

## Экзаменационная работа по теории игр 2012 г. (вариант 0)

1. В одной из двух глубоководных впадин затонули обломки потерпевшего крушение самолета. Для поиска «черных ящиков» выделены три корабля, оснащенные глубоководными аппаратами. Вероятность обнаружения «черных ящиков» одним (любым) кораблем в первой впадине равна  $1/2$ , а во второй —  $2/3$ . Как нужно распределить корабли по районам поиска, чтобы вероятность обнаружения «черных ящиков» была наибольшей, при условии, что один из трех кораблей по техническим причинам не может вести поиски в первом районе.

2. Две фирмы, производящие взаимозаменяемые продукты, конкурируют на одном рынке. Переменные издержки (стоимость производства единицы продукта) фирмы 1 равны  $c_1$ , а фирмы 2 —  $c_2$ . Если  $p_1, p_2$  есть цены продуктов соответственно фирмы 1 и фирмы 2, то спрос на продукт фирмы 1 равен  $a - bp_1/p_2$ , а фирмы 2 —  $a - bp_2/p_1$ .

При каких соотношениях между параметрами  $a, b, c_1, c_2$  существует равновесие в модели дуополии Штакельберга, в которой лидером является фирма 1.

3. В некоторой стране каждый рабочий обязан иметь медицинскую страховку. В стране имеется только одна страховая компания, которая предоставляет два вида годовых страховок: *полная*, которая полностью компенсирует все расходы на лечение, и *частичная*, которая компенсирует только половину расходов на лечение и поэтому стоит половину стоимости полной страховки. Страховая компания хотела бы предоставлять страховки рабочим с плохим здоровьем по большей цене. Но компания ничего не знает о состоянии здоровья конкретного рабочего, обратившегося за страховкой. Естественно, что рабочий знает состояние своего здоровья. Компания судит о состоянии здоровья рабочего по выбранному им типу страховки.

Известно, что рабочий с хорошим здоровьем в среднем тратит на лечение \$200, а рабочий с плохим здоровьем — \$1000. Государственные регулирующие органы постановили, что стоимость полной страховки не может превышать \$700, а частичной — \$350. При этом, государство обязуется компенсировать потери страховой компании в случае, если страховые взносы не покроют страховых выплат.

Представьте данную ситуацию как сигнальную игру, в которой отправителем является рабочий, а получателем — страховая компания. Выигрыш рабочего: стоимость лечения + страховая компенсация за лечение — стоимость страховки. Выигрыш страховой компании: стоимость страховки — страховые выплаты на лечение. Найдите байесовское равновесие.

*Указание.* Можно считать, что стоимость полной страховки равна 0 или 700, а частичной — 0 или 350. Если оптимальным окажется решение в смешанных стратегиях назначить цену полной страховки, скажем, 0 с вероятностью  $1/4$ , и 700 с вероятностью  $3/4$ , то это значит, что цена полной страховки должна быть равной  $(1/4) \cdot 0 + (3/4) \cdot 700 = 525$ .

4. *Аукцион второй цены с резервированием.* На аукционе продается один предмет, купить который хотят два покупателя. Правила проведения аукциона теперь следующие. Оба покупателя одновременно объявляют свои предложения  $b_1$  и  $b_2$  (например, подают запечатанными в конвертах). Если  $\max\{b_1, b_2\} < 1/2$ , то предмет не продается. В противном случае предмет продается за  $\max\{\min\{b_1, b_2\}, 1/2\}$  покупателю, предложившему наибольшую цену.

Найдите байесовское равновесие.

5. Обанкротившаяся малая фирма должна своим трем кредиторам следующие суммы: кредитору 1 —  $c_1 = \$32\,000$ , кредитору 2 —  $c_2 = \$18\,000$ , кредитору 3 —  $c_3 = \$10\,000$ . Но фирма имеет только  $C = \$36\,000$  для покрытия своих долгов.

Как справедливо разделить эту сумму между кредиторами? В качестве справедливого дележа вычислите значение Шепли. Является ли вектор Шепли стабильным дележом?