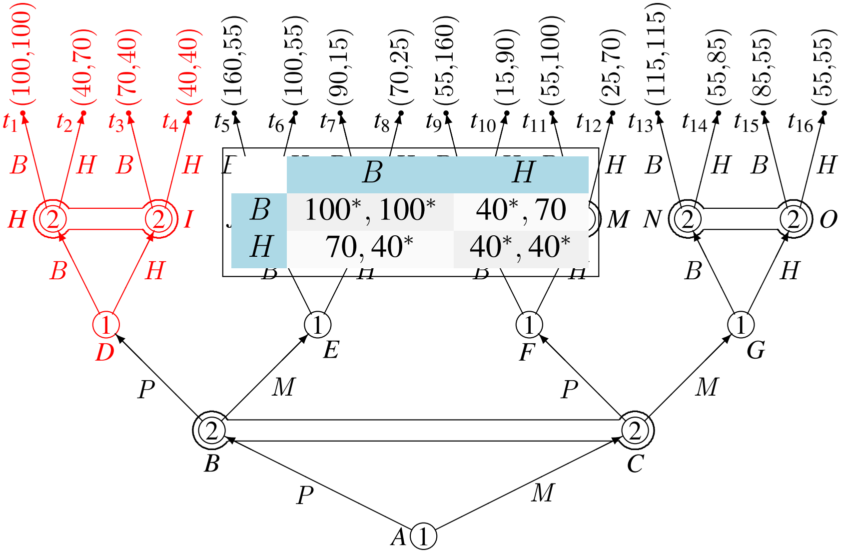
Дерево игры «PlayBox против X-Station»



Дерево игры «PlayBox против X-Station»

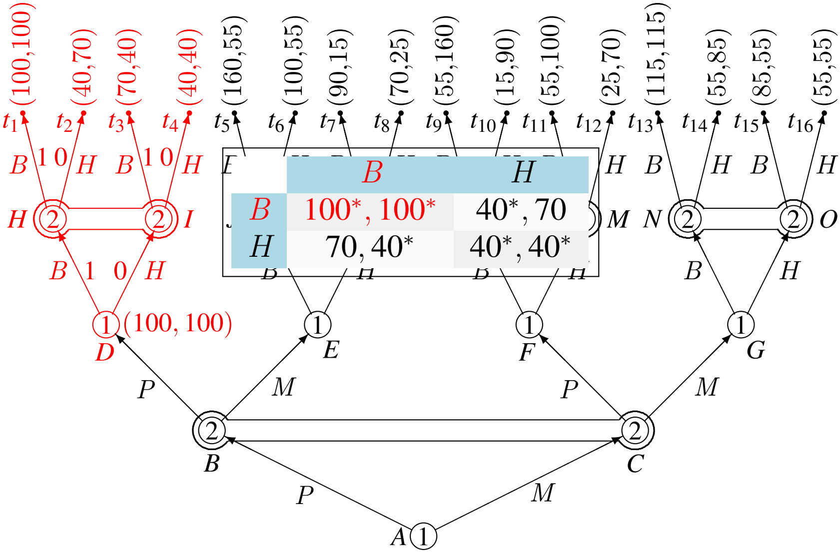


Дерево игры «PlayBox против X-Station»



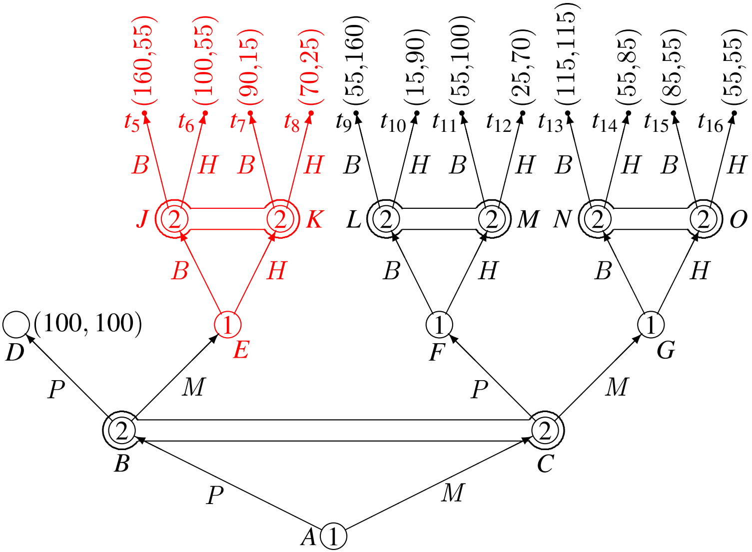
	B	H
B	$100^*, 100^*$	$40^*, 70$
H	$70, 40^*$	$40^*, 40^*$

Дерево игры «PlayBox против X-Station»

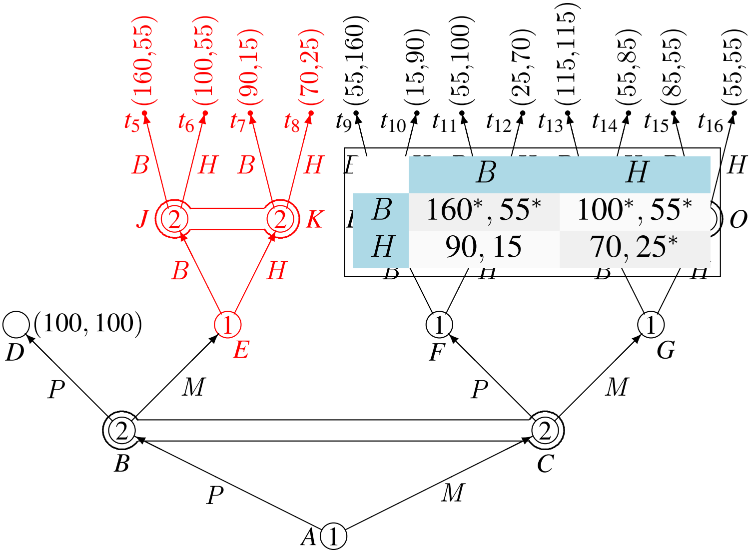


	B	H
B	$100^*, 100^*$	$40^*, 70$
H	$70, 40^*$	$40^*, 40^*$

Дерево игры «PlayBox против X-Station»

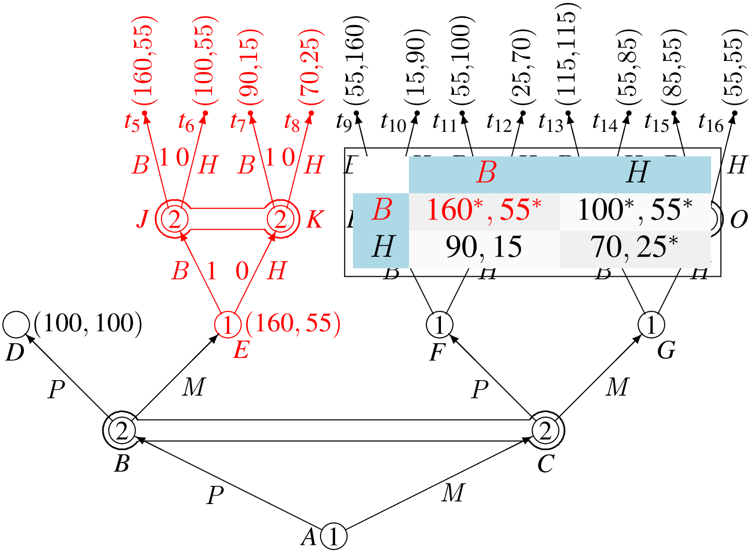


Дерево игры «PlayBox против X-Station»



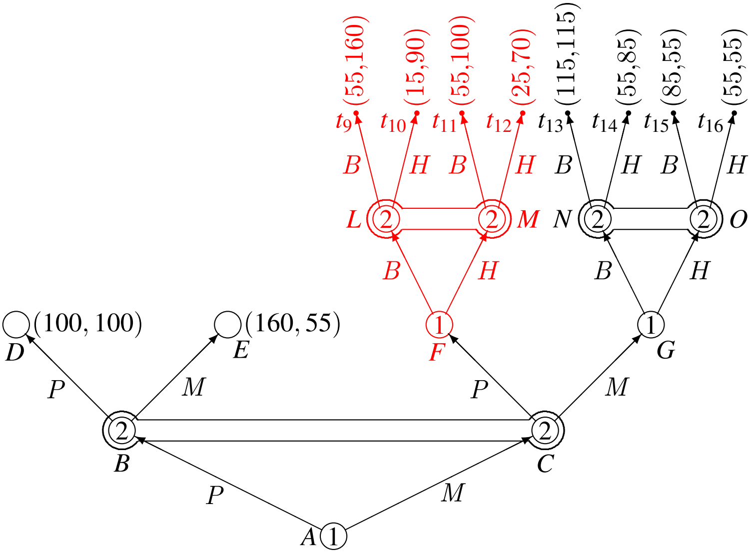
	B	H
B	$160^*, 55^*$	$100^*, 55^*$
H	$90, 15$	$70, 25^*$

Дерево игры «PlayBox против X-Station»



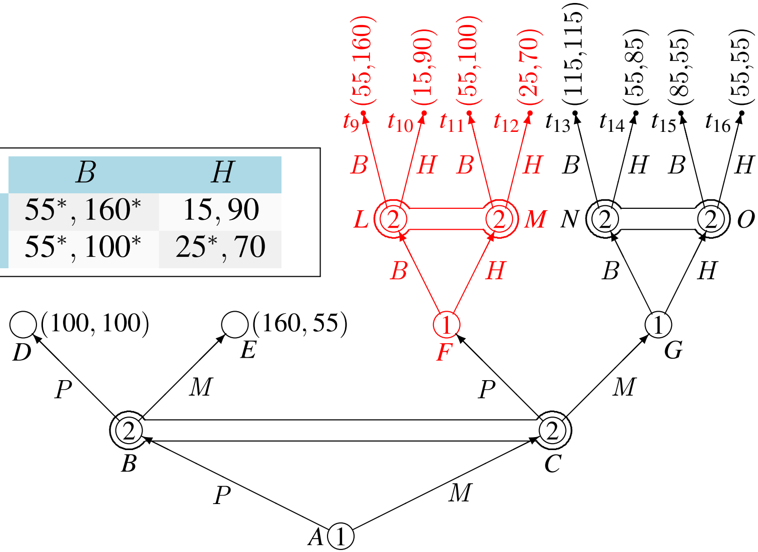
	B	H
B	$160^*, 55^*$	$100^*, 55^*$
H	$90, 15$	$70, 25^*$

Дерево игры «PlayBox против X-Station»



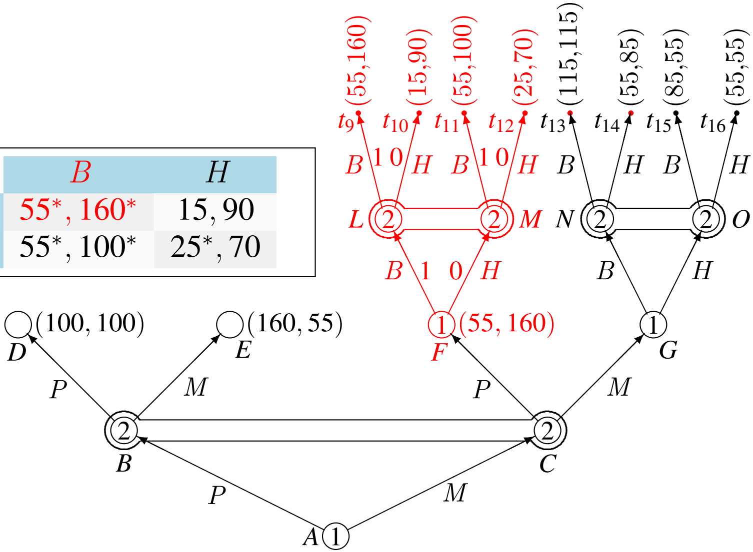
Дерево игры «PlayBox против X-Station»

	B	H
B	$55^*, 160^*$	$15, 90$
H	$55^*, 100^*$	$25^*, 70$

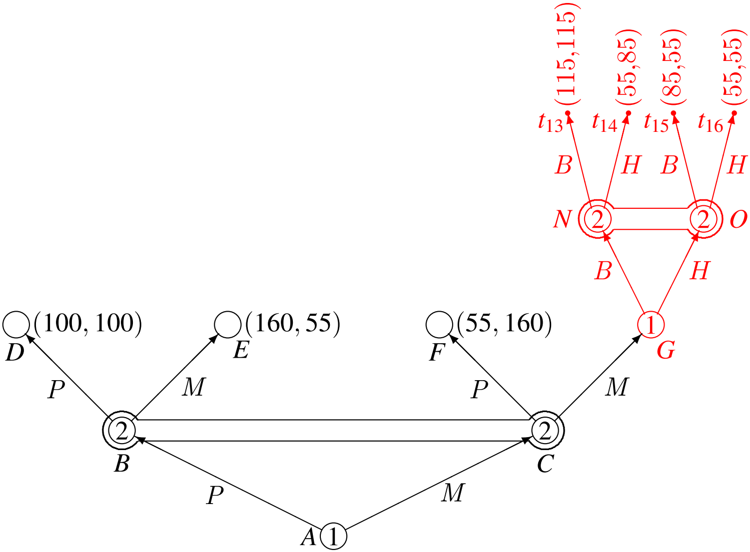


Дерево игры «PlayBox против X-Station»

	B	H
B	$55^*, 160^*$	$15, 90$
H	$55^*, 100^*$	$25^*, 70$

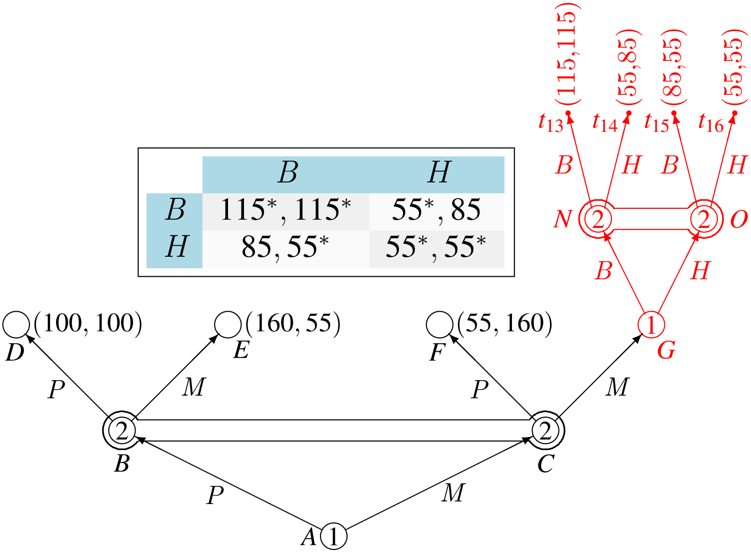


Дерево игры «PlayBox против X-Station»



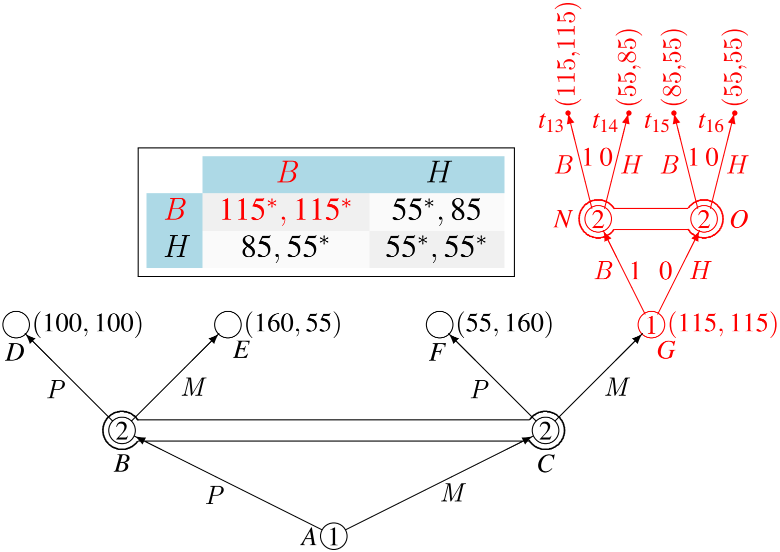
Дерево игры «PlayBox против X-Station»

	B	H
B	$115^*, 115^*$	$55^*, 85$
H	$85, 55^*$	$55^*, 55^*$

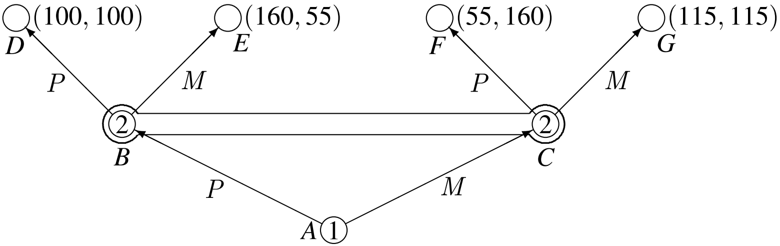


Дерево игры «PlayBox против X-Station»

	B	H
B	$115^*, 115^*$	$55^*, 85$
H	$85, 55^*$	$55^*, 55^*$

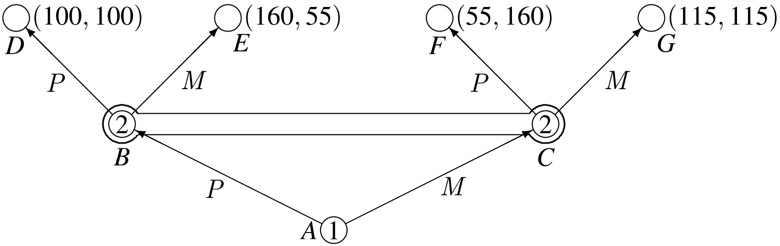


Дерево игры «PlayBox против X-Station»



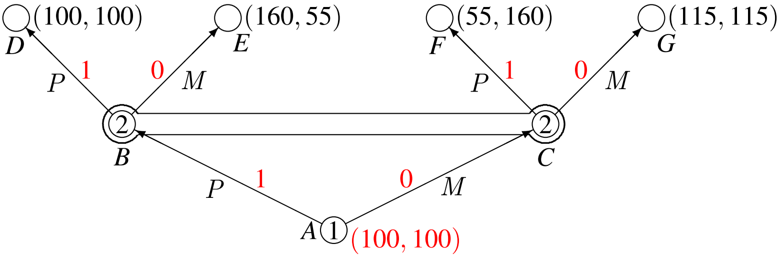
Дерево игры «PlayBox против X-Station»

	P	M
P	$100^*, 100^*$	$160^*, 55$
M	$55, 160^*$	$115, 115$

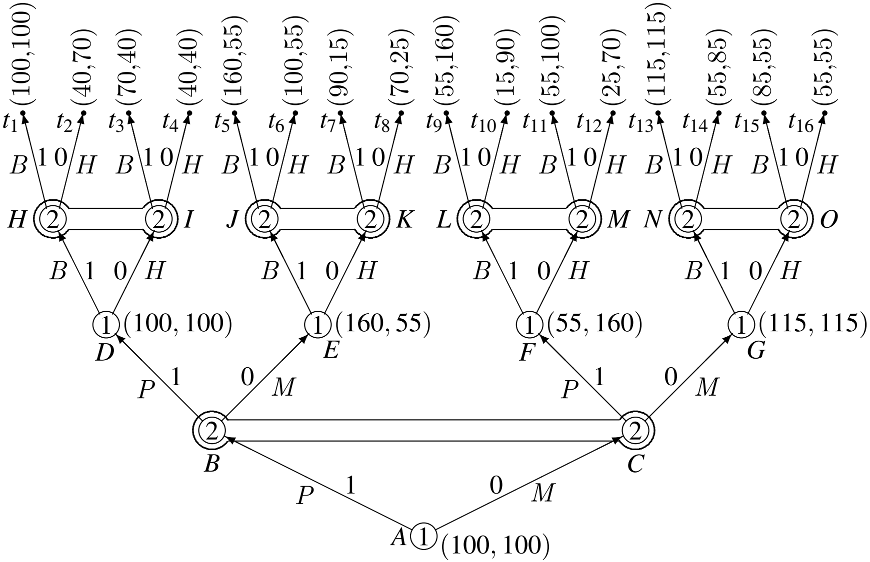


Дерево игры «PlayBox против X-Station»

	P	M
P	$100^*, 100^*$	$160^*, 55$
M	$55, 160^*$	$115, 115$

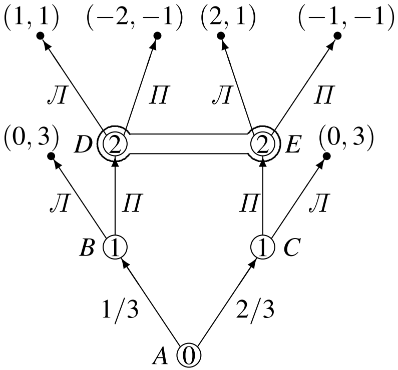


Дерево игры «PlayBox против X-Station»



Содержание

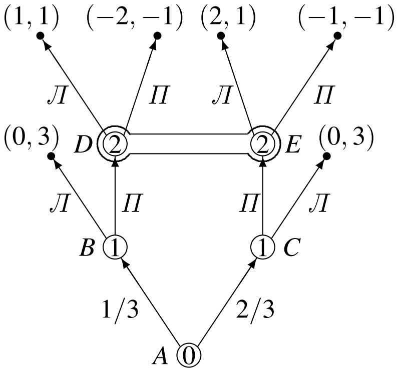
Совершенное равновесие, которое не явл. равновесием



	Л	П
ЛЛ	$0, 3^*$	$0^*, 3^*$
ЛП	$\frac{4}{3}, \frac{5}{3}^*$	$-\frac{2}{3}, \frac{1}{3}$
ПЛ	$\frac{1}{3}, \frac{7}{3}^*$	$-\frac{2}{3}, \frac{5}{3}$
ПП	$\frac{5}{3}^*, 1^*$	$-\frac{4}{3}, -1$

(*ЛЛ*,*П*) — равновесие?
В поз. *D* и *E* игрок 2 имеет доминирующий ход *Л*.
Но если игрок 1 знает, что игрок 2 применит ход *Л*, то он применит страт. *ПП*, чтобы увеличить свой средний выигрыш с 0 до $1 \cdot \frac{1}{3} + 2 \cdot \frac{2}{3} = \frac{5}{3}$.

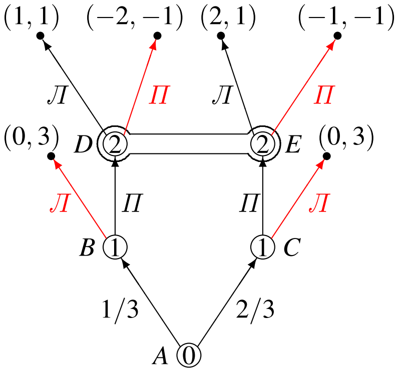
Совершенное равновесие, которое не явл. равновесием



	Л	*П*
ЛЛ	$0, 3^*$	$0^*, 3^*$
ЛП	$\frac{4}{3}, \frac{5}{3}^*$	$-\frac{2}{3}, \frac{1}{3}$
ПЛ	$\frac{1}{3}, \frac{7}{3}^*$	$-\frac{2}{3}, \frac{5}{3}$
ПП	$\frac{5}{3}^*, 1^*$	$-\frac{4}{3}, -1$

(*ЛЛ*,*П*) — равновесие?
В поз. *D* и *E* игрок 2 имеет доминирующий ход *Л*.
Но если игрок 1 знает, что игрок 2 применит ход *Л*, то он применит страт. *ПП*, чтобы увеличить свой средний выигрыш с 0 до $1 \cdot \frac{1}{3} + 2 \cdot \frac{2}{3} = \frac{5}{3}$.

Совершенное равновесие, которое не явл. равновесием



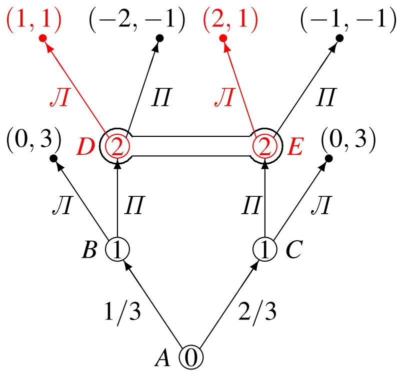
	Л	П
ЛЛ	$0, 3^*$	$0^*, 3^*$
ЛП	$\frac{4}{3}, \frac{5}{3}^*$	$-\frac{2}{3}, \frac{1}{3}$
ПЛ	$\frac{1}{3}, \frac{7}{3}^*$	$-\frac{2}{3}, \frac{5}{3}$
ПП	$\frac{5}{3}^*, 1^*$	$-\frac{4}{3}, -1$

(*ЛЛ*,*П*) — равновесие?

В поз. D и E игрок 2 имеет доминирующий ход *Л*.

Но если игрок 1 знает, что игрок 2 применит ход *Л*, то он применит страт. *ПП*, чтобы увеличить свой средний выигрыш с 0 до $1 \cdot \frac{1}{3} + 2 \cdot \frac{2}{3} = \frac{5}{3}$.

Совершенное равновесие, которое не явл. равновесием



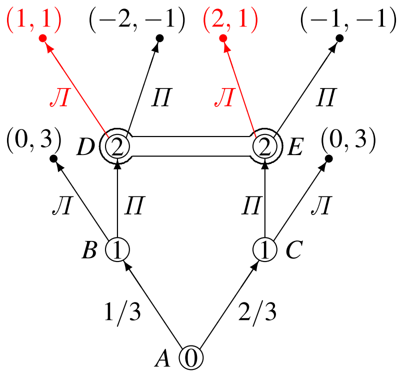
	Л	*П*
ЛЛ	$0, 3^*$	$0^*, 3^*$
ЛП	$\frac{4}{3}, \frac{5}{3}^*$	$-\frac{2}{3}, \frac{1}{3}$
ПЛ	$\frac{1}{3}, \frac{7}{3}^*$	$-\frac{2}{3}, \frac{5}{3}$
ПП	$\frac{5}{3}^*, 1^*$	$-\frac{4}{3}, -1$

(*ЛЛ*,*П*) — равновесие?

В поз. *D* и *E* игрок 2 имеет доминирующий ход *Л*.

Но если игрок 1 знает, что игрок 2 применит ход *Л*, то он применит страт. *ПП*, чтобы увеличить свой средний выигрыш с 0 до $1 \cdot \frac{1}{3} + 2 \cdot \frac{2}{3} = \frac{5}{3}$.

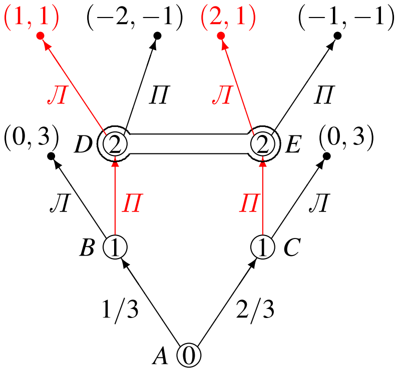
Совершенное равновесие, которое не явл. равновесием



	Л	*П*
ЛЛ	$0, 3^*$	$0^*, 3^*$
ЛП	$\frac{4}{3}, \frac{5}{3}^*$	$-\frac{2}{3}, \frac{1}{3}$
ПЛ	$\frac{1}{3}, \frac{7}{3}^*$	$-\frac{2}{3}, \frac{5}{3}$
ПП	$\frac{5}{3}^*, 1^*$	$-\frac{4}{3}, -1$

(*ЛЛ*,*П*) — равновесие? В поз. *D* и *E* игрок 2 имеет доминирующий ход *Л*. Но если игрок 1 знает, что игрок 2 применит ход *Л*, то он применит страт. *ПП*, чтобы увеличить свой средний выигрыш с 0 до $1 \cdot \frac{1}{3} + 2 \cdot \frac{2}{3} = \frac{5}{3}$.

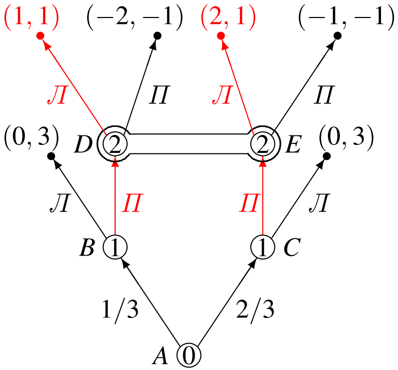
Совершенное равновесие, которое не явл. равновесием



	Л	*П*
ЛЛ	$0, 3^*$	$0^*, 3^*$
ЛП	$\frac{4}{3}, \frac{5}{3}^*$	$-\frac{2}{3}, \frac{1}{3}$
ПЛ	$\frac{1}{3}, \frac{7}{3}^*$	$-\frac{2}{3}, \frac{5}{3}$
ПП	$\frac{5}{3}^*, 1^*$	$-\frac{4}{3}, -1$

(*ЛЛ*,*П*) — равновесие?
В поз. *D* и *E* игрок 2 имеет доминирующий ход *Л*.
Но если игрок 1 знает, что игрок 2 применит ход *Л*, то он применит страт. *ПП*, чтобы увеличить свой средний выигрыш с 0 до $1 \cdot \frac{1}{3} + 2 \cdot \frac{2}{3} = \frac{5}{3}$.

Совершенное равновесие, которое не явл. равновесием



	Л	*П*
ЛЛ	$0, 3^*$	$0^*, 3^*$
ЛП	$\frac{4}{3}, \frac{5}{3}^*$	$-\frac{2}{3}, \frac{1}{3}$
ПЛ	$\frac{1}{3}, \frac{7}{3}^*$	$-\frac{2}{3}, \frac{5}{3}$
ПП	$\frac{5}{3}^*, 1^*$	$-\frac{4}{3}, -1$

(*ЛЛ*,*П*) — равновесие?
В поз. D и E игрок 2 имеет доминирующий ход *Л*.
Но если игрок 1 знает, что игрок 2 применит ход *Л*, то он применит страт. *ПП*, чтобы увеличить свой средний выигрыш с 0 до $1 \cdot \frac{1}{3} + 2 \cdot \frac{2}{3} = \frac{5}{3}$.

Содержание

Представления игроков

- Рассмотрим позиционную игру Γ с несовершенной информацией, заданную деревом игры $T = (V, E)$.
- Пусть V_i есть множество позиций игрока i ($i = 1, \dots, n$),
- а $I(v)$ обозначает информационное множество, которому принадлежит позиция $v \in V$.
- *Система представлений игроков* задается функцией $\mu : \cup_{i=1}^{n} V_i \to [0, 1]$,
- значения которой интерпретируются как вероятности, приписанные позициям игры,
- причем, сумма вероятностей, приписанных позициям одного инф. множества, должна быть равна 1.
- Сужение функции μ на подмножество позиций V_i задает *представление* игрока i:
- если игра достигла некоторого его инф. множества, то игрок полагает, что
- вероятность того, что он находится в позиции v этого инф. множества, равна $\mu(v)$.

Представления игроков

- Рассмотрим позиционнную игру Γ с несовершенной информацией, заданную деревом игры $T = (V, E)$.
- Пусть V_i есть множество позиций игрока i $(i = 1, \dots, n)$,
- а $I(v)$ обозначает информационное множество, которому принадлежит позиция $v \in V$.
- *Система представлений игроков* задается функцией $\mu : \cup_{i=1}^{n} V_i \to [0, 1]$,
- значения которой интерпретируются как вероятности, приписанные позициям игры,
- причем, сумма вероятностей, приписанных позициям одного инф. множества, должна быть равна 1.
- Сужение функции μ на подмножество позиций V_i задает *представление* игрока i:
- если игра достигла некоторого его инф. множества, то игрок полагает, что
- вероятность того, что он находится в позиции v этого инф. множества, равна $\mu(v)$.

Представления игроков

- Рассмотрим позиционную игру Γ с несовершенной информацией, заданную деревом игры $T = (V, E)$.
- Пусть V_i есть множество позиций игрока i $(i = 1, \ldots, n)$,
- а $I(v)$ обозначает информационное множество, которому принадлежит позиция $v \in V$.
- *Система представлений игроков* задается функцией $\mu : \cup_{i=1}^{n} V_i \to [0, 1]$,
- значения которой интерпретируются как вероятности, приписанные позициям игры,
- причем, сумма вероятностей, приписанных позициям одного инф. множества, должна быть равна 1.
- Сужение функции μ на подмножество позиций V_i задает *представление* игрока i:
- если игра достигла некоторого его инф. множества, то игрок полагает, что
- вероятность того, что он находится в позиции v этого инф. множества, равна $\mu(v)$.

Представления игроков

- Рассмотрим позиционную игру Γ с несовершенной информацией, заданную деревом игры $T = (V, E)$.
- Пусть V_i есть множество позиций игрока i $(i = 1, \ldots, n)$,
- а $I(v)$ обозначает информационное множество, которому принадлежит позиция $v \in V$.
- *Система представлений игроков* задается функцией $\mu : \cup_{i=1}^{n} V_i \to [0, 1]$,
- значения которой интерпретируются как вероятности, приписанные позициям игры,
- причем, сумма вероятностей, приписанных позициям одного инф. множества, должна быть равна 1.
- Сужение функции μ на подмножество позиций V_i задает *представление* игрока i:
- если игра достигла некоторого его инф. множества, то игрок полагает, что
- вероятность того, что он находится в позиции v этого инф. множества, равна $\mu(v)$.

Представления игроков

- Рассмотрим позиционную игру Γ с несовершенной информацией, заданную деревом игры $T = (V, E)$.
- Пусть V_i есть множество позиций игрока i $(i = 1, \ldots, n)$,
- а $I(v)$ обозначает информационное множество, которому принадлежит позиция $v \in V$.
- *Система представлений игроков* задается функцией $\mu : \cup_{i=1}^{n} V_i \to [0, 1]$,
- значения которой интерпретируются как вероятности, приписанные позициям игры,
- причем, сумма вероятностей, приписанных позициям одного инф. множества, должна быть равна 1.
- Сужение функции μ на подмножество позиций V_i задает *представление* игрока i:
- если игра достигла некоторого его инф. множества, то игрок полагает, что
- вероятность того, что он находится в позиции v этого инф. множества, равна $\mu(v)$.

Представления игроков

- Рассмотрим позиционную игру Γ с несовершенной информацией, заданную деревом игры $T = (V, E)$.
- Пусть V_i есть множество позиций игрока i $(i = 1, \ldots, n)$,
- а $I(v)$ обозначает информационное множество, которому принадлежит позиция $v \in V$.
- *Система представлений игроков* задается функцией $\mu : \cup_{i=1}^{n} V_i \to [0, 1]$,
- значения которой интерпретируются как вероятности, приписанные позициям игры,
- причем, сумма вероятностей, приписанных позициям одного инф. множества, должна быть равна 1.
- Сужение функции μ на подмножество позиций V_i задает *представление* игрока i:
- если игра достигла некоторого его инф. множества, то игрок полагает, что
- вероятность того, что он находится в позиции v этого инф. множества, равна $\mu(v)$.

Представления игроков

- Рассмотрим позиционную игру Γ с несовершенной информацией, заданную деревом игры $T = (V, E)$.
- Пусть V_i есть множество позиций игрока i $(i = 1, \ldots, n)$,
- а $I(v)$ обозначает информационное множество, которому принадлежит позиция $v \in V$.
- *Система представлений игроков* задается функцией $\mu : \cup_{i=1}^{n} V_i \to [0, 1]$,
- значения которой интерпретируются как вероятности, приписанные позициям игры,
- причем, сумма вероятностей, приписанных позициям одного инф. множества, должна быть равна 1.
- Сужение функции μ на подмножество позиций V_i задает *представление* игрока i:
- если игра достигла некоторого его инф. множества, то игрок полагает, что
- вероятность того, что он находится в позиции v этого инф. множества, равна $\mu(v)$.

Представления игроков

- Рассмотрим позиционную игру Γ с несовершенной информацией, заданную деревом игры $T = (V, E)$.
- Пусть V_i есть множество позиций игрока i $(i = 1, \dots, n)$,
- а $I(v)$ обозначает информационное множество, которому принадлежит позиция $v \in V$.
- *Система представлений игроков* задается функцией $\mu : \cup_{i=1}^{n} V_i \to [0, 1]$,
- значения которой интерпретируются как вероятности, приписанные позициям игры,
- причем, сумма вероятностей, приписанных позициям одного инф. множества, должна быть равна 1.
- Сужение функции μ на подмножество позиций V_i задает *представление* игрока i:
- если игра достигла некоторого его инф. множества, то игрок полагает, что
- вероятность того, что он находится в позиции v этого инф. множества, равна $\mu(v)$.

Представления игроков

- Рассмотрим позиционнуню игру Γ с несовершенной информацией, заданную деревом игры $T = (V, E)$.
- Пусть V_i есть множество позиций игрока i $(i = 1, \ldots, n)$,
- а $I(v)$ обозначает информационное множество, которому принадлежит позиция $v \in V$.
- *Система представлений игроков* задается функцией $\mu : \cup_{i=1}^{n} V_i \to [0, 1]$,
- значения которой интерпретируются как вероятности, приписанные позициям игры,
- причем, сумма вероятностей, приписанных позициям одного инф. множества, должна быть равна 1.
- Сужение функции μ на подмножество позиций V_i задает *представление* игрока i:
- если игра достигла некоторого его инф. множества, то игрок полагает, что
- вероятность того, что он находится в позиции v этого инф. множества, равна $\mu(v)$.

Содержание

Подигры

- Для заданной системы представлений игроков μ мы можем расширить понятие подигры следующим образом.
- *Подигра* $\Gamma(I)$, порожденная инф. множеством I,
- получается добавлением к лесу поддеревьев с корнями в узлах $v \in I$ новой начальной позиции s (корня нового дерева),
- из которой делается случайный ход, который с вероятностью $\mu(v)$ переведет игру в позицию $v \in I$.
- Как и ранее, подигра *не должна* пересекать информационные множества.

Подигры

- Для заданной системы представлений игроков μ мы можем расширить понятие подигры следующим образом.
- *Подигра* $\Gamma(I)$, порожденная инф. множеством I,
- получается добавлением к лесу поддеревьев с корнями в узлах $v \in I$ новой начальной позиции s (корня нового дерева),
- из которой делается случайный ход, который с вероятностью $\mu(v)$ переведет игру в позицию $v \in I$.
- Как и ранее, подигра *не должна* пересекать информационные множества.

Подигры

- Для заданной системы представлений игроков μ мы можем расширить понятие подигры следующим образом.
- *Подигра* $\Gamma(I)$, порожденная инф. множеством I,
- получается добавлением к лесу поддеревьев с корнями в узлах $v \in I$ новой начальной позиции s (корня нового дерева),
- из которой делается случайный ход, который с вероятностью $\mu(v)$ переведет игру в позицию $v \in I$.
- Как и ранее, подигра *не должна* пересекать информационные множества.

Подигры

- Для заданной системы представлений игроков μ мы можем расширить понятие подигры следующим образом.
- *Подигра* $\Gamma(I)$, порожденная инф. множеством I,
- получается добавлением к лесу поддеревьев с корнями в узлах $v \in I$ новой начальной позиции s (корня нового дерева),
- из которой делается случайный ход, который с вероятностью $\mu(v)$ переведет игру в позицию $v \in I$.
- Как и ранее, подигра *не должна* пересекать информационные множества.

Подигры

- Для заданной системы представлений игроков μ мы можем расширить понятие подигры следующим образом.
- *Подигра* $\Gamma(I)$, порожденная инф. множеством I,
- получается добавлением к лесу поддеревьев с корнями в узлах $v \in I$ новой начальной позиции s (корня нового дерева),
- из которой делается случайный ход, который с вероятностью $\mu(v)$ переведет игру в позицию $v \in I$.
- Как и ранее, подигра *не должна* пересекать информационные множества.

Совершенное байесовское равновесие

Определение

- Ситуация (набор поведенческих стратегий игроков) $(p^1, \ldots, p^n)$ в позиционной игре Γ называется *совершенным байесовским равновесием*,
- если для системы представлений игроков μ, вычисленной по правилу
$$\mu(v) = \frac{\mathbb{P}(v)}{\sum_{w \in I(v)} \mathbb{P}(w)},$$
- сужение ситуации $(p^1, \ldots, p^n)$ на любую из подигр $\Gamma(I)$ также является ситуацией равновесия для этой подигры.
- Здесь $\mathbb{P}(v)$ обозначает вероятность того, что в ситуации $(p^1, \ldots, p^n)$ игра достигнет позиции v.
- Мы вычислим $\mathbb{P}(v)$ перемножив вероятности на дугах единств. пути из корня дерева игры в узел v.

Совершенное байесовское равновесие

Определение

- Ситуация (набор поведенческих стратегий игроков) $(p^1, \ldots, p^n)$ в позиционной игре Γ называется *совершенным байесовским равновесием*,
- если для системы представлений игроков μ, вычисленной по правилу

$$\mu(v) = \frac{\mathbb{P}(v)}{\sum_{w \in I(v)} \mathbb{P}(w)},$$

- сужение ситуации $(p^1, \ldots, p^n)$ на любую из подигр $\Gamma(I)$ также является ситуацией равновесия для этой подигры.
- Здесь $\mathbb{P}(v)$ обозначает вероятность того, что в ситуации $(p^1, \ldots, p^n)$ игра достигнет позиции v.
- Мы вычислим $\mathbb{P}(v)$ перемножив вероятности на дугах единств. пути из корня дерева игры в узел v.

Совершенное байесовское равновесие

Определение

- Ситуация (набор поведенческих стратегий игроков) $(p^1, \dots, p^n)$ в позиционной игре Γ называется *совершенным байесовским равновесием*,
- если для системы представлений игроков μ, вычисленной по правилу
$$\mu(v) = \frac{\mathbb{P}(v)}{\sum_{w \in I(v)} \mathbb{P}(w)},$$
- сужение ситуации $(p^1, \dots, p^n)$ на любую из подигр $\Gamma(I)$ также является ситуацией равновесия для этой подигры.
- Здесь $\mathbb{P}(v)$ обозначает вероятность того, что в ситуации $(p^1, \dots, p^n)$ игра достигнет позиции v.
- Мы вычислим $\mathbb{P}(v)$ перемножив вероятности на дугах единств. пути из корня дерева игры в узел v.

Совершенное байесовское равновесие

Определение

- Ситуация (набор поведенческих стратегий игроков) $(p^1, \ldots, p^n)$ в позиционной игре Γ называется *совершенным байесовским равновесием*,
- если для системы представлений игроков μ, вычисленной по правилу
$$\mu(v) = \frac{\mathbb{P}(v)}{\sum_{w \in I(v)} \mathbb{P}(w)},$$
- сужение ситуации $(p^1, \ldots, p^n)$ на любую из подигр $\Gamma(I)$ также является ситуацией равновесия для этой подигры.
- Здесь $\mathbb{P}(v)$ обозначает вероятность того, что в ситуации $(p^1, \ldots, p^n)$ игра достигнет позиции v.
- Мы вычислим $\mathbb{P}(v)$ перемножив вероятности на дугах единств. пути из корня дерева игры в узел v.

Представления в недостижимых инф. мн-вах

- В случае, когда в игре имеются информационные множества, которые в ситуации $(p^1, \ldots, p^n)$ не достижимы из корня,
- мы не можем применить формулу
$$\mu(v) = \frac{\mathbb{P}(v)}{\sum_{w \in I(v)} \mathbb{P}(w)}$$
поскольку на ноль делить нельзя.
- Позициям таких информационных множеств можно произвольно приписать любые вероятности $\mu(v)$.

Представления в недостижимых инф. мн-вах

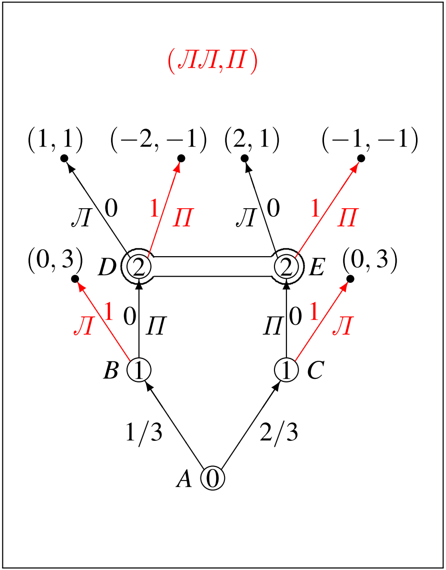
- В случае, когда в игре имеются информационные множества, которые в ситуации $(p^1, \ldots, p^n)$ не достижимы из корня,
- мы не можем применить формулу
$$\mu(v) = \frac{\mathbb{P}(v)}{\sum_{w \in I(v)} \mathbb{P}(w)}$$
поскольку на ноль делить нельзя.
- Позициям таких информационных множеств можно произвольно приписать любые вероятности $\mu(v)$.

Представления в недостижимых инф. мн-вах

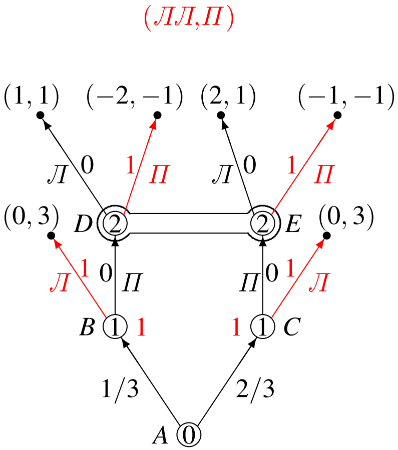
- В случае, когда в игре имеются информационные множества, которые в ситуации $(p^1, \ldots, p^n)$ не достижимы из корня,
- мы не можем применить формулу
$$\mu(v) = \frac{\mathbb{P}(v)}{\sum_{w \in I(v)} \mathbb{P}(w)}$$
поскольку на ноль делить нельзя.
- Позициям таких информационных множеств можно произвольно приписать любые вероятности $\mu(v)$.

Содержание

(ЛЛ,П) не явл. соверш. байес. равновесием

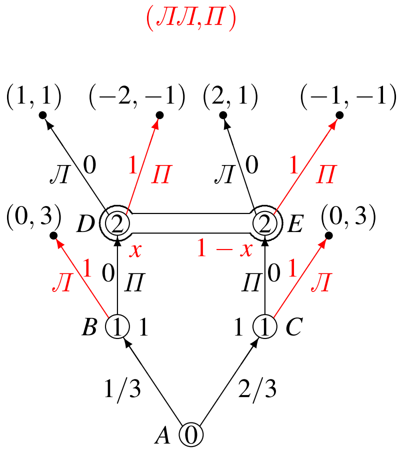


(ЛЛ,П) не явл. соверш. байес. равновесием



$\mu(B) = 1,\ \mu(C) = 1;$

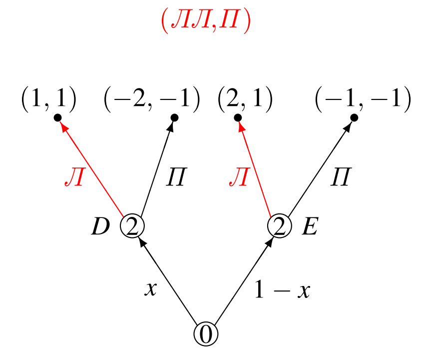
(ЛЛ,П) не явл. соверш. байес. равновесием



$\mu(B) = 1, \ \mu(C) = 1;$

D и E не достиж. из корня $\Rightarrow$ $\mu(D)=x$, $\mu(E)=1\text{-}x$.

(ЛЛ,П) не явл. соверш. байес. равновесием

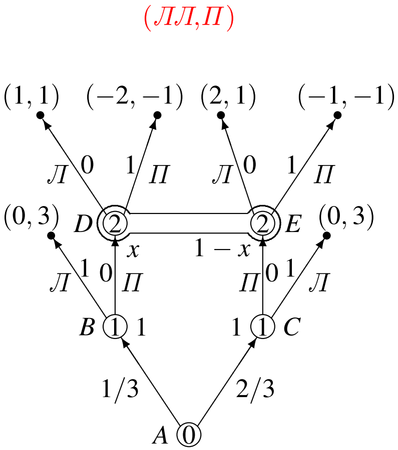


$\mu(B) = 1,\ \mu(C) = 1;$

D и E не достиж. из корня $\Rightarrow$ $\mu(D)=x$, $\mu(E)=1$-x.

В подигре, порожд. $\{D,E\}$, *Л* (не *П*) — опт. ход игрока 2 $\Rightarrow$ (*ЛЛ,П*) не явл. сов. байес. равновесием.

(ЛЛ,П) не явл. соверш. байес. равновесием

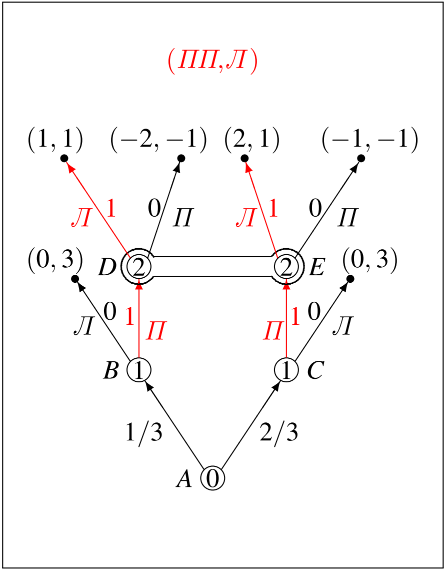


$\mu(B) = 1,\ \mu(C) = 1;$

D и E не достиж. из корня $\Rightarrow$ $\mu(D)=x$, $\mu(E)=1$-x.

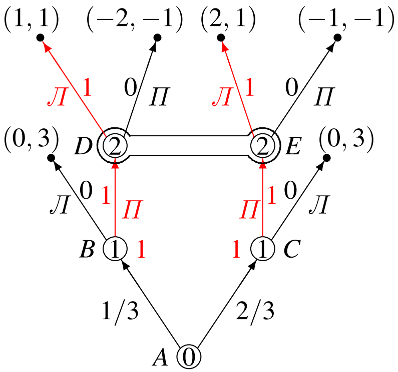
В подигре, порожд. $\{D,E\}$, *Л* (не *П*) — опт. ход игрока 2 $\Rightarrow$ (*ЛЛ*,*П*) не явл. сов. байес. равновесием.

(ПП,Л) явл. совершенным байесовским равновесием



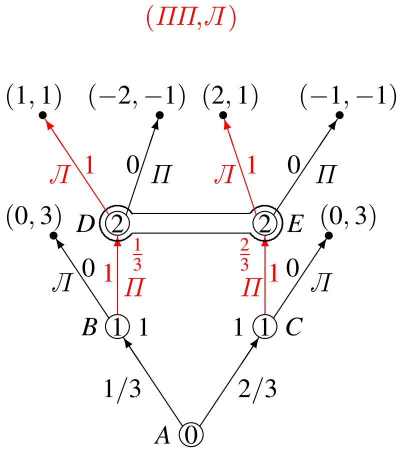
(ПП,Л) явл. совершенным байесовским равновесием

(ПП,Л)



$\mu(B) = 1, \ \mu(C) = 1;$

(ПП,Л) явл. совершенным байесовским равновесием

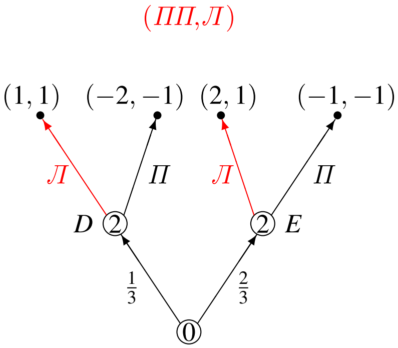


$\mu(B) = 1,\ \mu(C) = 1;$

$$\mu(D) = \frac{1/3}{1/3 + 2/3} = \frac{1}{3},$$

$$\mu(E) = \frac{2/3}{1/3 + 2/3} = \frac{2}{3}.$$

(ПП,Л) явл. совершенным байесовским равновесием



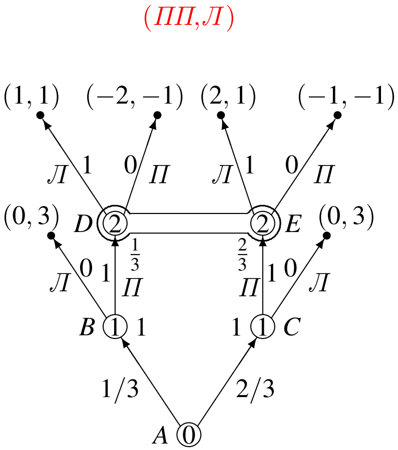
$\mu(B) = 1, \ \mu(C) = 1;$

$$\mu(D) = \frac{1/3}{1/3 + 2/3} = \frac{1}{3},$$

$$\mu(E) = \frac{2/3}{1/3 + 2/3} = \frac{2}{3}.$$

В подигре, порожд. $\{D,E\}$, Л — опт. ход игрока 2 $\Rightarrow$ (ПП,Л) явл. сов. байес. равновесием.

(ПП,Л) явл. совершенным байесовским равновесием



$\mu(B) = 1,\ \mu(C) = 1;$

$$\mu(D) = \frac{1/3}{1/3 + 2/3} = \frac{1}{3},$$

$$\mu(E) = \frac{2/3}{1/3 + 2/3} = \frac{2}{3}.$$

В подигре, порожд. $\{D,E\}$, *Л* — опт. ход игрока 2 $\Rightarrow$ (*ПП,Л*) явл. сов. байес. равновесием.