

## ИСО-2012 - тестовый вариант

1. Два индивидуума потребляют только два продукта. Функция полезности индивидуума  $i$  ( $i = 1, 2$ ) имеет вид  $u_i = u_i(x_{i1}, x_{i2}) = x_{i1}^{\sigma_i} x_{i2}^{1-\sigma_i}$ , где  $x_{ij}$  есть количество продукта  $j$  ( $j = 1, 2$ ), потребляемое  $i$ -м индивидуумом. В наличии имеется  $a_j$  единиц продукта  $j$ ,  $j = 1, 2$ .

Нужно найти распределение продуктов между индивидуумами

$$x_{11}^*, x_{12}^*, x_{21}^*, x_{22}^*,$$

для которого функция благосостояния

$$W(x_{11}, x_{12}, x_{21}, x_{22}) = u_1(x_{11}, x_{12}) \cdot u_2(x_{21}, x_{22}) = x_{11}^{\sigma_1} x_{12}^{1-\sigma_1} x_{21}^{\sigma_2} x_{22}^{1-\sigma_2}$$

принимает максимальное значение, если  $a_1 = 100$ ,  $a_2 = 150$ ,  $\sigma_1 = 1/3$ ,  $\sigma_2 = 3/4$ .

2. Бедный человек за ужином может себе позволить только три продукта: *хлеб*, *молоко* и *масло*. Стоимости продуктов и содержание витаминов  $A$  и  $B$  в них приведены в следующей таблице.

Витамины	Продукты		
	хлеб	масло	молоко
$A$	1	6	2
$B$	3	4	2
Стоимость	1	3	1

Например, в таблице указано, что в одной весовой единице масла содержится 6 весовых единицы витамина  $A$  и стоит эта весовая единица масла 3 тыс. рублей.

Требуется определить рацион минимальной стоимости, содержащий по крайней мере 4 единицы витамина  $A$  и 5 единиц витамина  $B$ .

3. Фирма имеет три предприятия, которые производят одну и ту же продукцию. Производственные издержки и стоимость сырья (на единицу продукта) для всех предприятий различны. Имеется четыре оптовых склада, где потребители покупают продукцию фирмы, причем цена на нее на каждом складе разная. Найти оптимальный план производства и распределения продукции по складам для исходных данных, представленных в следующей таблице.

Предприятие		1	2	3		
Издержки произ-ва		15	17	13		
Стоимость сырья		9	8	10		
		Транспортные изд-ки			Спрос	Цена
Склады	1	7	3	8	100	30
	2	5	8	3	150	31
	3	1	7	4	110	32
	4	3	9	5	80	34
Произв. мощн.		130	170	140		

4. Решить задачу целочисленного программирования:

$$3x_1 + 2x_2 \rightarrow \max,$$

$$2x_1 + x_2 \leq 4,$$

$$x_1 + 3x_2 \leq 5,$$

$$x_1, x_2 \in \mathbb{Z}_+.$$

5. В университетской столовой установлены два кофе-автомата. В перерыве между занятиями за минуту к автоматам подходят в среднем 4 студента. Каждому студенту в среднем требуется 20 секунд, чтобы обслужить себя. Ответьте на следующие вопросы:

- а) в среднем какое число студентом можно увидеть у обоих автоматов;
- б) в среднем сколько времени тратит студент, чтобы получить свою чашку кофе;
- в) какой процент времени автоматы простаивают;
- г) какова вероятность того, что два или более студентов стоят у автомата.